Министерство образования и науки России
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Казанский национальный исследовательский технологический университет»

Н.С. Гришин, И.И. Поникаров,
С.И. Поникаров, Д.Н. Гришин

ЭКСТРАКЦИЯ В ПОЛЕ ПЕРЕМЕННЫХ СИЛ. ГИДРОДИНАМИКА, МАССОПЕРЕДАЧА, АППАРАТЫ

(теория, конструкции и расчеты)

Часть 1

Казань
Издательство КНИТУ
2012

УДК 06.061;621.928;66.067.5
ББК 35.113

Гришин Н.С.

Экстракция в поле переменных сил. Гидродинамика, массопередача, аппараты: монография: в 2 ч. Ч. 1 / Н.С.Гришин [и др.]; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2012. – 468 с.

ISBN 978-5-7882-1332-3
ISBN 978-5-7882-1333-0 (ч. 1)

Обобщены результаты исследований и разработки центробежных экстракторов. Рассмотрены их основные конструкции, приведены основные закономерности движения радиальных потоков, капель, а также описание массообменных процессов в центробежных экстракторах с различными насадочными устройствами. Предложен методологический подход к интенсификации процессов экстракции в центробежных аппаратах и изложена методика расчета центробежных экстракторов на основе полученных авторами расчетных зависимостей. Описаны наиболее перспективные конструкции исследуемых аппаратов.

Рассчитана на инженерно-технических работников различных отраслей промышленности, разработчиков массообменной аппаратуры, а также может быть полезна студентам технических высших учебных заведений.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Казанского научно-исследовательского технологического университета.

Под редакцией профессора И.И. Поникарова

Р е ц е н з е н т ы:
зав кафедрой, заслуженный деятель науки и техники России,
доктор технических наук *Г.И. Ильин*
доктор технических наук, профессор *Ю.И. Азимов*

ISBN 978-5-7882-1333-0 (ч.1)
ISBN 978-5-7882-1332-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

В настоящее время исследовано и разработано большое количество разнообразной аппаратуры, использующей центробежные силы для интенсификации различных массообменных процессов, начиная от простейших перемешивающих устройств до сложнейших многомодульных конструкций центробежных экстракторов.

В существующей научной и технической литературе широко освещаются теория и практика различных смесителей, сепараторов и центрифуг, однако по центробежным экстракторам имеются разрозненные данные как по конструкциям, так и по результатам теоретических и экспериментальных исследований и изложены они в основном в отдельных диссертационных работах и в некоторых научных статьях. Поэтому несомненный интерес представляют описание конструкции центробежных экстракторов, результаты их исследований, чему и посвящена данная монография.

Особое внимание уделено наиболее перспективным конструкциям центробежных аппаратов, способам повышения эффективности действующих аппаратов за счет профилирования роторов, секционирования насадочных устройств и использования насадочных элементов, обеспечивающих создание оптимальной структуры потоков и повышение производительности аппарата.

В основу книги заложены результаты многолетних работ по разработке и исследованию центробежных экстракторов, выполненных под руководством основоположника научной школы по исследованию и разработке центробежных экстракторов профессора И.И. Поникарова и профессоров Н.С. Гришина и С.И. Поникарова. Использованы

многочисленные исследования авторов, проведенные совместно с сотрудниками КГТУ (КХТИ): ныне кандидатами технических наук: С.А. Александровским, В.Г. Бочкаревым, Ф.А. Галеевым, Ю.А. Дулатовым, Н.А. Евтюхиным, В.В. Зайцевым, М.А. Закировым, В.Н. Заслоновским, В.О. Лукиным, Р.Г. Нугмановым, С.В. Рачковским, А.Н. Филимоновым, О.А. Цейтлиным, Р.Г. Шарифуллиным, Ю.В. Шкарбаном, А.А. Яблонским, доктором технических наук О.А. Перелыгиным и сотрудниками КазхимНИИ Ш.З. Ахметшиным, А.Г. Бабенко, Р.Г. Гайнуллиным, К.А. Ефимовой, кандидатом химических наук А.П. Кадочниковым, Ю.Н. Ризположенским, В.М. Трофанчуком, Т.А. Якуповой и др.

Следует отметить, что выполненные исследования базировались на многочисленных работах по массообмену, в том числе и по экстракции, академиков АН СССР В.В. Кафарова, Ю.А. Золотова, академика АН МССР Ю.С. Ляликова, докторов технических наук Е.М. Гольдина, Г.И. Кузнецова, А.Н. Ластовцева, И.В. Лысковцова, П.Г. Романкова, В.И. Соколова, А.Н. Синицына, В.А. Пашинина, С.А. Плюшкина, кандидата химических наук В.М. Чехлатова и мн. др.

В заключение авторы выражают благодарность за помощь в выполнении графических работ Е.А. Глуховцевой и А.Ф. Осиповой, а также Т.Ю. Жандаровой за создание электронного варианта книги.

Условные обозначения*

A_r – число Архимеда, $A_r = \dfrac{\rho_d - \rho_c}{\rho_c}$;

d_o – диаметр отверстия, м;

$d_к$ – средний диаметр капли, м;

Д – коэффициент молекулярной диффузии, $м^2/с$;

$Ф_{отс}$ – фактор эффективности;

f_0 – проходное сечение насадки на начальном радиусе насадки, $м^2$;

$f_к$ – площадь соприкосновения жидкостного подпорного слоя со стенками насадки, $м^2$;

f_i - проходное сечение насадки на радиусе R_i, $м^2$;

F_r – число Фруда, $F_{rц} = \dfrac{\rho_c \cdot W_c^2}{\Delta\rho\omega^2 R d_э}$;

h – высота проходного отверстия насадки, м;

h_0 и h_i – высота проходного сечения насадки на начальном (R_0) и на рассматриваемом (R_i) радиусе, м;

$Q_д$ – объемный расход дисперсной фазы, $м^3/с$;

Q_c – объемный расход сплошной фазы, $м^3/с$;

Q_Σ^0 - объемный расход жидкости в момент образования подпорного слоя, $м^3/с$;

Q_Σ - суммарный расход обеих фаз, $м^3/с$;

Q_n – предельная производительность, $м^3/с$;

R_o радиус истечения, м;

---

*Обозначения, не указанные в данном перечне, оговариваются в тексте

P – давление, Н/м^2;

ΔP – разность давлений, Н/м^2;

R, r – рассматриваемый радиус ротора, м;

Re – число Рейнольдса, $\mathrm{Re} = \dfrac{u_к d_к \rho_c}{\mu_c}$;

We – число Вебера, $We = \dfrac{\Delta\rho\omega^2 R^3}{\sigma}$;

Nu – число Нуссельта, $Nu = \dfrac{k \cdot d}{D}$;

t – время контакта, с;

α - угол наклона конических элементов насадок, град;

ΔR – подпорный кольцевой слой жидкости перед отверстием истечения, м;

$U_д$, U_d и W_c – скорость дисперсной и сплошной фазы, м/с;

U_R, V_R – радиальная скорость дисперсной фазы, м/с;

W_R – радиальная скорость сплошной фазы, м/с;

Δρ - разность плотностей контактных фаз, кг/м^3;

ρ_c, $\rho_д$ – плотность сплошной и дисперсной фаз, кг/м^3;

$\rho_к$ – плотность капли, кг/м^3;

$\rho_{см}$ – плотность смеси, кг/м^3;

μ' - коэффициент истечения;

μ_c, $\mu_д$, $\mu_{см}$ – вязкость сплошной, дисперсной фаз и смеси, н·с/м^2;

η - коэффициент полезного действия;

φ - удерживающая способность;

ψ и k – коэффициенты лобового сопротивления и поперечной силы;

$\omega_о$ – угловая скорость ротора, $с^{-1}$;

$\omega_ж$ – угловая скорость жидкости, $с^{-1}$;

$\omega_{пр}$ – угловая скорость проскальзывания жидкости относительно ротора, $с^{-1}$.

Индексы:

д, с – дисперсная и сплошная фазы;

к.ф. – контакт фаз;

о.т.с. – объем эквивалентной теоретической ступени;

Σ - суммарная;

r_i – рассматриваемый радиус ротора;

о – начальный (около оси вращения) радиус насадки;

н – наружный радиус насадки.

Глава 1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ

1.1. Основные характеристики центробежного поля. Общие положения

Высокоэффективные малогабаритные центробежные аппараты, обладая рядом несомненных преимуществ перед колонными гравитационными аппаратами, имеют и некоторые недостатки, ограничивающие их конкурентоспособность:

- сложность изготовления и обслуживания по сравнению с колонными аппаратами;

- лимитирующим проходным сечением для движения радиальных потоков является центральная секция насадки, находящаяся у оси, где действуют наименьшие центробежные силы.

Соответственно, структура потоков, реализованная в центробежных экстракторах, несмотря на высокую эффективность, далека от совершенства.

Для создания рациональной организации потоков в аппарате необходимы знания не только о закономерностях массопередачи, но и о локальных гидродинамических процессах в элементах насадочных устройств. Поэтому наряду с решением макрозадач при разработке и расчете аппаратов (то есть моделирование, уменьшение продольной и поперечной неравномерности, создание турбулизированного потока) исследователями определяются значимость вклада таких элементар-

ных процессов, как образование и дробление капель, полидисперность, стесненность потока капель в элементах насадок, а также влияние условий обтекания капель несущей средой и их участие в сложном движении потока и явлений диффузионного характера, обусловленных локальными флуктуациями капель в элементах насадок.

Исходя из вышеизложенного представляется целесообразным рассмотреть влияние отдельных элементарных актов на эффективность работы экстрактора, разлагая весь сложный процесс движения потока на ряд элементарных актов, осуществляемых в контактной зоне центробежного экстрактора, начиная от подачи фаз и до выхода их из аппарата (рис. 1.1).

Рассмотрим ряд гидродинамических характеристик центробежных аппаратов.

Известно [8], что при равномерном вращении аппарата угол φ, отсчитываемый от некоторого начального положения, соответствующего моменту времени $T = 0$, равномерно возрастает и за время T_0 радиус описывает угол 2π радиан. Следовательно, угловая скорость $\omega = 2\pi/T_0$, c^{-1}, где продолжительность одного оборота $T_0 = 60/n$. Тогда $\omega = \pi n/30$, c^{-1}.

Следующими характеристиками центробежного поля являются центростремительное ускорение $j = \omega^2 R$ и окружная скорость $W_{ок} = \omega R$. Центробежная сила выражается в виде $C = M \cdot \omega^2 R$. Силы, действующие на движущуюся частицу в среде другой жидкости в центробежном поле (рис. 1.2) [2]:

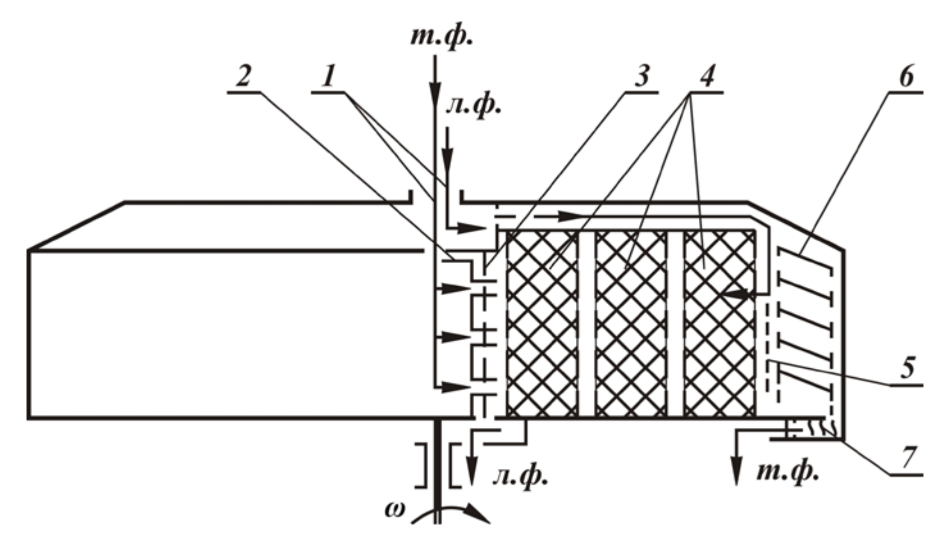


Рис. 1.1. Принципиальная схема безнапорного дифференциально-контактного экстрактора:
1 – узел подачи (трубка, диск, камера); 2 – диспергатор (отверстия, штуцера, щели, сопла); 3 – уровень раздела фаз воздух-жидкость и зона сепарации легкой фазы; 4 - насадочная зона (цилиндры, диски, спирали, ленты и т.п.); 5 – уровень раздела фаз жидкость-жидкость; 6 – сепарационная зона (диски, каналы, полость, круговые щели); 7 - гидрозатвор (выход тяжелой фазы из аппарата)

- центробежная сила инерции $C = (m_к)\omega^2 R$;

- аналог выталкивающей силы Архимеда $A = m_с\omega^2 R$;

- сила инерции Кориолиса $K = 2m_к\omega v$;

- поперечная сила сопротивления Тейлора $T = K_с m_с \omega V$;

- сила лобового сопротивления $S = \psi_с \rho_с v^2 d_к^2$;

- сила инерции относительного движения $P = (dV/dt)m_к$.

Как видно из рис. 1.2, в центробежном поле на движущуюся частицу действуют специфические силы T и K, присущие только для вращающихся потоков. Для рабочих диапазонов центробежных экс-

тракторов значения силы Тейлора малы. Поэтому представляет больший интерес сила Кориолиса, которую иногда необходимо учитывать при расчете и создании конструкции центробежных экстракторов.

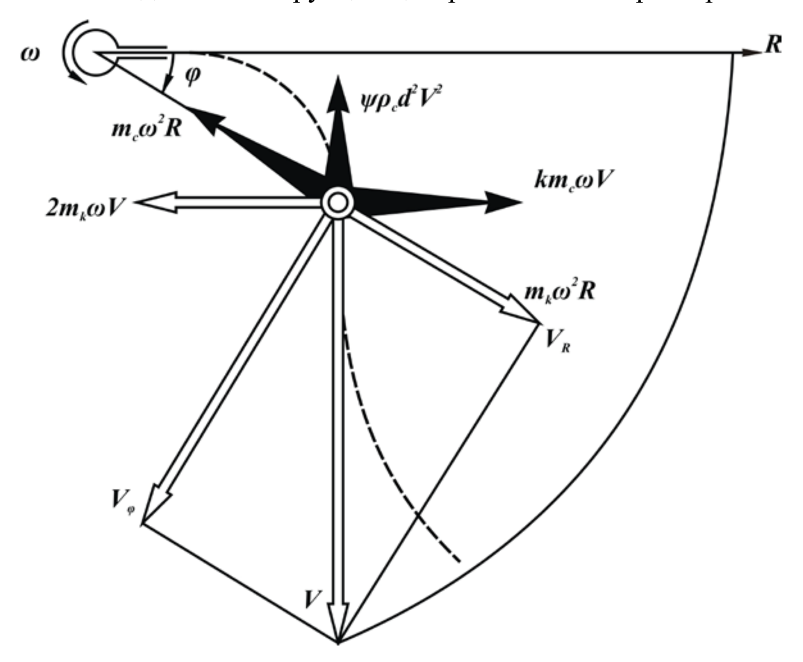


Рис. 1.2. Схема сил, действующих на частицу в центробежном поле.

При равномерном вращении жидкостного кольца под действием центробежных сил внутренняя поверхность его описывается уравнением параболоида вращения (рис. 1.3) [4, 5]

$$P - P_a = \rho g Z + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2},$$

а значение разности радиусов свободной поверхности жидкостного кольца составляет

$$\Delta R' = R_0 - \sqrt{R_0^2 - \frac{2gH}{\omega^2}}.$$

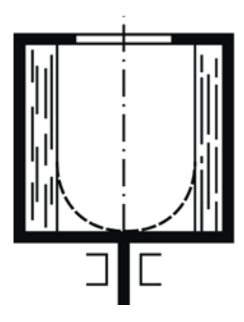


Рис. 1.3. Форма свободной поверхности жидкости в роторе с вертикальной осью вращения.

В случае, когда ось вращения горизонтальная (рис. 1.4), свободная поверхность жидкостного кольца принимает форму цилиндра, ось которого лежит выше оси ротора на расстоянии $e = \dfrac{g}{\omega^2}$. В связи с малыми размерами высоты контактной зоны ротора и большими числами оборотов для практических целей значения величин $\Delta R'$ обычно не учитываются. В дальнейшем будем полагать, что внутренняя поверхность жидкостного кольца представляет собой коаксиальный прямой круговой цилиндр.

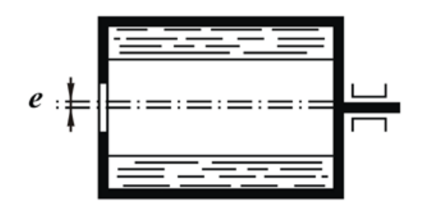


Рис. 1.4. Форма свободной поверхности жидкости в роторе с горизонтальной осью вращения.

Напряженностью центробежного поля принято называть силу, действующую на единицу массы, и она имеет размерность ускорения $E = \omega^2 R$.

Давление, развиваемое жидкостным кольцом во вращающемся роторе, записывается в виде

$$P = \rho_{ж} \frac{\omega^2}{2}\left(R_{н}^{2} - R_{0}^{2}\right).$$

Соответственно, отношение ускорений центробежного и гравитационных полей называют фактором разделения

$$F_{г} = \frac{j}{g} = \frac{\omega^2 R}{g}.$$

1.2. Уравнение неразрывности (сплошности) в цилиндрических координатах

Зависимость между скоростями в потоке жидкости, который движется в центробежных аппаратах, удобно установить, пользуясь цилиндрической системой координат. Выделим внутри потока жидкости

в роторе элементарный объем, ограниченный тремя парами смежных координатных поверхностей (рис. 1.5).

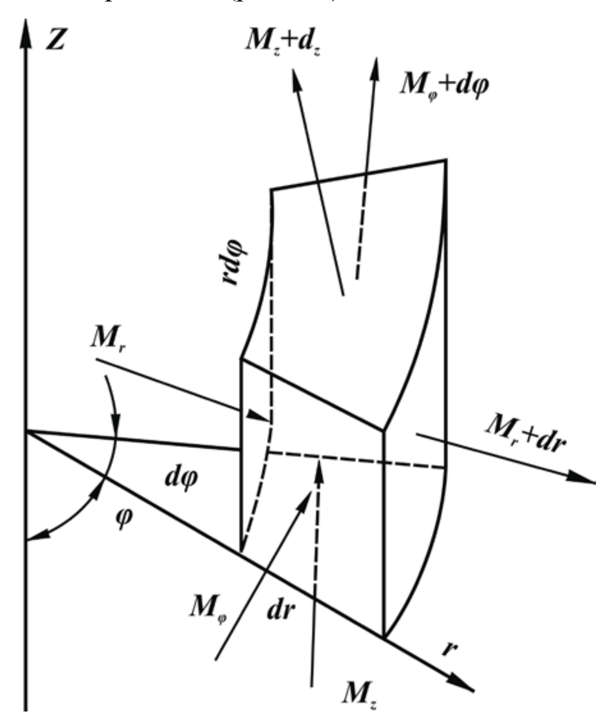


Рис. 1.5. Элементарный объем жидкости в цилиндрической системе координат

Примем, что составляющие скорости потока вдоль осей координат – V_r, V_φ, V_z, а плотность движущейся жидкости - ρ. Тогда через грань выделенного участка площадью r·dφ·dz войдет вдоль оси r за единицу времени масса жидкости

$$M_r = \rho V_r \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau.$$

На противоположной грани выделенного объема скорость и плотность жидкости изменятся и будут равны соответственно

$\left(V_r + \frac{\partial V_r}{\partial r} \cdot dr\right)$ и $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dr\right)$. Тогда через эту противоположную грань за то же время $d\tau$ выйдет масса жидкости

$$M_{r+dr} = \left[\rho \cdot V_r + \frac{\partial(\rho \cdot V_r)}{\partial r} \cdot dr\right] \cdot (r + dr) \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau.$$

Если пренебрежем членом высшего порядка малости, приращение массы в элементарном объеме вдоль оси r составит

$$dM_r = M_r - M_{r+dr} = -\left[\frac{\rho \cdot V_r}{r} + \frac{\partial(\rho \cdot V_r)}{\partial r}\right] \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau.$$

По аналогии приращение массы в выделенном объеме вдоль осей φ и z

$$dM_\varphi = -\frac{\partial(\rho \cdot V_\varphi)}{\partial \varphi} \cdot d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot d\tau;$$

$$dM_z = -\frac{\partial(\rho \cdot V_z)}{\partial z} \cdot dz \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot d\tau.$$

Полное приращение массы в элементарном объеме за время $d\tau$ будет равно сумме найденных приращений. Отсюда

$$dM = -\left[\frac{\rho \cdot V_r}{r} + \frac{\partial(\rho \cdot V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\rho \cdot V_\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial(\rho \cdot V_z)}{\partial z}\right] \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau \cdot dr.$$

Известно, что изменение массы в полностью заполненном жидкостью объеме возможно лишь вследствие изменения плотности жидкости в этом объеме. Это изменение можно представить в форме

$$dM = \left(\rho + \frac{\partial P}{\partial \tau}\right) \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau \cdot dr - \rho \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot d\tau = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot d\tau$$

.

Приравнивая полученные выражения для dM и разделив новое равенство на $dr \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau$, соответственно получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau}+\frac{\rho \cdot V_r}{r}+\frac{\partial(\rho \cdot V_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial(\rho \cdot V_\varphi)}{\partial \varphi}+\frac{\partial(\rho \cdot V_z)}{\partial z}=0 \qquad (1.1)$$

Полученное уравнение представляет собой дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося движения сжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат.

Для установившегося движения $\frac{\partial P}{\partial \tau}=0$ уравнение принимает вид

$$\frac{\rho \cdot V_r}{r}+\frac{\partial(\rho \cdot V_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial(\rho \cdot V_\varphi)}{\partial \varphi}+\frac{\partial(\rho \cdot V_z)}{\partial z}=0$$

Для капельных жидкостей, которые практически несжимаемы (P = const), уравнение неразрывности запишется в форме

$$\frac{V_r}{r}+\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0 \qquad (1.2.)$$

Рассмотрим уравнение неразрывности для однонаправленного движения жидкости в центробежном экстракторе вдоль оси z (осевое движение) и вдоль оси r (радиальное движение). Примем, что при осевом движении жидкости (рис. 1.6) ширина камеры в сравнении с радиусом ротора мала. Это позволяет при рассмотрении скорости потока пренебречь застойными участками. Тогда уравнение неразрывности запишется в виде $\frac{\partial V_z}{\partial z}=0$. Умножая уравнение на $s \cdot dz$, где $s=\pi\left(R_2^2-R_1^2\right)$, и интегрируя, получим среднюю скорость жидкости в сечении площадью s:

$$s\int \frac{\partial V_z}{\partial z} dz = s \cdot V = Q \qquad (1.3)$$

При радиальном движении жидкости в роторе центробежного экстрактора (рис. 1.7), когда жидкость равномерно распределяется по его высоте, уравнение сплошности будет иметь вид

$$\frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_r}{\partial r} = 0.$$

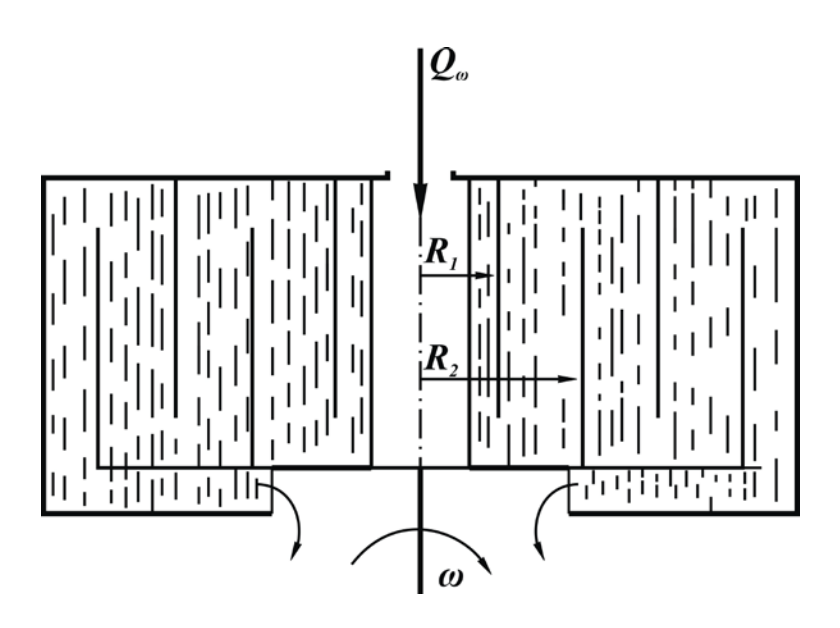


Рис. 1.6. Схема аппарата с коаксиальными цилиндрами

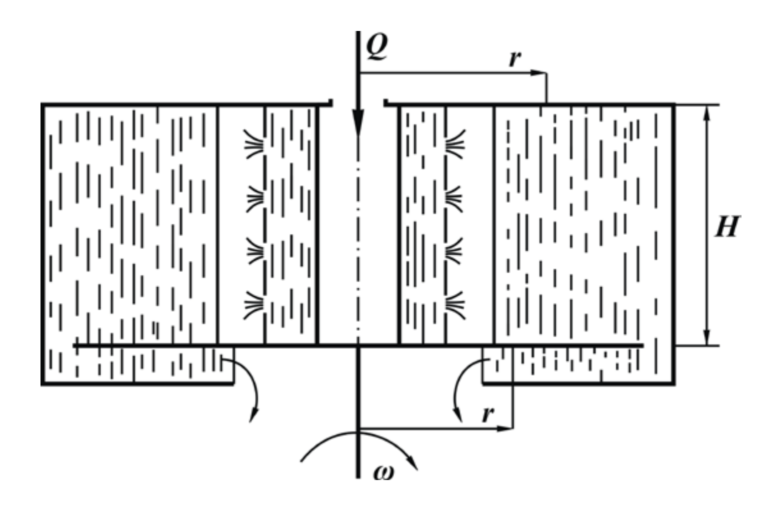


Рис. 1.7. Схема аппарата с полым ротором и диспергатором

Принимая, что в рассматриваемом случае отсутствует осевое и тангенциальное движение жидкости, можно записать

$$\frac{V_r}{r} + \frac{dV_r}{dr} = 0$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$\ln V_r + \ln r + C = 0$$

Откуда $V_r \cdot r = C$. Из рис. 1.7 видно, что $\left(V_r\right)_{r=R} = \frac{Q}{2\pi R \cdot H} = \frac{C}{R}$.

Откуда $C = \frac{Q}{2\pi H}$.

Следовательно, $V = \frac{Q}{2\pi H \cdot r}$ (1.4)

Полученные уравнения (1.3) и (1.4) показывают, что при установившемся движении жидкости в центробежных экстракторах, несмот-

ря на изменения средних скоростей и площадей живых сечений по длине потока, расход в них остается постоянным.

1.3. Дифференциальные уравнения равновесия и движения во вращающемся роторе (уравнение Л.Эйлера)

Зависимость для определения давления покоящейся жидкости относительно вращающегося ротора можно вывести из дифференциальных уравнений равновесия Л.Эйлера, записанных, например, в цилиндрической системе координат, жестко связанной с вращающимся ротором.

Выделим из объема жидкости, вращающейся вместе с ротором и неподвижной относительно его, элементарный участок с ребрами dr, r·dφ, dz (рис. 1.8).

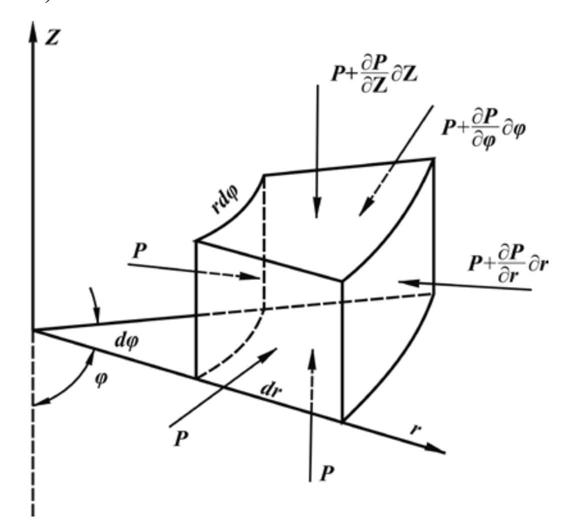


Рис. 1.8. Схема действия давлений на элементарный объем в центробежном аппарате

Будем считать, что гидростатическое давление P является функцией всех трех координат: P = f(r, φ, z). Рассмотрим проекции сил гидростатического давления на оси координат. Известно, что сила, обусловленная действием гидростатического давления на любую из граней участка, равна произведению гидростатического давления P на площадь этой грани. Тогда проекция равнодействующей силы давления по направлению координаты r

$$P \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dr \right) \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz = -\frac{\partial P}{\partial r} \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz$$

Проекция равнодействующей силы давления по направлению координат φ и z:

$$\mathrm{P} \cdot \mathrm{dr} \cdot \mathrm{dz} - \left(\mathrm{P} + \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \varphi} \cdot \mathrm{d}\varphi \right) \cdot \mathrm{dr} \cdot \mathrm{dz} = -\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \varphi} \cdot \mathrm{dr} \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{dz}$$

На рассматриваемый элементарный объем жидкости, кроме сил гидростатического давления, действуют массовые силы, непрерывно распределенные по его объему (сила тяжести, центробежная сила и т.п.). Равнодействующую массовых сил dG можно представить как сумму произведений ускорений j массовых сил на массу жидкости в элементарном объеме:

$$\mathrm{dG} = \sum \mathrm{j_i} \rho_{ж} \mathrm{dr} \cdot \mathrm{r} \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{dz}$$

$$\mathrm{P} \cdot \mathrm{dr} \cdot \mathrm{r} \cdot \mathrm{d}\varphi - \left(\mathrm{P} + \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{z}} \cdot \mathrm{dz} \right) \cdot \mathrm{dr} \cdot \mathrm{r} \cdot \mathrm{d}\varphi = -\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{z}} \cdot \mathrm{dz} \cdot \mathrm{dr} \cdot \mathrm{r} \cdot \mathrm{d}\varphi$$

Плотность $\rho_ж$ жидкости здесь и далее принимается постоянной.

Обозначая проекции ускорения j на оси r, φ, z соответственно через j_r, j_φ, j_z, получим выражения для проекций равнодействующих массовых сил dG на эти оси:

$$dG_r = \sum j_r \cdot \rho \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz;$$

$$dG_\varphi = \sum j_\varphi \cdot \rho \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz;$$

$$dG_z = \sum j_z \cdot \rho \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz.$$

Выделенный элемент жидкости будет находиться в равновесии, если сумма проекций всех сил, действующих на элементарный объем, равна нулю. В этом случае, разделив данные уравнения на величину $dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz$, получим систему уравнений равновесия единичной массы рассматриваемого объема жидкости в общем виде

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \sum j_r = 0;$$

$$-\frac{1}{r \cdot \rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \sum j_\varphi = 0; \qquad (1.5)$$

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + \sum j_z = 0.$$

Для рассматриваемого случая, то есть для жидкости, находящейся во вращающемся роторе, ускорением массовых сил будут центростремительное ускорение $\omega^2 r$, направленное по оси r и, ускорение свободного падения g, направленное по оси z. Окончательно уравнения равновесия Л. Эйлера для жидкости, вращающейся вместе с ротором, запишутся в следующем виде:

$$-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial r}+\omega^2 r=0;$$

$$-\frac{1}{r\cdot\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial\varphi}=0; \qquad (1.6)$$

$$-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial z}-g=0.$$

Ускорением свободного падения g в практических случаях можно пренебречь из-за малости по сравнению с центростремительным ускорением. Тогда можно принять $\frac{\partial P}{\partial z}$ и $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$ равными нулю и, следовательно, заменить $\frac{\partial P}{\partial z}$ на $\frac{dP}{dz}$, а первое уравнение из системы (1.6) можно записать в форме $\frac{dP}{dr}=\rho\omega^2 r.$

Проинтегрировав это уравнение в пределах с $r = r_o$ на $r = r$ (рис. 1.9), получим

$$P=\frac{\rho\omega^2}{2}\left(r^2-r_o^2\right).$$

Последнее уравнение выражает величину давления во вращающейся жидкости.

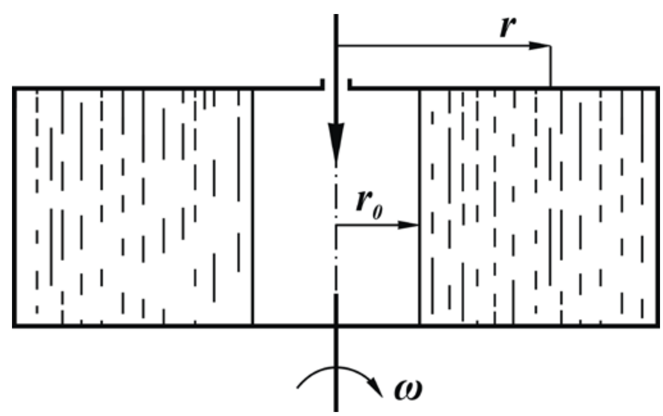


Рис. 1.9. Схема аппарата с полым ротором

При движении жидкости относительно вращающегося ротора, помимо центростремительного ускорения и ускорения свободного падения, будет действовать также ускорение Кориолиса. В частности, при движении жидкости в окружном направлении (по оси φ) будет справедливо ускорение Кориолиса по направлению радиуса, равное $K_r = 2 \cdot \omega \cdot V_\varphi$, и при движении жидкости в радиальном направлении – ускорение Кориолиса по направлению оси φ $K_\varphi = 2 \cdot \omega \cdot V_r$.

Подставляя значения проекций ускорений $\omega^2 r$, g, K_r и K_φ в уравнения (1.5) и используя основной принцип гидродинамики, гласящий, что сумма проекций сил, действующих на движущийся объем жидкости, равна произведению массы жидкости на ее ускорение, получим уравнения движения для единичной массы жидкости

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \omega^2 r + 2\omega V_\varphi = \frac{dV_r}{d\tau};$$

$$-\frac{1}{\rho \cdot r}\cdot\frac{\partial P}{\partial \varphi}-2\omega V_r=\frac{dV_\varphi}{d\tau}; \qquad (1.7)$$

$$-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial z}-g=\frac{dV_z}{d\tau}.$$

Система уравнений (1.7) может быть несколько преобразована. Учитывая, что компоненты скорости являются непрерывной функцией r, φ, z и τ, правую часть этих уравнений выразим через частные производные:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}V_r+\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi}V_\varphi+\frac{\partial V_r}{\partial z}V_z+\frac{\partial V_r}{\partial \tau}-\frac{1}{r}V_\varphi^2=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}+\omega^2 r+2\omega V_\varphi;$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}V_r+\frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi}V_\varphi+\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}V_z+\frac{\partial V_\varphi}{\partial \tau}+\frac{1}{r}V_R V_\varphi=-\frac{1}{\rho \cdot r}\frac{\partial P}{\partial \varphi}-2\omega V_r; \qquad (1.8)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial r}V_r+\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}V_\varphi+\frac{\partial V_z}{\partial z}V_z+\frac{\partial V_z}{\partial \tau}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}-g.$$

Полученная система уравнений (1.8) представляет собой дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Л.Эйлера в поле действия центробежных сил.

Одним из решений дифференциальных уравнений движения Л.Эйлера для установившегося потока невязкой жидкости (1.7) является уравнение Бернулли, имеющее большое практическое применение при расчете параметров движения жидкости во вращающихся роторах. Для вывода уравнения Бернулли умножим левые и правые части уравнений (1.7) соответственно на dr, rdφ, dz. После сложения правых и левых частей уравнений получим

$$V_r dV_r + V_\varphi dV_\varphi + V_z dV_z =$$
$$= -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial r}dr + \frac{\partial P}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial P}{\partial z}dz\right) + \omega^2 rdr + 2\omega V_\varphi dr - 2\omega V_r rd\varphi - gdz. \quad (1.9)$$

Можно записать

$$V_r dV_r = d\left(\frac{V_r^2}{2}\right);$$

$$V_\varphi dV_\varphi = d\left(\frac{V_\varphi^2}{2}\right);$$

$$V_z dV_z = d\left(\frac{V_z^2}{2}\right).$$

А их сумма

$$d\left(\frac{V_r^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_\varphi^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V_r^2 + V_\varphi^2 + V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

при установившемся движении давления в данной точке не зависит от времени. Следовательно, сумма слагаемых в скобках уравнения (1.9) представляет собой полный дифференциал dP. Тогда уравнение (1.9) запишется в виде

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = -\frac{dP}{\rho} + \omega^2 rdr + 2\omega V_\varphi dr - 2\omega V_r rd\varphi - gdz.$$

После интегрирования этого уравнения получим

$$\frac{V^2}{2} + \frac{1}{\rho}P - \frac{\omega^2 r^2}{2} - 2\omega\int V_\varphi dr + 2\omega\int V_r rd\varphi + gz = const.$$

Для частного случая, когда V_φ и V_z равны нулю, то есть когда линия тока жидкости совпадает с направлением оси z (осевое движение), последнее уравнение принимает вид

$$\frac{V_z^2}{2}+\frac{P}{\rho}-\frac{\omega^2 r^2}{2}+gz=\text{const}. \qquad (1.10)$$

Если рассматривать движение для двух сечений струйки в направлении оси вращения, то для случая полностью заполненного ротора жидкостью можно записать

$$\frac{V_{z1}^2}{2}+\frac{P_1}{\rho}-\frac{\omega^2 r^2}{2}+gz_1=\frac{V_{z2}^2}{2}+\frac{P_2}{\rho}-\frac{\omega^2 r^2}{2}+gz_2. \qquad (1.11)$$

1.4. Истечение жидкостей из затопленных насадок (диспергаторов)

Центробежное поле характеризуется рядом свойств, отличающих его от поля действия сил тяжести. Во-первых, поверхностями равного давления в центробежном поле являются поверхности коаксиальных цилиндров с общей осью, совпадающей с осью вращения центробежного аппарата. Во-вторых, величина центробежной силы, в отличие от силы тяжести, есть величина переменная, зависящая от радиуса и угловой скорости вращения. В-третьих, центробежное поле характеризуется силой Кориолиса, которая появляется при относительном движении тела в направлении, отличном от направления оси вращения. Величина и направление этой силы зависят от массы тела, радиуса вра-

щения, угловой скорости и направления движения. Ввиду вышеперечисленных свойств центробежного поля, как отмечено автором [2], явления, происходящие в нем, качественно отличаются от явлений, происходящих в поле действия сил тяжести.

Особенности центробежного поля значительно затрудняют анализ процессов истечения жидкостей с использованием методов классической гидромеханики [47-51]. Поэтому необходимость расчета центробежных аппаратов, отдельных его узлов, где происходит течение и истечение жидкостей, вынуждает стать на путь экспериментального исследования [17]. Проведение исследований по выявлению закономерностей течения жидкостей через затопленные отверстия в центробежном поле имеет важное значение для расчета предельных скоростей потоков в центробежных экстракторах, для определения оптимальной площади сечения каналов в контактных элементах и выбора наиболее рационального режима работы аппарата.

Анализ конструкций и работы противоточных центробежных экстракторов показывает, что процесс течения жидкостей через отверстия в контактных элементах этих аппаратов можно подразделить:

а) на истечение из круглых и щелевых отверстий (рис. 1.10г-1.10е);

б) на двухфазное противоточное течение жидкостей через круглые и щелевые отверстия (рис. 1.10д), через кольцевые щели и щели, образованные плоскими (рис. 1.10ж), коническими насадками (рис. 1.10з, 1.10и) и насадками сложной формы (рис. 1.10к, рис. 1.10л, 1.10м).

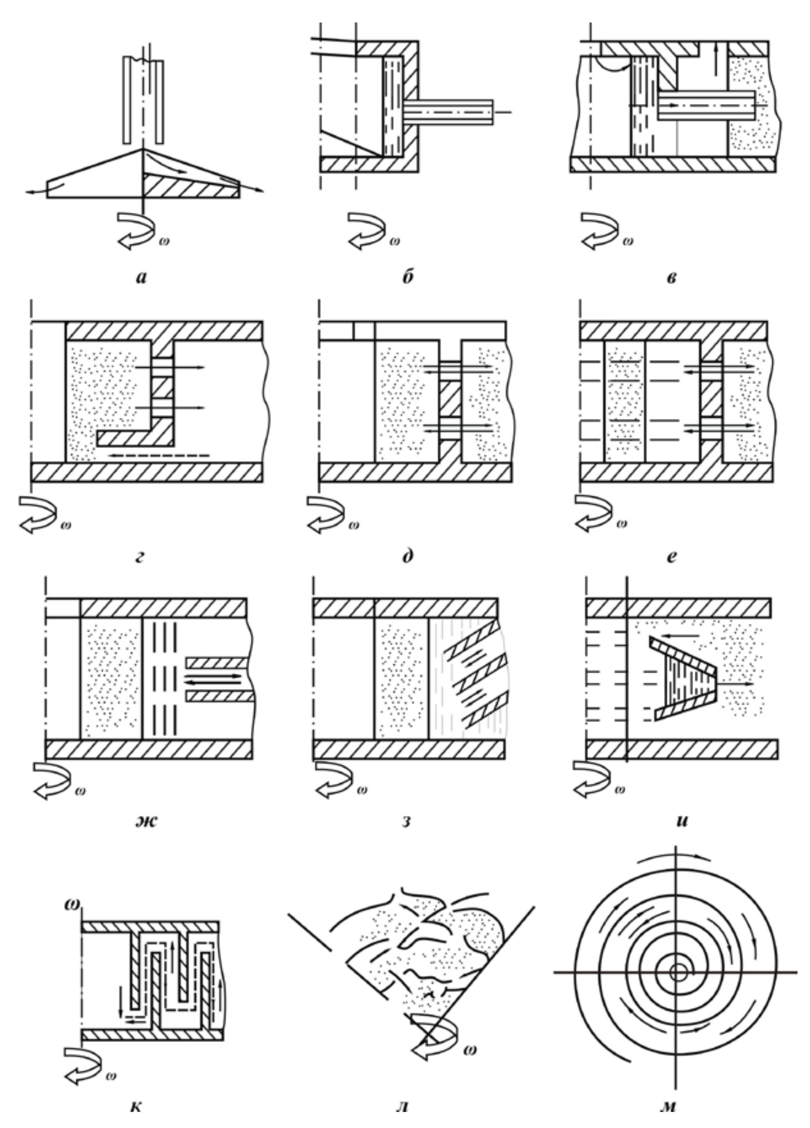


Рис. 1.10. Виды течений потоков в распылительных устройствах через отверстия контактных элементов противоточных центробежных экстракторов: а-в - истечение жидкостей из диспергирующих распылительных устройств; г-и - одно- и двухфазное течение потоков через элементы и насадки; к-м - сложное движение потоков в межнасадочных зазорах насадки центробежных массобменных аппаратов.

Дополнительный анализ явлений, имеющих место при течении жидкостей через отверстия в поле действия центробежных сил, приводит к выводу о качественном отличии их от явлений, которые возникают при течении жидкостей через отверстия в гравитационном поле, вследствие существенного различия свойств гравитационного и центробежного полей (рис. 1.11–1.13).

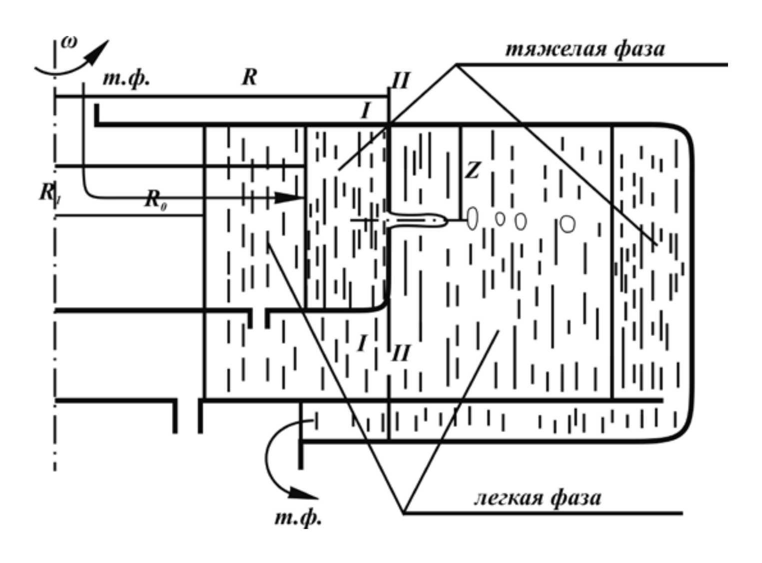


Рис. 1.11. Схема истечения жидкости из отверстий тонкостенного цилиндра.

Помимо того что центробежная сила инерции, в отличие от силы земного притяжения, является величиной переменной, зависящей от величины радиуса ротора и угловой скорости вращения, существенную роль при истечении играют кориолисовы силы инерции, появляющиеся при относительном движении жидкостей (рис. 1.13).

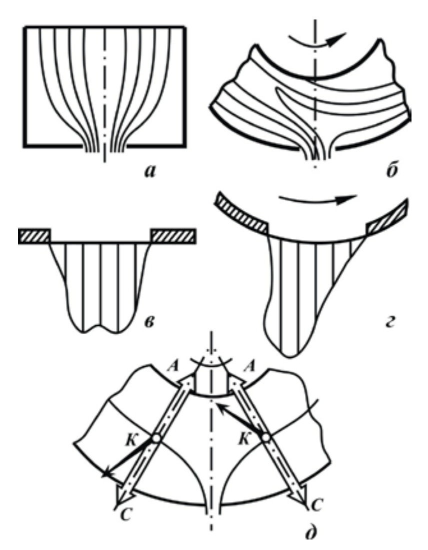


Рис. 1.12. Схема линий тока и эпюры скоростей при истечении:

а, в - в гравитационном поле; б, г - в центробежном поле;

д - схема сил, действующих на жидкость в трубке тока (в преположении симметричного подтекания к отверстию); А - архимедова сила вытеснения, К - кориолисова сила инерции, С - центробежная сила инерции

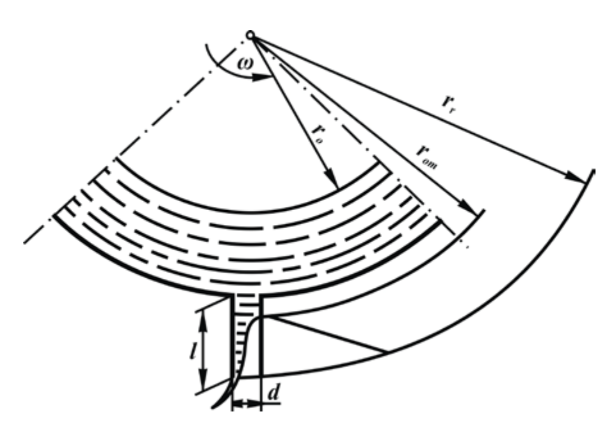


Рис. 1.13. Схема отрыва струи от стенки сопла.

Под действием этих сил нарушается симметрия и коэффициент расхода μ' уменьшается с увеличением отношения длины сопла ℓ к его диаметру d. Этот вывод, видимо, следует считать ошибочным, так как вследствие возрастания по радиусу центробежной силы, действующей на текущую в канале сопла жидкость, движение ее должно быть ускоренным, а из условий неразрывности потока следует, что сечение потока жидкости в канале сопла должно постоянно уменьшаться пропорционально росту скорости жидкости.

Вследствие постоянства сечения канала произойдет отрыв струи от стенки сопла со стороны, противоположной действию кориолисовой силы (см. рис. 1.13) и изменится характер распределения скоростей и давлений не только в этом слое, но и в струе, проходящей через отверстие. Поэтому рекомендации, данные Д.Е. Шкоропадом [4] по использованию уравнений, полученных при исследовании истечения в аппаратах гравитационного типа, для определения расхода жидкостей через отверстия в контактных элементах центробежных экстракторов можно использовать лишь для ориентировочных расчетов.

1.5. Вывод функциональной зависимости для определения коэффициента расхода для центробежных аппаратов

Известно, что расход жидкости при истечении из отверстий определяется по зависимости

$$Q = \mu' Q_т, \tag{1.12}$$

где Q – действительный расход жидкости; $Q_т$ – теоретический расход жидкости; μ' - коэффициент расхода.

Для вывода уравнения теоретического расхода жидкости через отверстие в тонкой стенке в поле действия центробежных сил рассмотрим схему истечения (см. рис. 1.12). Выделим участок трубки тока, расположенной между сечениями I-I и II-II, и запишем уравнение Бернулли для этих сечений

$$\rho_д \frac{V_1^2}{2} + \rho_д \frac{\omega^2 \left(R^2 - R_1^2\right)}{2} + \rho_с \frac{\omega^2 \left(R_1^2 - R_о^2\right)}{2} + \rho_д gz = \rho_д \frac{V_2^2}{2} + \rho_с \frac{\omega^2 \left(R^2 - R_о^2\right)}{2} + \rho_с gz, \quad (1.13)$$

где V_1 – скорость течения жидкости перед отверстием; V_2 – скорость течения жидкости в отверстии. Учитывая, что в центробежных аппаратах ускорение $\omega^2 R$ обычно более чем на два порядка превосходит ускорение силы тяжести, влиянием последних членов обеих частей уравнения (1.12) на скорость истечения жидкостей можно пренебречь.

Осуществив указанное упрощение в (1.12), получим уравнение теоретической скорости истечения

$$V_2 = \omega \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_д} \cdot \frac{R^2 - R_1^2}{\left[1 - \left(\frac{F_о}{F_ц}\right)^2\right]}},$$

где $F_о$ - площадь поперечного сечения отверстий в цилиндрической стенке; $F_ц$ - площадь поверхности контактного цилиндра; $\Delta\rho$ - разность плотностей фаз. Величина $F_о/F_ц$, которая учитывает скоростной напор перед отверстием истечения, будет также пренебрежимо мала для центробежных экстракторов, площадь сечения отверстий которых не превышает 10%.

С учетом упрощений расчет теоретической скорости истечения можно вести по формуле

$$V_2 = \omega\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_д}\left(R^2 - R_1^2\right)}. \qquad (1.14)$$

При выводе уравнения (1.14) для теоретической скорости истечения нами не учитывалось влияние кориолисовой силы инерции, под действием которой нарушается симметрия линий тока в слое жидкости перед отверстием, а также изменяется характер распределения скоростей как в слое, так и в самой струе (см. рис. 1.13). Поэтому коэффициент расхода μ' будет зависеть от величины кориолисовой силы, которая является, в свою очередь, функцией $\rho_д$, V, ω.

Как уже было отмечено, при подходе истекающей жидкости к отверстиям истечения вследствие действия кориолисовой силы инерции произойдет также отставание жидкости от ротора, скорость вращения которого принята в уравнении для теоретической скорости. Причем чем больше площадь сечения отверстий, тем вследствие увеличения радиальной составляющей скорости жидкости в сечении I-I (см. рис. 1.12) произойдет большее ее отставание. Силами, препятствующими отставанию, являются силы трения жидкости о поверхность перфорированного цилиндра и стенки ротора. Поэтому влияние этого эффекта кориолисовой силы на коэффициент расхода можно учесть отношением $F_о/F_ц$. Помимо этого, на струю за сечением II-II будет действовать центробежная сила инерции $\Delta\rho\omega^2R$, которая из-за наличия вязкости истекающей жидкости будет оказывать влияние на скорость истечения. Следовательно, μ' будет также зависеть и от $\Delta\rho$, R.

Допустим, что, как и в случае истечения из отверстий в гравитационном поле [32], силы поверхностного натяжения не окажут замет-

ного влияния на коэффициент расхода. Тогда μ′ будет определяться значением параметров:

$$\mu' = \varphi\,(V,\ \omega,\ R,\ \Delta\rho,\ \rho_д,\ F_о/F_ц).$$

Методом анализа размерностей для коэффициента расхода найдена следующая функциональная зависимость:

$$\mu' = A'\left(\frac{V}{\omega R}\right)^a \left(\frac{\rho_Д}{\Delta\rho}\right)^b \left(\frac{F_o}{F_ц}\right)^c. \qquad (1.15)$$

где V – скорость истечения из отверстий; R – радиус перфорированного цилиндра.

Для случая истечения тяжелой фазы из круговых конических дисков исследования проводились также для получения зависимостей по определению теоретической скорости по уравнению Бернулли [6]. Для выделенного участка «трубки тока», расположенного между сечениями I-I и II-II (рис. 1.14), в случае истечения из круговой щели конической насадки запишем

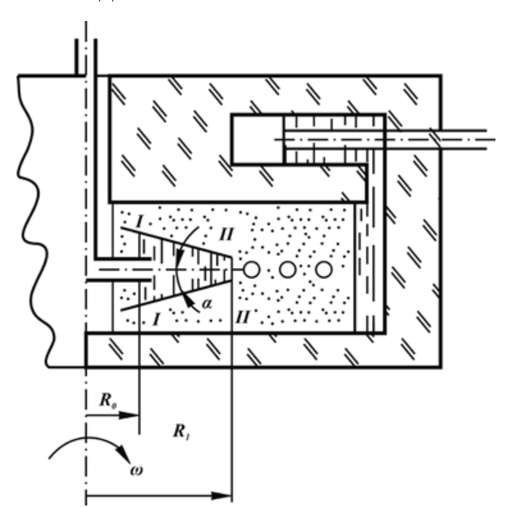


Рис. 1.14. Схема цилиндрического ротора с конической насадкой

$$\mathrm{Pa} + 0{,}5\rho_с\omega_о^2\left(R_1^2 - R_о^2\right) + \rho_с gz + 0{,}5\rho_д\left(V_1^т\right)^2 = \mathrm{Pa} + 0{,}5\rho_д\omega_о^2\left(R_1^2 - R_о^2\right) +$$
$$+ \rho_с gz + 0{,}5\rho_д\left(V_2^т\right)^2 - 0{,}5\left(\rho_д - \rho_с\right)\omega^2\left(R_1^2 - R_о^2\right) = \mathrm{const},$$

где $V_1^т, V_2^т$ - скорости тяжелой дисперсной фазы в сечениях I-I, II-II соответственно. Откуда

$$Q_m = V_2^m f_o = 2\pi Rh\sqrt{\left(V_1^m\right)^2 + \Delta\rho\omega_o^2\left(R_2^2 - R_1^2\right)\cdot\rho_д^{-1}}\,, \qquad (1.16)$$

$$\mu' = A\left(\frac{\rho_д V_д}{\Delta\rho\omega_о R}\right)^a\left(\frac{f_о}{f_к}\right)^в\left(\frac{Q_с}{Q_д}\right)^c. \qquad (1.17)$$

И для вязких систем

$$\mu' = A'\cdot(Fr)^a(Re_d)^в(Re_c)^c(We)^d\left(\frac{Q_д}{Q_с}\right)^e\left(\frac{f_к}{f_о}\right)^к\left(\frac{h}{R}\right)^m\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^n \qquad (1.18)$$

Здесь комплексы $\frac{f_к}{f_о}$ и $\frac{h}{R}$ учитывают влияние величины подпора слоя жидкости перед отверстием (щелью истечения) и влияние сил Кориолиса (изменение давления слоя при наличии проскальзывания слоя жидкости относительно вращающихся стенок элементов ротора); $\frac{Q_д}{Q_с}$ - влияние движения среды (легкой фазы) прямотоком или противотоком; $\frac{\Delta\rho}{\rho_д}$ - влияние силы Архимеда в центробежном поле;

$$Fr = \frac{V_д\rho_д}{\Delta\rho\omega R}; \quad Re_д = \frac{\rho_д V_д d_{экв}}{\mu_д}; \quad Re_с = \frac{\rho_с V_R d_{экв}}{\mu_с}; \quad We = \frac{\rho_д V_д^2 d_{экв}}{\sigma}; \quad d_{экв} = 2h;$$

$$f_о = 2\pi Rh; \quad f_к = 2\pi\left(\frac{2R\Delta R - \Delta R^2}{\cos\alpha} + hR\right); \quad V_д = \frac{Q_д}{2\pi Rh}; \quad V_с = \frac{Q_с}{2\pi Rh}.$$

Процесс истечения жидкости в промышленных центробежных экстракторах имеет два характерных вида истечения: а) когда процесс истечения определяется рядом факторов, в том числе и положением уровня легкой фазы $R_с$ (рис.1.15а); б) когда этот фактор не определяет процесс истечения (рис. 1.15б).

Рис. 1.15. Схема истечения жидкости из диспергатора:
а – при давлении жидкостного кольца тяжелой фазы, б – при давлении обеих фаз

Соответственно для каждого вида истечения получены в явном виде выражения для теоретической скорости истечения:

$$V_т = \sqrt{\frac{\rho_u \omega^2 \left(R^2 - R_1^2\right) - \rho_c \omega^2 \left(R^2 - R_2^2\right) - \rho_c V_c^2}{\rho_u \left[1 - \left(\frac{F_I}{F_{II}}\right)^2\right]}}\,; \qquad (1.19)$$

$$V_т = \sqrt{\frac{\Delta\rho \omega^2 \left(R^2 - R_1^2\right) - \rho_c V_c^2}{\rho_u \left[1 - \left(\frac{F_I}{F_{II}}\right)^2\right]}}\,, \qquad (1.20)$$

Для каждого типа насадок (рис. 1.15) отношение площадей поперечного сечения выражается следующими зависимостями:

- тип 1: $\frac{F_I}{F_{II}} = \left(\frac{d_o}{d_н}\right)^2$;

- тип 2: $\frac{F_I}{F_{II}} = \left[\frac{d_o}{\left(d_o + 2\Delta R \operatorname{tg}\alpha / 2\right)}\right]^2$;

- тип 3 и 5 : $\frac{F_I}{F_{II}} = \left[\frac{h_o}{\left(h_o + 2\Delta R \operatorname{tg}\alpha / 2\right)}\right]^2$;

- тип 4: $\frac{F_I}{F_{II}} = \left[\frac{S_o}{\left(S_o + 2\Delta R \operatorname{tg}\theta / 2\right)}\right]^2$,

где R, R_1, R_c, d_o, h_o, S_o, α, θ, φ - геометрические размеры, причем $\Delta R = R - R_1$ (рис. 1.15).

Для описания коэффициента расхода от определяющих его параметров также использовалась функциональная зависимость вида

$$\mu' = f(Re, We, Fr, K, A_\rho, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \sin\alpha, \sin\theta),$$

которая включает в себя критерии Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{\rho_u V_u d_o}{\eta_u}$, Вебера $We = \frac{\rho_u V_u^2 R}{\sigma}$, Кариолиса $K = \frac{\rho_c V_c^2}{\rho_u R \Delta R \omega^2}$ и безразмерные комплексы $Г_1 = \frac{d_o}{R}$, $Г_2 = \frac{d\mu}{R}$ и $Г_3 = \frac{\Delta R}{R}$.

1.6. Уравнение движения струи при истечении жидкостей из отверстий насадок в поле действия центробежных сил

Известно, что характер затопленного истечения существенно отличается от истечения жидкостей в газовую фазу. Струя жидкости или пленки, вытекающая из затопленного элемента насадки, попадая в среду жидкости, одинаковой или мало отличающейся по физико-химическим параметрам (согласно теории Абрамовича), растекается в ней. И при числах Re выше критических в струе наблюдаются турбулентные вихри, которые образуют с неподвижной средой турбулентный слой, живое сечение струи при этом растет, а скорость по оси струи быстро падает. На основании решения уравнения Бернулли в работе подтверждено, что коэффициент расхода для затопленного истечения меньше коэффициента расхода для истечения в газовую среду. Еще более характерная зависимость его в случае истечения при противотоке другой жидкости, когда на движение жидкостей в центробежных аппаратах накладывается действие сил центробежного поля. В случае большой скорости истечения струи из отверстий и малой разности плотностей фаз кориолисовы силы могут по величине пре-

вышать центробежные, что приводит к значительному изгибу струи, в том числе и к обратному направлению движения.

Так, при экспериментальном исследовании истечения различных жидкостей из отверстий при струйных и факельных режимах истечения наблюдалось сильное отклонение струи от начального радиального направления в сторону действия кориолисовой силы. Было замечено, что при одних и тех же скоростях вращения аппарата и истечения жидкостей из отверстий отклонение струи было тем больше, чем меньше разность плотностей сплошной и дисперсной фаз. Наблюдения за характером изменения траектории струи при истечении через отверстие показали, что для некоторых систем при определенных скоростях вращения аппарата и истечения наблюдалось явление «всплывания» струи тяжелой жидкости в среде легкой (рис. 1.16).

Рис. 1.16. Всплывание струи тяжелой жидкости в среде легкой

Как видно на фотографии (рис. 1.16), струя тяжелой жидкости, описав дугу, ударялась о внешнюю поверхность контактного цилиндра. После удара струя растекалась и затем распадалась на крупные капли, размер которых в несколько раз превышал размер капель, образующихся при капельных режимах истечения из того же отверстия. Вследствие этого происходит резкое сокращение поверхности контакта фаз. Эти результаты находятся в противоречии с результатами диспергирования жидкостей в гравитационном поле, где размер капель, образующихся при распаде струи, неуклонно уменьшается с ростом скорости истечения.

Качественное и количественное изучение явления «всплывания» струи при истечении в центробежном поле может иметь практическое применение при выборе оптимальных гидродинамических режимов и при проектировании центробежных экстракторов, у которых поверхность контакта фаз обеспечивается диспергированием жидкостей при истечении из отверстий (экстракторы типа «Подбильняк», «НИИХИММАШ», «ТФ»).

Анализ причин, вызывающих «всплывание» струи тяжелой жидкости в среде легкой в центробежном поле, свидетельствует о сложности и малой изученности происходящих при этом явлений, что затрудняет возможность строгого теоретического подхода к отысканию уравнений, описывающих изменение траектории и формы струи в зависимости от определяющих ее величин. В связи с этим была предпринята попытка решения указанной задачи при следующих допущениях:

а) жидкости, составляющие дисперсную и сплошную фазы, идеальные;

б) струя имеет бесконечно малое сечение и не распадется под действием капиллярных сил, то есть представляется как бесконечный ряд движущихся материальных точек;

в) центробежные силы достаточно велики, чтобы силой тяжести, действующей на материальную точку, можно пренебречь.

Такая постановка задачи позволяет вскрыть взаимосвязь между величинами, определяющими траекторию движения струи, а именно: угловой скоростью вращения аппарата ω, радиусом перфорированного цилиндра R, разностью плотностей дисперсной и сплошной фаз Δρ, начальной скоростью истечения V_o и направлением истечения диспергируемой жидкости.

Для вывода уравнения относительного движения струи при истечении из отверстий в перфорированном цилиндре выберем подвижную систему отсчета R, φ и Z, которая вращается вокруг оси Z с угловой скоростью ω и рассматривается относительно неподвижной системы O′X′У′Z′ (рис. 1.17а). Принимаем: φ - относительный угол поворота; $\dot{\varphi}$ - относительная угловая скорость; φ_o – абсолютный угол поворота; $\dot{\varphi}_o$ - абсолютная угловая скорость; Φ – переносный угол поворота; $\dot{\Phi}$ - переносная угловая скорость. Заметим, что $\dot{\varphi}_o = \dot{\Phi} - \dot{\varphi}$, $\dot{\Phi} = \omega$. Так как ω = const, то $\ddot{\Phi} = \frac{d\omega}{dt} = 0$ и, следовательно, $\ddot{\varphi}_o = -\ddot{\varphi}$.

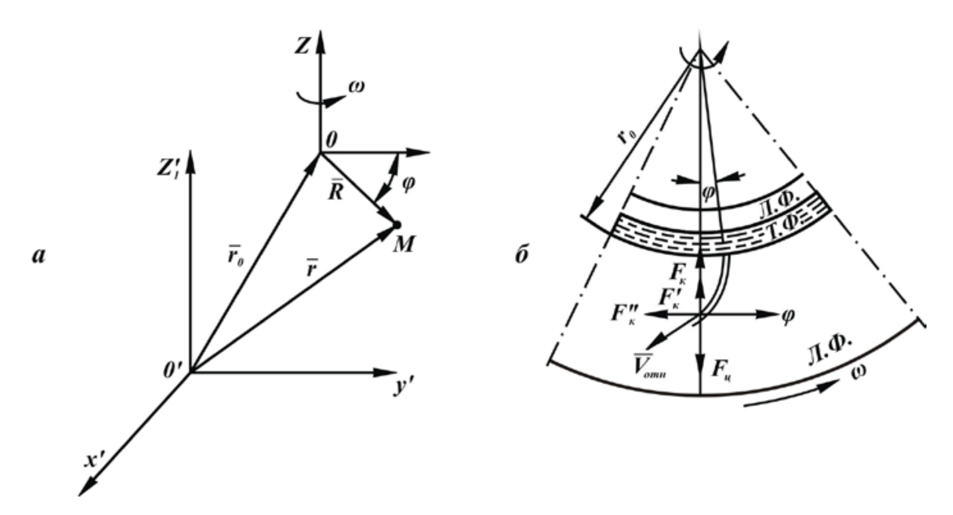


Рис. 1.17. К выводу уравнения движения

а – проекция сил, действующих на частицу тяжелой фазы, движущуюся в среде легкой фазы, б – схема действия сил на частицу жидкости в струе

Рассмотрим случай, когда материальная частица движется от центра к периферии ротора. Проектируя действующие силы на оси R и φ, получим исходную систему уравнений, описывающих движение тяжелой материальной точки:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{R} - R(\omega - \varphi)^2 + \frac{\rho_л}{\rho_т}\omega^2 R = 0, \\ &R\ddot{\varphi} - 2\dot{R}(\omega - \varphi) = 0. \end{aligned}\right\} \quad (1.21)$$

Система уравнений (1.21) преобразуется к виду

$$\left.\begin{aligned} &\rho_т\left(\frac{dV_R}{dt} - \frac{V_\varphi^2}{R}\right) - \rho_т\omega^2 R + \rho_л\omega^2 R + \rho_т 2\omega V_\varphi = 0, \\ &\rho_т\frac{dV_\varphi}{dt} + \frac{V_R V_\varphi}{R} - \rho_т 2\omega V_R = 0. \end{aligned}\right\} \quad (1.22)$$

Система уравнений (1.22) раскрывает проекции действующих сил на материальную частицу тяжелой жидкости, движущуюся в среде легкой (рис. 1.17а,б). Принимая во втором уравнении (1.22) $\omega - \dot{\varphi} = u, \quad \dot{u} = -\ddot{\varphi}$, после разделения переменных получим

$$\frac{dV}{V} = -2\frac{dR}{R}.$$

Проинтегрировав последнее выражение, найдем

$$\ln V = -2\ln R + \ln C_1$$

или

$$\omega - \dot{\varphi} = \frac{C_1}{R^2}, \qquad (1.23)$$

где C_1 – постоянная интегрирования. При граничных условиях t = 0, φ = 0, R = R_o будем иметь $C_1 = \omega R_o$. Подставляя последнее выражение в (1.23), получим

$$\dot{\varphi} = \omega\left(1 - \frac{R_o^2}{R^2}\right). \qquad (1.24)$$

Подставив в первом уравнении системы (1.21) значения величин

$$\dot{R} = V_R; \quad \ddot{R} = \frac{dV_R}{dR}\frac{dR}{dt} = V_R\frac{dV_R}{dR}; \quad \frac{\rho_т}{\rho_л} = m_1$$

и разделив переменные, запишем

$$V_R dV_R = -\frac{\omega^2}{m_1}RdR + C_1^2\frac{dR}{R^3}.$$

После интегрирования находим

$$\frac{V_R^2}{2} = -\frac{C_1^2}{2R^2} - \frac{\omega^2 R^2}{2m} + \frac{D_1}{2}. \qquad (1.25)$$

Постоянная интегрирования при t = 0, $R = R_o$, $V_R = V_o$ определится как

$$D_1 = V_o^2 + \frac{\omega^2 R_o^2}{m} + \frac{C_1^2}{R_o^2}.$$

Учитывая, что $V_R = \frac{dR}{dt}$; $\frac{D_1^2}{4b^2} - C_1^2 = A_1^2$; $\left(bR^2 - \frac{D}{2b}\right)^2 = \alpha_1^2$,

а $b^2 = \frac{\rho_л}{\rho_т}\omega^2$ подставим их значения в уравнение (1.25) и, проинтегрировав его, получим

$$t = \pm\frac{1}{2b}\arcsin\frac{\alpha_1}{A_1} + E_1. \qquad (1.26)$$

При t = 0, $R = R_o$ и $\alpha = \frac{V_o}{\omega R_o}$

$$E_1 = \pm\frac{1}{2b}\arcsin\frac{(1 - a^2 m_1 - m_1)}{\sqrt{(1 + a^2 m_1 + m_1)^2 - 4m_1}}. \qquad (1.27)$$

Подставив найденное значение E из (1.27) в уравнение (1.26) и решая относительно R, получим

$$\left(\frac{R}{R_o}\right)^2 = \frac{(1 + a^2 m_1 + m_1)}{2} + \frac{\sqrt{(1 + a^2 m_1 + m_1)^2 - 4m_1}}{2}\cdot$$

$$\cdot\sin\left[2bt + \arcsin\frac{(1 - a^2 m_1 - m_1)}{\sqrt{(1 + a^2 m_1 + m_1)^2 - 4m_1}}\right]. \qquad (1.28)$$

Интегрируя уравнение (1.24) после подстановки в него значения $\left(\frac{R_o}{R}\right)^2$ из последнего уравнений (1.28), получим изменение относительного угла поворота

$$\varphi = \omega t - \operatorname{arctg}\left[\sqrt{m_1\left(a^2+1\right)}\operatorname{tg}\frac{\omega t}{\sqrt{m_1}} + a\right] + \operatorname{arctg}\alpha . \qquad (1.29)$$

Для случая, когда материальная частица легкой жидкости движется в среде тяжелой фазы к центру вращения, уравнение движения запишется

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{R} - \dot{R}\left(\omega + \dot{\varphi}\right)^2 + \frac{\rho_т}{\rho_л}\omega^2 R = 0,\\ &R\ddot{\varphi} + 2\dot{R}\left(\omega + \varphi\right) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.30)$$

Выполнив операции, подобные изложенным выше, найдем, что для случая истечения легкой жидкости траектория струи опишется следующими уравнениями

$$\left(\frac{R}{R_o}\right)^2 = \frac{m_1 + a^2 + 1}{2m_1} + \frac{\sqrt{\left(1 + a^2 + m_1\right)^2 - 4m_1}}{2m_1} \cdot$$

$$\cdot \sin\left[2b' t + \arcsin\frac{m_1 - a^2 - 1}{\sqrt{\left(1 + a^2 + m_1\right)^2 - 4m_1}}\right]; \qquad (1.31)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{a^2+1}{\sqrt{m_1}}\operatorname{tg}\sqrt{m_1\omega t} + a\right] - \operatorname{arctg}\alpha - \omega t\,, \qquad (1.32)$$

где $b' = \sqrt{\frac{\rho_т}{\rho_л}\cdot\omega}$.

Из рассмотрения полученных уравнений (1.28)-(1.29) и (1.31)-(1.32) видно, что в первом случае они представляют собой уравнение эпициклоиды, а во втором случае – уравнение гипоциклоиды в полярных координатах.

Таким образом, теоретический анализ позволяет заключить, что изгиб и «всплывание» струи диспергируемой жидкости в центробежном поле вызваны главным образом взаимодействием центробежной, кориолисовой сил инерции и силы вытеснения (аналогом силы Архимеда в центробежном поле). Однако в исходных уравнениях нами не учтена сила трения между струей и окружающей жидкостью, а эта сила является одной из причин переноса энергии из фазы в фазу. Увлекаемые струей прилегающие слои легкой жидкости, составляющие сплошную фазу, движутся в направлении, противоположном окружной скорости аппарата, что приводит к возникновению потока увлекаемой легкой фазы, направленного к центру аппарата. Этот образовавшийся поток должен способствовать еще большему искривлению траектории струи тяжелой жидкости.

Для оценки степени влияния гидродинамического взаимодействия струи с окружающей ее средой на траекторию струи нами выполнены экспериментальные исследования реальной траектории струи. В процессе экспериментов параметры, влияющие на траекторию струи, меня-

лись в следующих пределах: число оборотов ротора - 600-1000 об/мин; диаметр отверстия истечения - 1,4-2,5 мм; толщина слоя тяжелой жидкости перед отверстием - 3,5-10 мм. Контактный цилиндр, в котором имелось отверстие для истечения, был диаметром 86 мм.

Поскольку при экспериментальном исследовании нами охвачен узкий диапазон изменения параметров, определяющих траекторию струи, полученные данные позволяют сделать лишь предварительные выводы:

1. Вследствие гидродинамического взаимодействия струи с окружающей средой траектория струи изгибается сильней, чем это следует из уравнений, полученных для идеальных жидкостей.

2. Поскольку отклонение реальной траектории от теоретической не очень значительно, в первом приближении ее параметры можно рассчитать по уравнениям (1.32)-(1.35).

3. При $\Delta\rho < 140$ кг/м^3 может иметь место случай, когда струя истекающей жидкости, изгибаясь, будет скользить по поверхности контактного цилиндра (см. рис. 1.16). Поскольку в этом случае возникают неблагоприятные условия для каплеобразования (капли образуются крупные), при обработке систем с $\Delta\rho < 140$ кг/м^3 в противоточных центробежных экстракторах с контактными цилиндрами целесообразно для улучшения условий массопередачи создавать капельные режимы истечения.

Также исследованиями подтверждено существенное различие процессов истечения в гравитационном и центробежном полях.

1.7. Истечение жидкости в среду близкой плотности из вращающихся насадок

Рассмотрим истечение идеальной тяжелой жидкости из насадок (рис. 1.18) в более легкую в поле центробежных сил. При малых значениях числа Экмана $E = \frac{\nu}{\omega r^2}$ и Россби $Ro = \frac{V_и}{\omega r}$ изменением скорости вдоль оси, параллельной оси вращения системы, можно пренебречь. Тогда условие сохранения импульса и массы для тяжелой жидкости в цилиндрической системе координат (r, φ, z) с учетом стационарности примет вид

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho_т}\frac{\partial p}{\partial r} + 2\omega V_\varphi + \omega^2 r;$$

$$V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi V_r}{r} = -\frac{1}{\rho_т r}\frac{\partial p}{\partial \varphi} - 2\omega V_r;$$

$$\frac{\partial (r V_r)}{\partial r} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} = 0.$$

При отсутствии движения жидкости распределение давления с точностью до постоянной можно найти по уравнению $\overline{P} = 0{,}5\rho_т \omega^2 \cdot \left(r^2 - r_o^2\right)$. Введем новые величины $P = p - \overline{P}$ и $R = r - r_0$, с учетом $R << r_o$ получим

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial R} + \frac{V_\varphi}{r_o}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi^2}{r_o} = -\frac{1}{\rho_т}\frac{\partial P}{\partial R} + 2\omega V_\varphi;$$

$$V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial R} + \frac{V_\varphi}{r_o}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi V_r}{r_o} = -\frac{1}{\rho_т r_o}\frac{\partial P}{\partial \varphi} - 2\omega V_r;$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial R}+\frac{\partial V_\varphi}{r_o\partial\varphi}=0.$$

Введем масштабы для величин V_r, V_φ, P, R, φ соответственно $V_{r_o}, V_{\varphi_o}, P_o, R_o, r_o, \varphi_o$. Исходя из условия задачи масштаб скорости по радиусу: $V_{r_o}=V_и$ (средняя скорость истечения). Масштаб по давлению определится как изменение давления на выходе из насадка без учета скоростного напора:

$$P_o=\rho_т\omega^2 r_o h-\rho_л\omega^2 r_o h=\Delta\rho\omega^2 r_o h.$$

Геометрический масштаб для $r_o\varphi_o = d_o$.

Введем новые переменные:

$$U=\frac{V_r}{V_{r_o}};\ V=\frac{V_\varphi}{V_{\varphi_o}};\ x=\frac{R}{R_o};\ y=\frac{r_o\varphi}{r_o\varphi_o};\ P=\frac{P}{P_o}.$$

Тогда система уравнений запишется:

$$\frac{V_и^2}{R_o}U\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{V_\varphi V_и}{d_o}\cdot\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{V_{\varphi_o}^2}{r_o}V^2=-\frac{\Delta\rho\omega^2 r_o h}{\rho_т R_o}\frac{\partial P}{\partial x}+2\omega V_{\varphi_o}V;\quad (1.33)$$

$$\frac{V_и V_{\varphi_o}}{R_o}U\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{V_{\varphi_o}^2}{d_o}\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{V_{\varphi_o}V_и}{r_o}UV=-\frac{\Delta\rho\omega^2 r_o h}{\rho_т d_o}\frac{\partial P}{\partial y}-2\omega V_и U;\quad (1.34)$$

$$\frac{V_и}{R_o}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{V_{\varphi_o}}{d_o}\cdot\frac{\partial V}{\partial y}=0.\quad (1.35)$$

Для определения масштабов изменения V_{φ_o} и R_o воспользуемся тем, что изменение импульса в уравнении (1.34) вызвано перепадом давления. Тогда

$$\frac{V_{\varphi_0} V_и}{d_o} = \frac{\Delta\rho\omega^2 r_o h}{\rho_т R_o}, \text{ и } \; V_{\varphi_o} = \frac{\Delta\rho\omega^2 r_o h d_o}{\rho_т R_o V_и}. \qquad (1.36)$$

Второе условие для определения масштабов найдем из уравнения (1.34) при условии, что изменение импульса вызывается силой Кориолиса:

$$\frac{V_и V_{\varphi_щ}}{R_o} = 2\omega V_и, \text{ отсюда } \; V_{\varphi_o} = 2\omega R_o. \qquad (1.37)$$

Решая совместно (1.36) и (1.37), получим масштабы:

$$V_{\varphi_o} = \sqrt{\frac{2\Delta\rho\omega^3 r_o h d_o}{\rho_т V_и}};$$

$$R_o = \sqrt{\frac{\Delta\rho\omega r_o h d_o}{2\rho_т V_и}}.$$

Подставляя значения в уравнение неразрывности, получим

$$\frac{V_{\varphi_o}}{d_o} >> \frac{V_и}{R_o}.$$

Отсюда следует

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial x} = 0.$$

Тогда

$$U = f(y),\ V = F(x) \text{ или } V_r = f(\varphi),\ V_\varphi = F(R). \qquad (1.38)$$

Подставляя найденные значения в (1.34), получим

$$-\frac{1}{\rho_т r_o}\frac{\partial P}{\partial \varphi} - 2\omega V_r = 0 \qquad (1.39)$$

Откуда интегрированием находим

$$P = -2\omega\rho_т r_o \int V_r d\varphi + C(r). \qquad (1.40)$$

Уравнение (1.33) при подстановке в него (1.38) дает $\frac{\partial P}{\partial r} = 0$, откуда следует $P = C_1(\varphi)$. Тогда в (1.40) $C(r) = const = P_o$.

Установим еще одну зависимость между V_r и P. Воспользуемся при этом уравнением Бернулли. Для сечений I – I и 2 – 2 (рис. 1.18) получим с учетом того, что в сечении I – I $P = P_o$, $V_r = 0$:

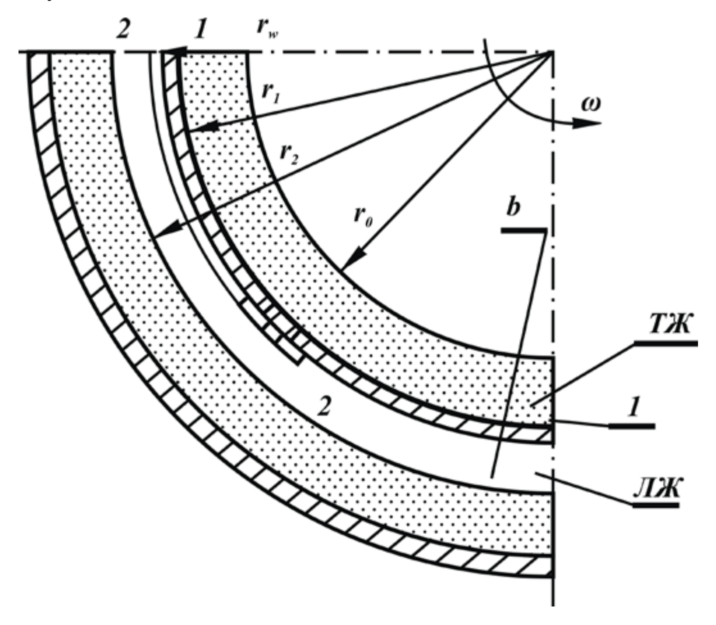


Рис. 1.18. Схема истечения тяжелой жидкости из сопла легкой:

I-I - сечение на входе в сопло; 2-2 - сечение на выходе из сопла; ТЖ - слой тяжелой жидкости

$$\frac{\omega^2 r_o^2}{2} = \frac{V_r^2}{2} - \frac{\omega^2 (r_o + h)^2}{2} +$$

$$+ \frac{\rho_{ё}\omega^2}{\rho_{ò}}\left[(r_o + h)^2 - r_o^2\right] - \frac{\rho_{ё} V_{ё}^2}{2\rho_{ё}} - 2\omega r_o \int V_r d\varphi ,$$

Откуда следует

$$\frac{V_r^2}{2} = \frac{\Delta\rho\omega^2\left(2r_o h + h^2\right)}{2\rho_m} + \frac{\rho_л V_л}{2\rho_m} + 2\omega r_o \int V_r d\varphi. \qquad (1.41)$$

Продифференцируем уравнение (1.41) по φ, тогда

$$\mathrm{V_r V_r'} = 2\omega \mathrm{V_r} \qquad (1.42)$$

Интегрируя, получим

$$\mathrm{V_r} = 2\omega \mathrm{r_o}\varphi + \mathrm{A}. \qquad (1.43)$$

Для определения A подставим (1.43) в (1.42), после упрощений найдем

$$\mathrm{A} = \sqrt{\frac{2\Delta\rho\omega^2 \mathrm{r_o h}}{\rho_т} + \frac{\rho_л \mathrm{V}_л}{\rho_т}} ,$$

откуда

$$\mathrm{V_r} = 2\omega \mathrm{r_o}\varphi + \sqrt{\frac{2\Delta\rho\omega^2 \mathrm{r_o h}}{\rho_т} + \frac{\rho_л \mathrm{V}_л}{\rho_т}} . \qquad (1.44)$$

Тогда среднеинтегральная по сечению отверстия скорость истечения

$$\mathrm{V_r} = \frac{4}{\pi \mathrm{d_o^2}} \int\int \mathrm{V_r ds} = \sqrt{\frac{2\Delta\rho\omega^2 \mathrm{r_o h}}{\rho_т} + \frac{\rho_л \mathrm{V}_л}{\rho_т}} + \frac{\omega \mathrm{d_o}}{2} . \qquad (1.45)$$

Для определения коэффициента истечения μ′ воспользуемся данными работ [4] и [17]. Следует отметить, что ранее [17] было показано, что коэффициент истечения не зависит от коэффициента межфазного

натяжения σ. Следовательно, для коэффициента истечения можно записать

$$\mu' = f\,(r_о, h, d_о, d_н, \omega, Q_л, V_и, \rho_т, \rho_л, \nu_т, \nu_л), \qquad (1.46)$$

где $\nu_т$, $\nu_л$ – коэффициенты кинематической вязкости тяжелой и легкой жидкостей; $Q_л$ - действительный расход тяжелой жидкости; $V_и$ - средняя скорость истечения реальной жидкости.

Исходя из методов теории подобия и используя h, ω, $\rho_т$ как независмые параметры, зависимость (1.46) преобразуем к виду

$$\mu' = F\left[\frac{V_и}{\omega h}, \frac{\omega h^2}{\nu_т}, \left(1 + \frac{Q_л}{V_и c_о^2}\right), \frac{r_о}{h}, \frac{d_о}{h}, \frac{d_н}{h}, \frac{\Delta\rho}{\rho_т}, \frac{\nu_л}{\nu_т}\right]. \qquad (1.47)$$

В правой части уравнения (1.47) первый безразмерный параметр - число Россби, второй - число Экмана, третий - отношение суммарного расхода фаз к расходу тяжелой фазы.

Для определения зависимости коэффициента истечения и параметров, входящих в уравнение (1.47), использовались экспериментальные данные, приведенные в работах [1, 2], а зависимость (1.47) была представлена в виде

$$\mu' = A\left(\frac{V_и}{\omega h}\right)^a \left(\frac{\omega h^2}{\nu_т}\right)^b \left(1 + \frac{Q_л}{V_и c_о^2}\right)^c \left(\frac{r_о}{h}\right)^e \left(\frac{d_о}{h}\right)^k \left(\frac{d_н}{h}\right)^l \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_т}\right)^n \left(\frac{\nu_л}{\nu_т}\right)^m.$$

При логарифмировании для каждого экспериментального значения получается линейное алгебраическое уравнение относительно A, a, b, c, e, k, l, n, m. Полученная система линейных алгебраических уравнений решалась методом наименьших квадратов. В результате получены значения:

A = 0,822; a = 1,567; b = -0,045; c = 0,036; e = -0,831; k = -0.15; ℓ = 0,016; n = -0,75; m = -0,023.

Окончательно для коэффициента истечения получена зависимость

$$\mu' = \frac{V_и^{1,57}\rho_т^{0,75}d_н^{0,015}\nu_т^{0,023}\nu_л^{0,023}}{\omega^{1,81}h^{0,69}r_о^{0,83}\Delta\rho^{0,75}}\left(1+\frac{Q_л}{V_и c_о^2}\right)^{0,036} \qquad (1.48)$$

Совместное использование уравнений (1.45) и (1.48) позволяет определить пропускную способность сопла или насадка при истечении из них тяжелой жидкости. Однако обширные экспериментальные результаты работы показывают, что зависимости для определения расхода при истечении тяжелой жидкости в легкую и легкой жидкости в тяжелую идентичны. То есть при замене индексов, обозначающих тяжелую жидкость, на индексы, соответствующие легкой жидкости, получается зависимость для истечения из сопел и насадков для легкой жидкости.

1.8. Экспериментальное исследование истечения жидкостей из затопленных насадок и диспергаторов

Теоретические исследования, проведенные по процессам истечения жидкостей в поле центробежных сил из различных «затопленных» насадок, позволили оптимизировать экспериментальные исследования. Выделены наиболее характерные виды истечения жидкостей: через отверстие в стенке в диспергаторе, через круговые отверстия. Кроме того, выделены два режима истечения: капельный и струйный.

Экспериментальные исследования процесса истечения жидкостей в центробежном поле проводились на пилотной установке (рис. 1.19) в

диапазоне изменения физико-химических параметров, применяемых в химической технологии.

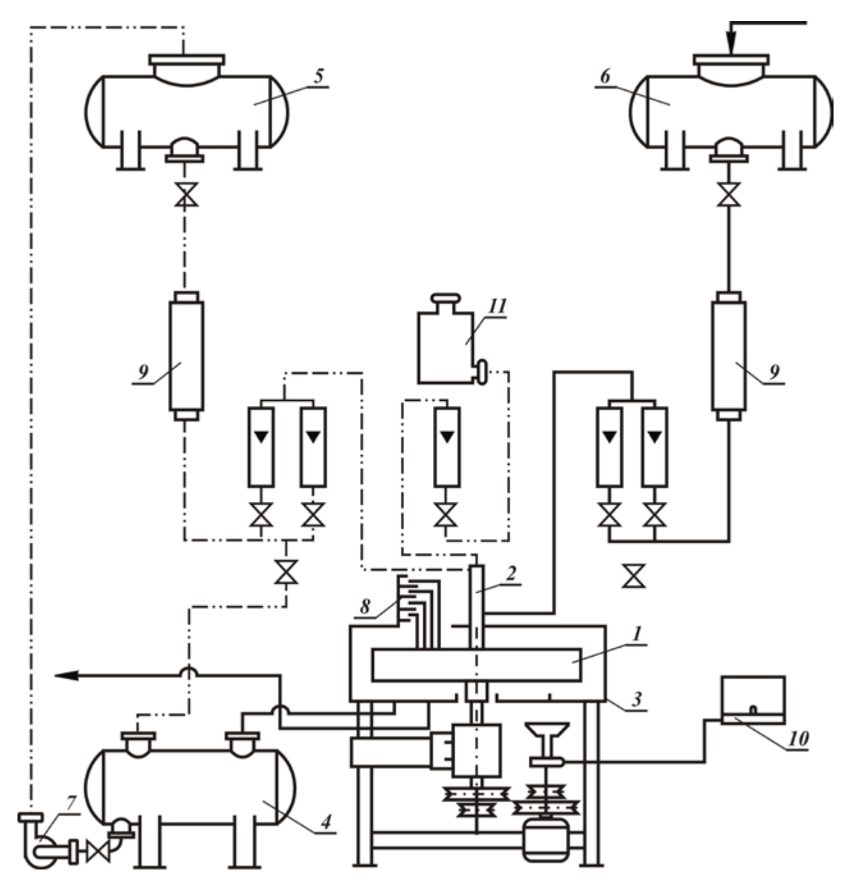


Рис. 1.19. Схема экспериментальной установки.

1 - цилиндрический ротор, 2 - узел подачи трассера и контактируемых фаз в рабочую полость ротора; 3 - кожух ротора; 4 - сливной бак органической фазы; 5 и 6 - напорные баки органической и водной фаз; 7 - насос для органической фазы; 8 - приемный коллектор отбираемой из аппарата сплошной фазы; 9 - теплообменники для термостатирования контактирующих фаз; 10 – строботахометр; 11 - напорная емкость

Для этого были изготовлены прозрачные (из оргстекла) роторы и комплекты насадок и диспергаторов (см. рис. 1.12, 1.14, 1.15 и 1.20). Экспериментальное исследование проводилось по истечению жидкостей из различных по размерам и форме отверстий.

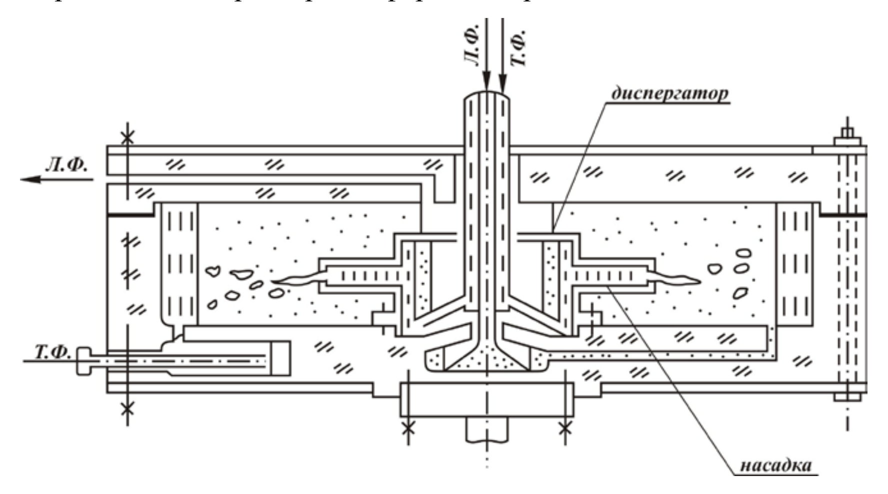


Рис. 1.20. Принципиальная схема центробежного экстрактора

В процессе эксперимента измерялись расход, толщина слоя истекающей жидкости над отверстием и фиксировалось число оборотов ротора. Графическая обработка полученных экспериментальных данных для отверстия в виде зависимости μ' от $\frac{V}{\omega R}$ и μ' от $\frac{\rho_д}{\Delta\rho}$ показала, что оба комплекса в одинаковой степени оказывают влияние на коэффициент расхода. Поэтому дальнейшая обработка проводилась для нахождения коэффициента и показателей степени функции:

$$\mu' = A'\left(\frac{\rho_д V}{\Delta\rho\omega R}\right)^a \left(\frac{F_о}{F_ц}\right)^b .$$

Анализ безразмерного комплекса $\frac{\rho_д V}{\Delta\rho\omega R}$ показывает, что он является отношением силы Кориолиса $2\rho_д\omega V$ к разности центробежной ($\rho_д\omega^2R$) и архимедовой ($\rho_с\omega^2R$) сил, действующих на текущую в сечении отверстия жидкость.

На рис. 1.21 представлена зависимость μ' от этого комплекса. Как видно, опытные точки удовлетворительно располагаются около ломаных линий, каждая из которых определяется размером отверстия и не зависит от физико-химических свойств исследуемых жидкостей, числа оборотов ротора и радиуса перфорированного цилиндра. Дальнейшая обработка результатов опытов, полученных на всех исследованных системах жидкостей и для всех типоразмеров отверстий, позволила получить обобщенную зависимость для расчета коэффициента расхода при истечении жидкостей из отверстий в контактных цилиндрах центробежных экстракторов.

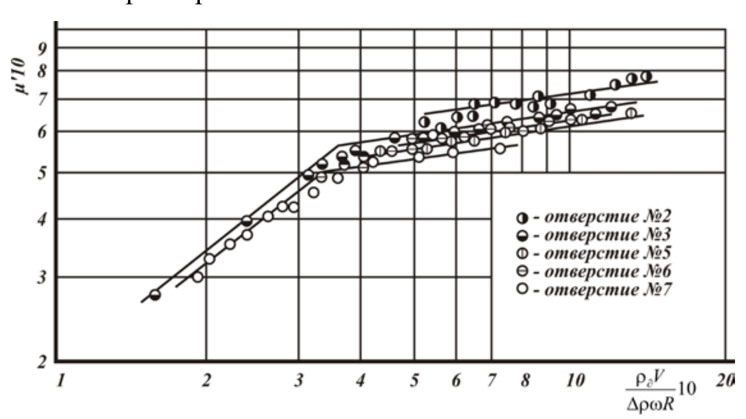


Рис. 1.21. Зависимость коэффициента расхода от комплекса $\frac{\rho_д V}{\Delta\rho\omega R}$ *для различных размеров отверстий.*

Определены три основных режима истечения жидкостей в зависимости от соотношения действующих сил [7]:

1) область преобладающего влияния сил вязкости;

2) область одновременного влияния, как сил вязкости, так и сил инерции;

3) область преобладающего влияния сил инерции.

Для каждого режима получена зависимость коэффициента истечения μ', определяемого как отношение реальной скорости истечения к теоретической:

- для капельного режима

$$\mu = 0{,}75\left(\frac{\rho_{ист}V_{т}}{\Delta\rho\omega r_{и}}\right)^{0,9}\left(\frac{F_{о}}{F_{ц}}\right)^{-0,07} \quad (1.49)$$

- для струйного и факельного режима

$$\mu = 0{,}35\left(\frac{\rho_{ист}V_{т}}{\Delta\rho\omega r_{и}}\right)^{0,12}\left(\frac{F_{о}}{F_{ц}}\right)^{-0,07} \quad (1.50)$$

Границей перехода режимов является значение

$$\frac{\rho_{ист}V_{т}}{\Delta\rho\omega r_{и}} = 0{,}36. \quad (1.51)$$

Режимы истечения, в свою очередь, подразделяются на неравномерно-капельный, равномерно-капельный, гладкоструйный, волнисто-струйный и распыл. Для первой области влияние сил вязкости, как и в случае истечения из насадок гравитационных аппаратов, на коэффициент расхода проявляется непосредственно через изменение распре-

деления скоростей жидкости в сечении отверстия за счет изменения коэффициента скорости, так и косвенно, благодаря изменению коэффициента сжатия струи.

Влияние сил инерции на величину коэффициента расхода проявляется на участке сжатия потока жидкости перед отверстием. Влияние сил поверхностного натяжения также неоднозначно: составляющие силы поверхностного натяжения, лежащие в плоскости, проходящей через ось симметрии струи, способствуют ее расширению, а составляющие в плоскости нормальной оси струи – ее сжатию. Степень влияния сил инерции, вязкости и поверхностного натяжения на величину коэффициента расхода в общем случае зависит от режимов истечения жидкости из отверстия.

Анализу процесса однофазного затопленного истечения жидкостей из отверстий и сопел в центробежном поле посвящены работы [2, 6, 7, 10, 15-17, 33-35, 45-47]. Рассмотрим наиболее существенные результаты исследований некоторых авторов, представляющие практический интерес.

Коэффициент расхода при истечении жидкости через отверстия контактного цилиндра авторы [30] определяли по уравнению

$$Q_и = \mu' \cdot \frac{\pi d_o^2}{4} \sqrt{2\frac{\Delta P}{\rho_и} + \left(U_2^2 - U_1^2\right)}, \qquad (1.52)$$

где U_1 и U_2 - окружные скорости на внутренней и наружной стенках цилиндра, м/с. В работах [24, 25] исследовался процесс затопленного истечения воды из круглых отверстий в стенке вращающегося цилиндра, в результате чего получено уравнение

$$\mu'_ц = \mu'_о\left(1 - e^{KFr}\right), \quad (1.53)$$

где К = 1,87 - постоянная величина, усредненная по опытам; е - основание натуральных логарифмов; $\mu'_о$ - коэффициент расхода при истечении жидкости в поле сил тяжести; $\mu'_ц$ - коэффициент расхода при истечении жидкости в центробежном поле. Функциональные зависимости для $\mu'_о$ и $\mu'_ц$ имеют следующий вид

$$\mu'_ц = \int\left(\frac{\ell}{d_н}; Re; Fr\right), \quad (1.54)$$

$$\mu'_о = \int\left(\frac{\ell}{d_н}; Re\right). \quad (1.55)$$

Расход жидкости через отверстие в центробежном поле предлагается определять [46, 53] по формуле

$$Q = \frac{\pi d_о^2}{4}\mu'\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho_и}\omega^2 h_и\left(2R_ц \pm h_и\right)}, \quad (1.56)$$

где $h_и$ - высота слоя истекающей фазы на цилиндре определяющаяся из выражения

$$h_и = \zeta_о \frac{V_о^2 \rho_и}{2\omega^2 R_у \Delta\rho} + \zeta_п \frac{V_п \rho_с}{2\omega^2 R_у \Delta\rho}, \quad (1.57)$$

где $V_п$ – скорость жидкости в переливных патрубках. В скобках подкоренного выражения знаки (-) и (+) относятся к случаю истечения тяжелой и легкой фаз соответственно.

Коэффициент расхода определяется по следующей формуле:

$$\mu' = 0{,}287 \cdot \left(\frac{F_п}{F_у} \right)^{-0{,}106}. \qquad (1.58)$$

Отмечено, что схема направленного движения потоков через цилиндры повышает эффективность работы аппарата. Это происходит за счет роста скорости истечения дисперсной фазы до режима распыла. При этом коэффициент расхода отверстия возрос до 0,63.

В работе [54] предлагается расчет пропускной способности вращающегося тонкостенного полого цилиндра с отверстиями в боковой стенке производить по формуле

$$Q = 0{,}73 p f_o \omega \sqrt{R^2 - R_1^2}, \qquad (1.59)$$

где p – число отверстий. Выявлено, что коэффициент расхода перфорированного цилиндра при относительно медленном его вращении не зависит от числа отверстий, площади их поперечного сечения, вязкости разбрызгиваемой жидкости и оказывается равным ~ 0,73.

В работе [44] получена зависимость коэффициента расхода от определяющих параметров при истечении жидкости из вращающихся сопел, расположенных вдоль оси вращения аппарата:

$$\mu' = 0{,}33 \left(\frac{W}{\omega R_ц} \right)^{0{,}54} \left(\frac{d_o}{R_ц} \right)^{-0{,}38} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_т} \right)^{-0{,}066}, \qquad (1.60)$$

которое получено при обработке экспериментальных данных на основе функциональной зависимости, выведенной на основе метода анализа размерностей (метода Рэлея).

В [45] приведены результаты экспериментального исследования по определению коэффициентов истечения как при однофазном, так и

при двухфазном противоточном истечении из отверстия перфорированных цилиндров. Используя функциональную зависимость коэффициента расхода от определяющих параметров, аналогично работе [4] автор представил уравнение в виде

$$\mu' = A \cdot Re^{c}\, \varepsilon^{д} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{т}} \right)^{p},$$

то есть как функцию числа Рейнольдса, Россби (ε) и безразмерного симплекса Архимеда ($\Delta\rho/\rho_т$). Для удобства обработки опытных данных выражение (1.60) преобразовали к виду $\mu' = A\left(K \cdot Re^{в}\right)^{m}$, где $K_н = \varepsilon \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho_т}$, ε – коэффициент сжатия струи, и обозначили $k \cdot Re^{0,12} = П$. Коэффициенты A и m оказались зависящими от числа П.

Число П является аналогом числа Рейнольдса для случая центробежного истечения, оно учитывает деформацию профиля скорости, вызванную центробежной и кориолисовой массовыми силами. Исследуемый диапазон варьируемых параметров определил три режима истечения. Используя число П и вышеприведенные зависимости, можно найти μ' во всех трех областях истечения, характеризуемых абсолютной величиной П: I - $\mu' \le 0{,}2088$; II - $\mu' = 0{,}2088\text{-}0{,}5096$; III - $\mu' > 0{,}5096$.

С увеличением порядкового номера области уменьшается показатель степени m, то есть с увеличением коэффициента расхода уменьшается влияние на процесс истечения основных параметров, входящих в число П. При этом влияние числа Re уменьшается быстрее, чем

влияние производного числа k, так как оно входит в число П в степени 0,12. В опытах $П \le 0{,}3$, при этом $\mu' < 0{,}652$.

Определено, что толщина стенки перегородки не оказывает влияния на величину коэффициента расхода μ'. С учетом вышеизложенного представлены следующие уравнения для расчета коэффициента истечения:

I – $П_н \le 0{,}0578$, $\mu' = 0{,}282 \cdot 10^{-6} \cdot Re^{-0{,}569} \cdot Кн^{-4{,}741}$:

II – $0{,}0578 < П_н \le 0{,}1736$, $\mu' = 2{,}006 \cdot Re^{0{,}095} \cdot Кн^{0{,}793}$;

III – $П_н > 0{,}1736$, $\mu' = 0{,}786 \cdot Re^{0{,}031} \cdot Кн^{0{,}258}$.

Уравнения могут использоваться для расчета μ′ при истечении легкой фазы через отверстие, в слой тяжелой, к центру. В этом случае $\Delta\rho/\rho_л$ отрицателен $\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_л}\right)$ и V и $\upsilon_н$ отрицательны по направлению.

По результатам исследований истечения [6], [33] получены следующие выражения для определения коэффициентов расхода при истечении через круговые щели конических кольцевых дисков при однофазном истечении:

- для невязких систем

$$\mu' = 0{,}36 \cdot \left(\frac{\rho_д V_д}{\Delta\rho\omega_о R}\right)^{0{,}7} \left(\frac{f_о}{f_к}\right)^{-0{,}1} \left(\frac{Q_с}{Q_д}\right)^{-0{,}18} \quad (1.61)$$

при $\mu_д \le 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н·с /м² и $\mu_с \le 5 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м²,

$$\mu' = 0{,}3 \cdot (\mathrm{Fr})^{0,8} \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^{-0,3} \left(\frac{Q_д}{Q_с} \right)^{0,1} \qquad (1.62)$$

- для вязких систем $\mu_д > 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н·с /м^2 и $\mu_с > 5 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м^2:

$$\mu' = 0{,}75 \cdot (\mathrm{Fr})^{0,8} \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^{-0,3} \left(\frac{Q_д}{Q_с} \right)^{0,1} \left(\frac{\mu_д}{\mu_с} \right)^{0,1} \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_д} \right)^{0,4} \qquad (1.63)$$

При установке радиальных перегородок в зоне истечения жидкости коэффициент пропорциональности увеличивается с 0,36 до 0,57 и коэффициент расхода

$$\mu' = B \cdot \left(\frac{V_д \rho_д}{\omega_о R \Delta \rho} \right)^{0,7} \left(\frac{Q_д}{Q_с} \right)^{0,18}, \qquad (1.64)$$

где B = 0,49 – для прямых радиальных перегородок; B = 0,57 – для перегородок, наклоненных вперед по ходу вращения ротора.

Экспериментальные исследования проводились на диспергаторах с различными конфигурациями и геометрическими размерами насадок (рис. 1.22). Диспергаторы были выполнены так, что для каждого типа насадки можно было обеспечить любой из вышеописанных видов истечения. Аппарат и диспергаторы изготавливались из оргстекла, что позволяло визуально наблюдать за процессом истечения и проводить замеры уровней фаз R_1; $R_с$ с помощью фотосъемки при стробоскопическом освещении.

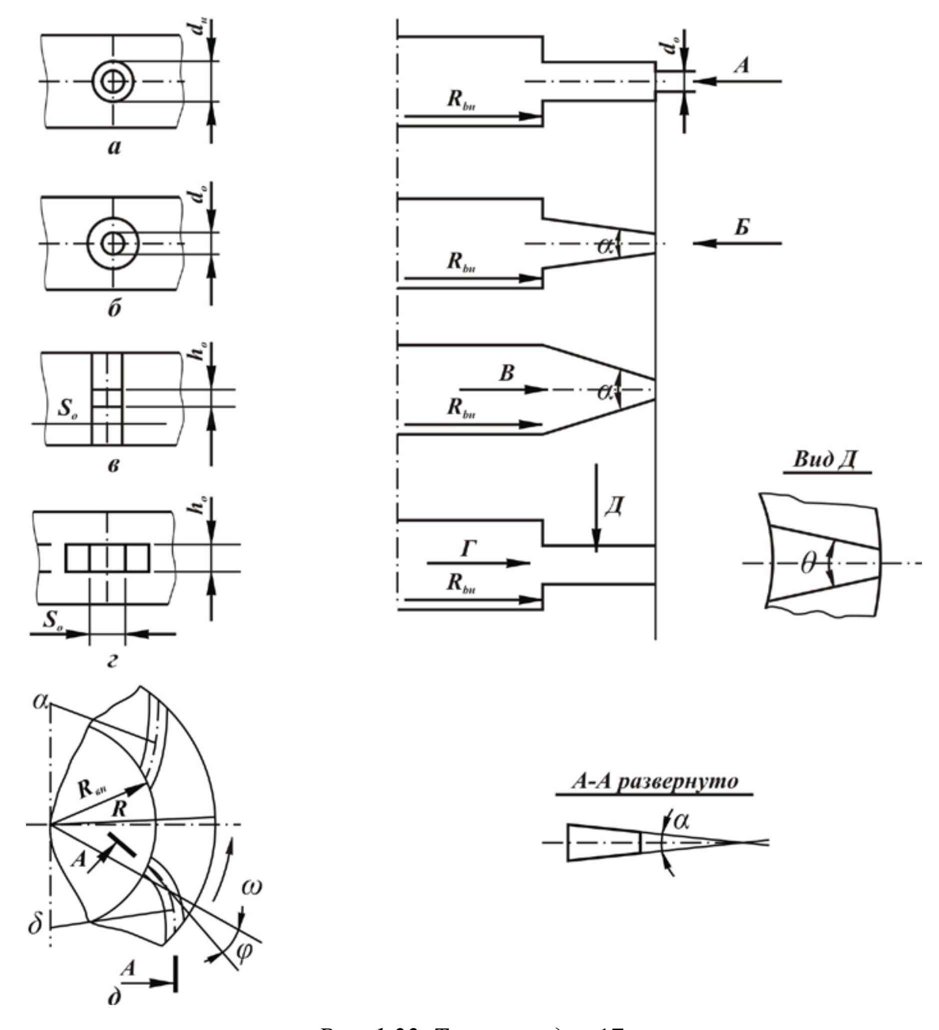


Рис. 1.22. Типы насадок 17:

а - цилиндрическая; б - коническая; в - меридиональная прямоугольная; г - прямоугольная, сходящаяся в радиальном направлении; д - закрученные по вращению и против вращения

Геометрические параметры этих насадок, технологические режимные параметры и физико-химические свойства исследуемых жидкостей изменялись в диапазонах, указанных в табл. 1.1. По данным каждого опыта рассчитывались теоретическая скорость истечения по формулам (1.19) или (1.20) и коэффициент расхода: $\mu' = \frac{V_u}{V_т}$.

Таблица 1.1

Диапазон изменяемых режимных параметров

d_o, м	$d_н$, м	h_o, м	S_o, м	$R_{вн}$, м	R_1, м	ΔR, м	α, град	θ, град
$(1 \div 8) \cdot 10^{-3}$	$(4 \div 18) \cdot 10^{-3}$	$(0{,}75 \div 4) \cdot 10^{-3}$	$(1 \div 4{,}5) \cdot 10^{-3}$	0,06	$(80 \div 140) \cdot 10^{-3}$	$10 \div 100$	$3{,}0 \div 60$	$3 \div 60$

Окончание табл. 1.1

φ, град	V_u, м/с	V_c, м/с	ω, $с^{-1}$	ρ_u, кг/м^3	ρ_c, кг/м^3	$\Delta\rho$, кг/м^3	σ, н/м	η_u, кгс/м^2	η_c, н·с/м^2
$5 \div 60$	$0{,}5 \div 12$	$0 \div 2$	$80 \div 307$	$1000 \div 1595$	$800 \div 1000$	$100 \div 595$	$(1 \div 30) \cdot 10^{-3}$	$(1 \div 46) \cdot 10^{-3}$	$(1 \div 46) \cdot 10^{-3}$

Обработка результатов эксперимента сводилась к следующему. Для каждого из типов насадок функциональная зависимость постулировалась в виде степеней функции. Например, для насадки типа а:

$$\mu' = A\,\mathrm{Re}^{a}\,\mathrm{We}^{в}\,\mathrm{Fr}^{c}(1+K)^{d}A_{\rho}^{e}\Gamma_{1}^{f}\Gamma_{2}^{g},$$

где A, a, в, c, d, e, f, g - постоянные коэффициенты. Гипотеза о незначимости показателей степени коэффициентов при Re и We (a = 0,007 и в = 0,001) была подтверждена путем сопоставления дисперсий воспроизводимости и дисперсии неадекватности для каждого из типов насадок. Соответственно расчеты далее проводились по уточненным зависимостям по определению коэффициентов истечения для различных типов конструкций диспергаторов.

Коэффициент расхода конических сходящихся насадок может быть определен по зависимости (см. рис. 1.14)

$$\mu' = 0{,}685\left(\frac{\rho_u V_u}{\Delta\rho\omega R}\right)^{0,3}\cdot\left(1+\frac{\rho_c V_c^2}{\rho_u R\Delta R\omega^2}\right)^{-1,7}\cdot\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_u}\right)^{0,12}\cdot\left(\frac{d_o}{R}\right)^{-0,12}\cdot\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{-0,06}\cdot\sin^{0,14}\alpha\cdot e^{-0,6\sin\alpha}.$$

Аналогично были получены уравнения для коэффициента расхода μ' при истечении жидкости из остальных типов насадок.

- в случае прямоугольной, сходящейся в меридиональной плоскости насадки (рис. 1.22в)

$$\mu' = 0{,}606\left(\frac{\rho_u V_u}{\Delta\rho\omega R}\right)^{0,3}\cdot\left(1+\frac{\rho_c V_c^2}{\rho_u R\Delta R\omega^2}\right)^{-1,7}\cdot\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_u}\right)^{0,12}\cdot\left(\frac{h_o}{R}\right)^{-0,12}\cdot\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{-0,06}\cdot\sin^{0,14}\alpha\cdot e^{-0,6\sin\alpha},$$

где $e^{-0,6\sin\alpha}$ - поправочная функция; μ' = max при α = 14°;

- в случае прямоугольной, сходящейся в радиальной плоскости насадки (рис. 1.22г)

$$\mu' = 0{,}605\left(\frac{\rho_u V_u}{\Delta\rho\omega R}\right)^{0,3} \cdot \left(1+\frac{\rho_c V_c^2}{\rho_u R\Delta R\omega^2}\right)^{-1,7} \cdot \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_u}\right)^{0,12} \cdot \left(\frac{S_o}{R}\right)^{-0,12} \cdot \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{-0,06} \cdot \sin^{0,14}\alpha \cdot e^{-0,6\sin\theta},$$

где $e^{-0,6\sin\theta}$ - поправочная функция; $\mu' = \max$ при $\theta = 14°$;

- в случае криволинейной, прямоугольной, сходящейся в меридиональной плоскости насадки (рис. 1.22д)

- в случае закрученной по вращению насадки (рис. 1.22д$_1$):

$$\mu' = 0{,}508\left(\frac{\rho_u V_u}{\Delta\rho\omega R}\right)^{0,3} \cdot \left(1+\frac{\rho_c V_c^2}{\rho_u R\Delta R\omega^2}\right)^{-1,7} \cdot \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_u}\right)^{0,12} \cdot \left(\frac{h_o}{R}\right)^{-0,12} \cdot$$
$$\cdot \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{-0,06} \cdot \sin^{0,14}\alpha \cdot e^{-0,6\sin\alpha} \cdot \sin^{-0,06\varphi};$$

- в случае закрученной против вращения насадки (рис. 1.22д$_2$):

$$\mu' = 0{,}68\left(\frac{\rho_u V_u}{\Delta\rho\omega R}\right)^{0,3} \cdot \left(1+\frac{\rho_c V_c^2}{\rho_u R\Delta R\omega^2}\right)^{-1,7} \cdot \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_u}\right)^{0,12} \cdot \left(\frac{h_o}{R}\right)^{-0,12} \cdot$$
$$\cdot \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{-0,06} \cdot \sin^{0,14}\alpha \cdot e^{-0,6\sin\alpha} \cdot \sin^{-0,06\varphi}.$$

Отметим, что для насадок, закрученных против вращения, коэффициент расхода больше, чем для насадок, закрученных по вращению, что также отмечено в работах [6, 19, 43]. Это связано с тем, что в случае, когда насадка закручена против вращения, уменьшаются потери напора при течении жидкости в насадке, так как профиль насадки приближается к траектории струи в центробежном поле [20].

Обработка экспериментальных данных (рис. 1.23) [17] показала, что влиянием критериев Рейнольдса и Вебера на процесс истечения можно пренебречь вследствие их малости значений. Углы раствора насадок (сопел) диспергатора α и θ имеют оптимум при 14° (рис.

1.24) [17] и показывают одинаковый характер, что подтверждает вывод о незначимости влияния формы канала на процесс истечения, также как и для процесса истечения в гравитационном поле [12]-[14].

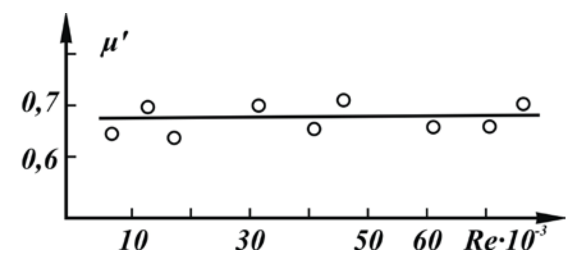


Рис. 1.23. Зависимость коэффициента истечения от критерия Рейнольдса

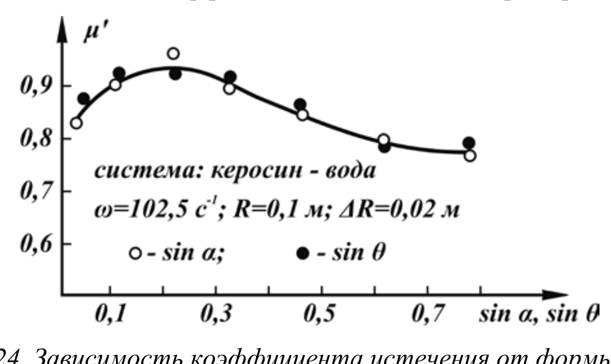


Рис. 1.24. Зависимость коэффициента истечения от формы канала

Выявлено, что на величину коэффициента расхода при истечении из отверстий контактных цилиндров центробежных экстракторов вязкость среды в диапазоне изменения (0,32-4,65)$\cdot 10^{-3}$ Н$\cdot$с/м^2 и межфазное натяжение в диапазоне (8,5-51,2)$\cdot 10^{-3}$ Н/м не оказывают существенного влияния, а определяющими параметрами являются безразмерный комплекс $\frac{\rho_д V}{\Delta\rho\omega R}$ и относительное свободное сечение перфорированного цилиндра.

1.9. Метод определения параметров движущихся частиц в прозрачных роторах с помощью фотосъемки

Для исследования закономерностей движения частиц во вращающейся другой жидкости разработан метод одно- и многократного экспонирования в стробоскопическом освещении [102].

Обычно для снятия динамических быстропротекающих процессов используется скоростная киносъемка. Однако фотосъемка имеет ряд преимуществ по сравнению с киносъемкой – больший размер кадра, простота экспонирования и обработки фотоматериала, концентрация полезной информации в одном кадре. Фотосъемку использовали в условиях, когда частота вспышек лампы равнялась числу оборотов ротора [2, 3, 7] (рис. 1.25). При необходимости изучения движения частицы, происходящего в пределах времени одного оборота ротора, съемку ведут при частоте вспышек лампы, в несколько раз превышающей число оборотов ротора (рис. 1.26).

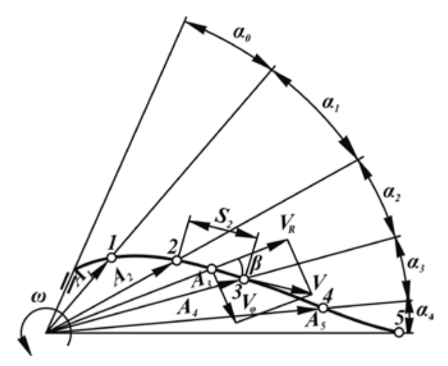


Рис. 1.25. Схема обработки фотонегатива

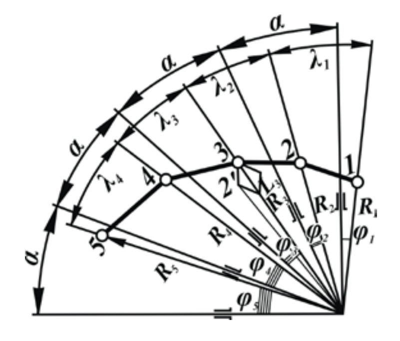


Рис. 1.26. Линейные и угловые размеры на фотоизображении; 1-5 последовательное изображение частицы

По информативности такой снимок эквивалентен нескольким кинокадрам, однако отдельные фазы движения частиц не совмещены, как в предыдущем случае, а развернуты в направлении вращения. Совмещение может осуществляться как при обработке кинокадров, так и аналитически. При этом учитывается, что угол развертывания α (рис. 1.26 и 1.27) вычисляется по формуле

$$\alpha = 2\pi \frac{n_р}{n_л},$$

где $n_р$ – число оборотов ротора; $n_л$ – число вспышек лампы в секунду. Цель совмещения – определить путь частицы L и угол отклонения β относительно ротора на время между двумя вспышками $1/n_л$. Замерив на экране (рис. 1.28) параметры R и γ, можно вычислить искомые величины, принимая, например, $\phi_3 = \alpha - (\gamma_2 - \varphi_2)$. Откуда $\varphi = \varphi_2 = \beta_2 = \alpha - \gamma_2$ и $L_3 = \sqrt{(R_3 - R_2)^2 + (R_2\beta_2)^2}$.

Рис. 1.27. Схема фотокадра при согласовании частот вспышки лампы строботахометра, оборотов ротора и движения частиц

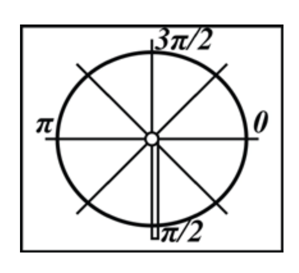


Рис. 1.28. Экран для обработки негативов

Использование аналитического метода совмещения значительно упрощает обработку фотоснимков, однако для окончательного выбора методики необходимо учитывать величину погрешности измеряемой величины.

Съемку с развертыванием по кругу целесообразно вести через прозрачную щель в роторе, чтобы избавиться от многократности экспонирования фотоматериала и тем самым повысить качество изображения. Если ввести в рассмотрение частоту отрывающихся от сопла частиц, то согласование трех частот создает дополнительные возможности для увеличения информативности одного кадра и повышения качества снимка. В частности, если все три частоты равны, наблюдатель увидит частицы, кажущиеся неподвижными в пространстве, и их можно сфотографировать с помощью одной вспышки.

Наибольшее количество информации в одном кадре получается при согласовании трех частот и многократном экспонировании, что может быть осуществлено двумя способами: подстраиванием частоты отрыва частиц (выдержка равна времени одного оборота ротора) или путем наложении ряда последовательных изображений одной частицы (выдержка равна времени нескольких оборотов ротора). Диапазон перемещений частицы на одном снимке может быть очень большим. Например, время, за которое частица из положения 1 приходит положение 2, может составлять 0,002 с (обусловлено возможностями стробо-тахометра), а время прохождения частицей пути 1-7, 7-13 – до 0,25 с (обусловлено числом оборотов ротора).

Снимок, выполненный по схеме, представленной на рис. 1.27, содержит данные о движении капли как в пределах времени одного обо-

рота, так и за время нескольких оборотов ротора. Интервал выбирается исходя из цели исследования, причем минимальное его значение должно быть «увязано» с погрешностью измеряемых величин.

Обработка негативов производится в следующем порядке:

а) негатив с помощью диапроектора проектируетсяся на экран (рис. 1.28);

б) совмещаются периферии сосуда с окружностью на экране и рабочей стороной измерительной линейки с соответствующей стороной изображения масштабной линейки и с изображением сопла, в результате чего достигается центровка изображения;

в) вычисляется масштаб изображения на экране М;

г) находятся центры изображений капель на экране;

д) производится замер расстояния от центра изображений сосуда до центра изображения капли R_i; расстояния между двумя соседними изображениями капли в направлении оси R (ℓ_{Ri}); расстояния между двумя соседними изображениями капель в направлении оси φ $(\ell_{\varphi i})$; угла отклонения капли через 60/n·c (в радианах) (α_I), необходимых для расчета скорости капель и ее компонентов. Затем проектируется изображение следующего кадра, и операции повторяются.

Использование этой методики по исследованию движения капель (струй) во вращающейся жидкости и двухфазных потоков во вращающемся прозрачном роторе позволяет рассчитать необходимые параметры экстракционных процессов, в том числе - относительную скорость в виде ее компонентов:

$$R_{ср} = \left(R_i + \frac{R_{i+1} - R_i}{2} \right) \cdot \frac{1}{M};$$

$$\upsilon_i = \frac{\ell_{ri}}{t \cdot M}; \quad \upsilon_{Ri} = \frac{R_{i+1} - R_i}{t \cdot M}; \quad \upsilon_{\varphi i} = \frac{R_i \cdot \alpha_i}{t}; \quad t = \frac{60}{n} k_p,$$

где $k_р$ – кратность частоты вспышки лампы строботахометра. При этом в качестве допущения принято, что средняя скорость капель на каждом участке является истинной в середине участка.

Объем капли

$$q_к = \frac{Q_к}{f_к \cdot n_с},$$

где $f_к$ – число капель, образовавшихся из одного сопла; $Q_к$ – объем, из которого образовалось $n_к$ капель ($n_к = П_с \cdot f_к$); $n_с$ – количество сопел. При этом сделано допущение, что все капли в условиях одного опыта имеют один и тот же объем. Поскольку условия отрыва у них одинаковы, такое допущение правомерно.

Число отрывающихся капель $f_к$ должно быть кратно числу оборотов сосуда n, при этом возможны три случая:

1) $f_к = n$. В этом случае за один оборот сосуда ($t = 60/n$) капля 1 перейдет в положение 2, а капля 2 – в положение 3 и т.д. (см. рис. 1.26). Таким образом, картина будет полностью эквивалентна картине с одной каплей и многократным экспонированием. Однако заснять картину можно с одной вспышкой, избавившись тем самым от многократной съемки на другом кадре.

2) $\gamma f_к = n$, где $\gamma > 1$ ($\gamma = 2; 3; 4\ldots$), γ - кратность частоты образования капель. При $\gamma = 2$ капля 1 пройдет полпути, когда от сопла ото-

рвется капля 0, то есть период отрыва равен 60/2n с. Но при вспышках, равных n, капли будут по-прежнему освещаться через 60/n с, то есть картина 4 изменится. Разница будет лишь в том, что каждое изображение (1; 2; 3; 4…) будет содержать в себе те же капли, что и в первом случае, а «промежуточные» капли окажутся между 1 и 2; 2 и 3 и т.д. При $\gamma = 3; 4\ldots$ картина соответственно изменится.

3) $\gamma f_к = n$, где $\gamma < 1$ ($\gamma = 1/m$. A $m = 2; 3; 4\ldots$). При $\gamma = ½$ на моментальном снимке будут лишь изображения капель 1; 3; 5…, так как капли 2; 4; 5… будут отсутствовать. При $\gamma = 1/m$ изображаться будут капли m/2, m/3, m/4 и т.д. Соответственно время между отрывами двух капель будет составлять $60/n\cdot m$ с.

Эквивалентный диаметр капли:

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot Q_к}{\pi \cdot f_к \cdot n_с}}\ .$$

В случае, когда капли образуются из одного сопла, то есть $n_с = 1$, для изучения процесса движения цепочки капель d определяется из соотношения

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot Q_к}{\pi \cdot f_к}}\ .$$

Таким образом, в результате обработки данных каждого опыта определяется объем капель, их эквивалентный диаметр, относительные скорости и их составляющие для различных расстояний от оси вращения сосуда. Однако следует обратить внимание на то, что практическое осуществление этого метода требует выполнения некоторых условий. Действительно, при многократной экспозиции фотокадра

изображения вращающегося объекта забивают друг друга на негативе, ухудшая его качество. Для исключения этого следует зачернить любым способом (например, черной бумагой или краской) ту часть вращающегося объекта, которая может попасть в поле зрения фотоаппарата. Незачерненной следует оставить лишь небольшую зону объекта, в пределах которой совершается изучаемое движение. Тогда на фотокадре незачерненный участок каждый раз будет экспонироваться на незасвеченном поле негатива. Внутри этой зоны должны располагаться также ориентиры, необходимые для дальнейшей обработки полученных фотокадров.

Величина этой зоны ограничивает при заданной скорости вращения частоту световых импульсов, так как при частоте, большей предельной, изображения зоны, оставленной незачерненной, начнут перекрывать друг друга. Поэтому ширину упомянутой зоны, если это необходимо, следует оставлять возможно меньшей.

Необходимая частота световых вспышек должна выбираться исходя из скорости изучаемого движения. Она должна быть настолько высокой, чтобы можно было получить достаточно подробную поэтапную расшифровку исследуемого относительного движения. Однако излишне высокая частота приводит к увеличению погрешности определяемых параметров, поскольку при слишком малом промежутке времени между вспышками замеряемые при обработке фотокадров перемещения могут оказаться соизмеримыми с погрешностями обработки.

В практической работе выбор частоты световых вспышек может ограничиваться возможностями применяемой аппаратуры. Например,

стробтахометр типа СТ-5 способен давать равномерные вспышки импульсной лампы с частотой от 4 до 532 вспышек в секунду, что соответствует промежуткам времени между фиксируемыми на фотопленке этапами изучаемого движения до 0,002 с. Поэтому каждый кадр, полученный описываемым способом, становится эквивалентным по содержащейся в нем полезной информации короткому фильму, полученному с помощью скоростной киносъемки. При этом реализуются преимущества фотосъемки, связанные с большей величиной кадра, несравненно меньшей трудоемкостью ее осуществления, более широкими возможностями применения сменной оптики. Кроме того, описываемый метод съемки расширяет круг способов обработки полученного фотоматериала, поскольку последовательные изображения изучаемого движения не разнесены по кадрам, а геометрически связаны друг с другом в едином кадре, что позволяет вести обработку фотокадра и без совмещения изображений.

При съемке описываемым способом время выдержки фотоаппарата рекомендуется устанавливать не более времени одного оборота вращающегося объекта, так как при более длительной выдержке начнется наложение друг на друга изображений незачерненной зоны, что ухудшит качество этих изображений. Однако для увеличения информации в фотокадре или для увеличения вероятности фиксирования в нем нужного этапа движения выдержку фотоаппарата можно увеличить в несколько раз. При этом частота вспышек должна быть строго кратной числу оборотов вращающегося объекта в секунду.

Как уже отмечалось, с помощью описываемой методики может быть исследован широкий круг гидродинамических процессов во вра-

щающихся аппаратах. К тому же она позволяет уменьшить погрешность эксперимента в 3,5 раза за счет большей величины фотокадра по сравнению со скоростной киносъемкой.

Глава 2. ДИСПЕРГИРОВАНИЕ И ДРОБЛЕНИЕ КАПЕЛЬ, ДВИЖУЩИХСЯ В РАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

2.1. Процесс диспергирования в контактных зонах центробежных экстракторов

Рассмотрим процессы каплеобразования и дробления капель жидкостей применительно к движению двухфазных потоков в контактной зоне безнапорных центробежных аппаратов дифференциально-контактного типа.

В процессе образования капель обычно выделяются три основных режима: квазистатический, динамический и струйный. Экспериментальные данные показывают, что процесс истечения диспергируемой жидкости из отверстий и насадок происходит в основном при трех гидравлических режимах, для каждого из которых наблюдается особый характер образования [2, 7]. При малых расходах жидкости наблюдается периодическое образование равновеликих капель. В области средних расходов жидкость выходит из отверстия в виде струи, на конце распадающейся на капли разных размеров. И, наконец, при больших расходах происходит распад струи на большое количество мелких капель различной величины (распыл). На диаметр капель сильное влияние оказывают также режимы истечения (капельный или струйный), размеры отверстий и сопел, разность плотностей фаз, гидродинамические условия, а также характер протекания процесса в насадке аппарата. Процесс этот очень сложен, так как он связан не только с распадом капель, но и с изменением их форм. Кли и Трейбал [56] показали, что для различных систем изменение формы происходит от

почти совершенных сфер для маленьких капель до почти совершенных эллипсоидов для больших капель.

За время существования капли различают три периода:

1) период образования капли, во время которого порция жидкости, вытекающая из отверстия, увеличивается до момента отрыва (при малых расходах);

2) период свободного осаждения или подъема, во время которого капли могут подвергаться некоторым деформациям, зависящим от их величины и межфазного натяжения;

3) пеериод соприкосновения капли с поверхностью контакта фаз и слияния ее со сплошной фазой.

Деформация капли, в отличие от твердых частиц, вызывается подвижностью поверхности раздела и неравномерностью распределения давления по поверхности шарообразной капли, возникающего при обтекании ее потоком другой жидкости. Возрастание скорости может привести к дроблению капли, когда динамический напор жидкости, действующий по поверхности раздела, превысит значение капиллярного давления в некоторой точке поверхности капли.

Исследования Тейлора, Фрудмана, Дина и др. позволили выяснить, что на сферу и цилиндр действует центростремительная сила, обусловленная существованием градиента статического давления по радиусу вращения потока и являющаяся аналогом силы Архимеда во вращающейся жидкости, что значительно усложняет гидродинамическую обстановку. Известно, что в центробежном поле на каждую каплю после ее отрыва от краев отверстия действуют следующие силы: центробежная, архимедова (сила противодавления), кориолисова сила

инерции относительного давления, сила поверхностного натяжения и подъемная сила Тейлора. Следовательно, на каплю, движущуюся во вращающейся жидкости, кроме силы вытеснения и лобового сопротивления, действует поперечная сила, вызывающая ее несимметричную деформацию и уменьшение окружной составляющей скорости по мере удаления ее от оси вращения [182].

Однако, несмотря на широкие теоретические и экспериментальные исследования, проведенные по каплеобразованию, полученные зависимости даны для узкоспецифического диапазона варьируемых параметров, поэтому для инженерных расчетов обычно используют эмпирические корреляции, определенные на основании экспериментальных данных для конкретного процесса.

2.2. Дробление капли в центробежном поле

При движении капель жидкости в другой жидкости или в газовой среде при определенных условиях капли претерпевают разрушение с образованием нескольких капель меньшего размера [3, 81, 82]. Этот процесс встречается при распылении, в процессах жидкостной экстракции, абсорбции, сепарации и в ряде других процессов. Наиболее ярко процесс дробления выражен при движении капель в равномерно вращающейся среде, так как при движении капель, например, от центра к периферии ротора происходит усиление тех параметров, которые способствуют разрушению капель.

Исследованию механизма распада капель был посвящен ряд работ [80-87, 97], в которых были описаны различные математические модели разрушения капель. Они построены для дробления капель в условии отсутствия внешних массовых сил. Модели можно разделить на три большие группы в зависимости от подхода к описанию дробления: энергетическую, колебательную, аэродинамическую. Первая связана с тем, что условие устойчивости записывается в виде сохранения полной энергии системы. При анализе этих соотношений получено, что при увеличении скорости потока происходит увеличение поверхностной энергии. Наступает момент, когда эта энергия при малом увеличении скорости бесконечно возрастает, и этот момент принимается за момент дробления. Значения предельного числа Вебера We равны при этом 2,8÷5,41.

Колебательная модель основана на предположении, что дробление наступает в момент, когда собственная частота колебаний капли совпадает с вынужденной. При этом получено, что дробление наступит при We = 4,4. Для ускоряющейся капли из аналогичного анализа получено число Бонда Bo = 22.

Третий подход основан на квазистационарной деформации капли. При этом за распад принимается момент, когда достигается определенная степень деформации. Получено, что согласно модели распада We = 3,75.

Все приведенные механизмы разрушения не учитывают особенностей центробежного поля: переменной по радиусу центробежной силы, а также силы Кориолиса, которые должны привести к некоторым отличиям процесса дробления капель.

Исходя из вышеизложенного нами приняты следующие допущения:

1. Первоначально рассматриваемая форма капли – сплюснутый эллипсоид вращения. Это предположение основано на полученной экспериментально внешней картине движения капель в центробежном и гравитационном полях.

2. Жидкости внутри и вне капли несжимаемы.

3. Отсутствует движение жидкости внутри капли.

4. Колебаниями поверхности капли пренебрегаем. Из анализа литературы следует, что если время деформации много больше периода собственных колебаний, то имеет место квазистатическая деформация. В нашем случае это условие выполняется.

5. На лобовой поверхности образуется ламинарный пограничный слой, а в кормовой части – турбулентный след.

6. Капля движется в среде квазистационарно. Данное предположение основано на работах по исследованию движения капель в поле действия центробежных сил.

7. Поверхность раздела капля-среда ведет себя как упругая тонкая пленка.

Рассмотрим распад капель, движущихся в другой несжимаемой жидкости, которая не смешивается с первой. Как было установлено экспериментально, форма капли жидкости, движущейся в равномерно вращающейся жидкой среде, имеет на начальном участке форму, близкую к форме эллипсоида вращения [88], малая ось которого совпадает по направлению с вектором скорости капли. Предположим, что

капля деформируется медленно и в каждый момент времени имеет устойчивую форму.

Для обеспечения устойчивости формы капли в каждый момент времени необходимо, чтобы давление в каждой ее точке было одинаковым. При этом алгебраическая сумма давлений с внешней стороны капли и с внутренней будет равна давлению в центре капли. При отсутствии внешних нагрузок (частный случай) капля имеет шарообразную форму и давление в ее центре $P_о = \frac{4\sigma}{d}$. Предположим, что при изменении внешних условий эта составляющая давления остается без изменений. Тогда условие устойчивости формы капли запишется в виде

$$P_\infty = P_н \pm P_к^1 = P_о \mp P_ц \pm P_к^2 - P_\sigma - P_с . \quad (2.1)$$

Выбор знака (+) или (-) для давления $P_к$ зависит от того, какая сторона (правая или левая) по ходу капли рассматривается. Для $P_ц$: знак (+) - для лобовой части, а (-) - для кормовой части капли.

Для определения давления по поверхности капли $\left(P_н, P_к^1\right)$ необходимо определить поле скоростей внешней среды. Будем считать, что капли не имеют внутренней циркуляции, что характерно для капель технических жидкостей, загрязненных ПАВ [90, 91]. Воспользуемся теорией пограничного слоя. Будем считать, что на лобовой части капли имеется ламинарный пограничный слой (рис. 2.1). Тогда вне этого слоя среда движется как идеальная жидкость. Так как форма капли - эллипсоид вращения, известен потенциал течения, записанный в эллиптических координатах (λ, η, φ) [92]:

$$\varphi_п = Uc\lambda\eta \frac{\lambda^{-1} - \text{arcctg}\lambda}{m}, \quad m = \arcsin\frac{1}{\sqrt{\lambda_о^2 + 1}} - \frac{\lambda_о}{\lambda_о^2 + 1}. \qquad (2.2)$$

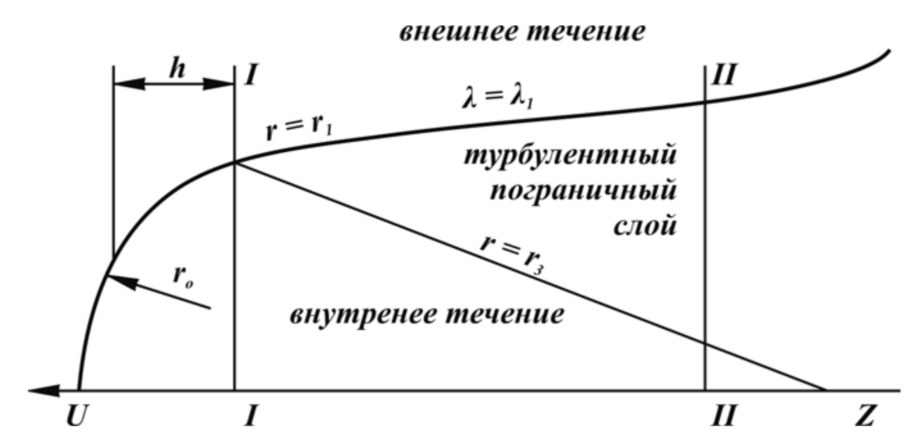


Рис. 2.1 Схема потока при движении капли

Переходя к координатам сплюснутого эллипсоида вращения (λ, η), найдем компоненты скорости и несимметричность формы относительно оси, проходящей через центр капли параллельно вектору скорости:

$$V_\eta = \frac{\sqrt{1-\eta^2}\left(1 - \lambda\text{arcctg}\lambda\right)}{m\sqrt{\lambda^2 + \eta^2}} \qquad (2.3)$$

и $$V_\lambda = \frac{U\eta\left(\lambda - \left(\lambda^2 + 1\right)\cdot arcctg\lambda\right)}{m\sqrt{\lambda^2 + 1}\sqrt{\lambda^2 + \eta^2}}, \qquad (2.4)$$

где $m = \text{arctg}\lambda_о - \frac{\lambda_о}{\lambda_о^2 + 1}$.

Давление от набегания потока можно выразить как

$$P_н = 0{,}5\rho_с\left(V_\lambda^2 - V_\eta^2\right).$$

Для давления в центре капли справедливо выражение

$$P_о - P_\infty - P_\sigma = 4\sigma d^{-1} - \sigma\left(r_1^{-1} + r_2^{-1}\right),$$

где r_1, r_2 – главные радиусы кривизны.

Так как формула (2.1) записана относительно центра капли, то $P_ц$ и $P_н$ должны определяться также относительно этого же центра. Разность давлений от центробежной силы внутри и снаружи капли запишется в виде

$$\Delta P_ц = \left(\rho_к - \rho_с\right)\omega^2\left[\left(R + h\right)^2 - R^2\right].$$

Пренебрегая величиной h^2 по сравнению с другими членами и определяя h для сплюснутого эллипсоида вращения (рис. 2.1), получим

$$P_ц = 2\left(\rho_к - \rho_с\right)\omega^2 R_с\lambda_о\eta.$$

Так как вся жидкость внутри капли движется как единое целое, то $P_к^2$ в эллиптических координатах определится следующим образом:

$$P_к^2 = -2\rho_к U\omega c\sqrt{\lambda_о^2 + 1}\sqrt{1 - \eta^2}\cos\theta.$$

Для определения давления от сил Кориолиса $P_к^1$ от внешней жидкости воспользуемся уравнением Навье-Стокса в центробежном поле (проекция на ось λ):

$$-\frac{1}{H_\lambda}\frac{\partial P_к^1}{\partial\lambda} = 2\rho_с\omega V_\eta\cos\theta.$$

Тогда давление от силы Кориолиса $P_к^1$ определится как

$$P_к^1 = -2\omega\rho_c \cos\theta \int H_\lambda V_\eta d\lambda .$$

Беря интеграл, получим

$$P_к^1 = -2\rho_к \omega U m^{-1} c \sqrt{\lambda_o^2 + 1}\sqrt{1-\eta^2} \cos\theta \operatorname{arcctg}\lambda_o .$$

Это распределение будет справедливо вплоть до точки отрыва пограничного слоя от поверхности капли. Для определения этой точки воспользуемся уравнением Шлихтинга [94] для формпараметра f пограничного слоя у осесимметричной поверхности:

$$f = 0{,}47 V_\eta'(\eta) V_\eta^{-6}(\eta)\gamma_o^{-2}(\eta)\int_1^\eta V_\eta^5(\xi)\gamma_o^2(\xi)d\xi .$$

Л.Г. Лойцянским [93] предложено значение f при отрыве, равное минус 0,089, и определено, что отрыв происходит при η = 0,04÷0,14 в диапазоне изменения λ_o = 0,1÷1 соответственно. Из-за малости размера капли примем, что отрыв происходит при значении η = 0, то есть на моделе капли.

Для определения значений $P_н$ и $P_к^1$ для кормовой части необходимо знание поля скоростей вне капли. Для этого примем, что кормовая часть капли плоская, а закормовое течение имеет вид, представленный на рис. 2.1. Если предположить, что скорость во внешнем течении имеет то же распределение, что и вне пограничного слоя в точке отрыва, то ее можно записать

$$V_{z1} = U m^{-1}\left(c\left(r^2 - c^2\right)^{-1/2} - \operatorname{arcctg}\left[\frac{\left(r^2 - c^2\right)}{c^2}\right]^{-1/2} \right).$$

Для скорости в пограничном слое справедливо соотношение

$$V_z = \breve{V}_{z1}[1-\chi(\varepsilon)] + V_{zm}\chi(\varepsilon), \qquad (2.5)$$

где $\chi(\varepsilon) = 1 - 6\varepsilon^2 + 8\varepsilon^3 - 3\varepsilon^4$, $\varepsilon = r/\delta$, $\breve{V}_{z1} = V_{z1}(r = r_1)$.

Для определения поля скоростей найдем V_{zm}. Для этого запишем для сечений I-I и II-II закормового течения уравнения сохранения расхода и уравнение Кармана:

$$\int_{r_o}^{\infty} V_{z1} r dr + 0{,}5 U r_o^2 = 0{,}5 V_{zm} r_3^2 + \int_{r_3}^{r_1} V_z r dr + \int_{r_1}^{\infty} V_{z1} r dr \;;$$

$$\frac{d}{dz}\int_0^{\delta} r V_z \left(V_z - \breve{V}_{z1}\right) dr = -\breve{V}'_{z1}\int_0^{\delta}\left(V_z - \breve{V}_{z1}\right) r dr \,.$$

Подставляя (2.3) в (2.4) и (2.5) и принимая толщину пограничного слоя в виде $\delta = 1{,}08z$, получим систему уравнений для определения V_{zm} и r_3:

$$V_{zm} = \breve{V}_{z1} - \frac{5Uc^3}{m\sqrt{r_1^2 - c^2}\left(\delta^2 + 4r_3\delta + \delta r_3^2\right)}\,; \qquad (2.6)$$

$$\frac{dr_3}{dz} = f\left(r_3, z\right). \qquad (2.7)$$

Численно решая (2.6) при условии z = 0, $r_3\sqrt{\lambda_o^2 + 1}$, получим, что зависимость $r_3(z)$ очень близка к линейной и может быть аппроксимирована равенством

$$r_3 = r_o - \left(0{,}88 - 0{,}4\lambda_o\right)z \;. \qquad (2.8)$$

Подставляя (2.8) в (2.7), получим зависимость для скорости V_{zm}. Для определения второй составляющей скорости используем уравнение неразрывности

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rV_r)}{\partial r} = -\frac{\partial V_z}{\partial z}.$$

Так как давление переносится поперек пограничного слоя без изменения, то на линии $r = r_3$ давление P будет равно $P_\infty - 0{,}5\rho_c \breve{V}_{z1}^2$. Для применения уравнения Бернулли во внутреннем течении найдем уравнения линий тока из $V_{rm}dz = V_{zm}dr$. Подставляя значения скоростей V_{zm}, V_{rm}, получим уравнения линий тока в виде

$$r_л = C_1\sqrt{\frac{U}{|V_{zm}|}} \qquad (2.9)$$

где C_1 – константа интегрирования, определяемая из условия прохождения линий тока через соответствующую точку поверхности. Тогда распределение давления от набегания потока на поверхность капли примет вид

$$P_н = 0{,}5\rho_c\left(V_{zm1}^2 + V_{rm1}^2 - \breve{V}_{z1}^2 - U^2\right) \qquad (2.10)$$

где скорости V_{zm1}, V_{rm1} определяются на пересечении линии $r = r_3$ с соответствующей линией тока.

Для определения давления от сил Кориолиса снаружи капли предположим, что кривую η = const можно разбить на два участка: до пересечения с линией $r = r_1$ и после него. Пусть кривая η = const на участке, лежащем внутри пограничного слоя, может быть заменена

прямой, параллельной оси z. Тогда первое слагаемое в давлении от сил Кориолиса запишется

$$P^1_{к1} = -\omega\rho_с\sqrt{1-\eta^2}\sqrt{\lambda_о^2+1}\cos\theta \qquad (2.11)$$

Второе слагаемое определяем по $P^1_к$ используя значение $V\eta$ для внешнего течения

$$P^1_{к2} = -\omega\rho_с U_с\sqrt{\lambda_1^2+1}\sqrt{1-\eta^2}\cos\theta \operatorname{arcctg}\sqrt{(\lambda_1^2+1)(1-\eta^2)-1}. \qquad (2.12)$$

Давление $P_с$ находим из

$$P_с = S_п^{-1}\int\limits_{S_п}\left(P_ц + P_н + P^1_к + P^2_к\right)dS_п .$$

Подставляя значение $S_п$ для эллипсоида вращения, переходя под интегралом к эллиптическим координатам и учитывая, что $P_ц$ и $P_к$ нечетны относительно координаты η, получим

$$P_с = S_п^{-1}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_{-1}^{1}P_н\sqrt{\lambda_о^2+1}\sqrt{\lambda_о^2+\eta^2}\,d\eta \qquad (2.13)$$

Подставляя найденные значения давлений в (2.1), получим уравнение, связывающее главные радиусы кривизны поверхности капли, параметры ее движения, физико-химические свойства системы и координаты η, θ. Эта зависимость в краткой форме может быть записана в виде

$$\sigma\left(r_1^{-1}+r_2^{-1}\right) = f\left(\rho_с, \rho_к, \omega, R, d_к, И, \lambda_о, \eta\right), \qquad (2.14)$$

где r_1, r_2 – главные радиусы кривизны поверхности капли; λ, η - эллиптические координаты; $\lambda_о$ – координатная линия, соответствующая поверхности эллипсоида вращения.

Предположим, что при деформировании капли между главными радиусами кривизны существует такая же связь, как и для эллипсоида вращения:

$$r_1^{-1} + r_2^{-1} = r_1^{-1}\left(1 + \frac{\lambda_o^2 + \eta^2}{\lambda_o^2 + 1}\right); \qquad (2.15)$$

Тогда, подставляя (2.15) в (2.14) и приводя зависимость (2.14) к безразмерному виду, получим

$$cr_1^{-1} = f\left(We, Bo, S, T, \lambda_o, \eta\right), \qquad (2.16)$$

где c – масштабный коэффициент эллиптических координат, м; λ, η – эллиптические координаты; $We = \frac{\rho_c T^2 d}{\sigma}$ - число Вебера; $Bo = \frac{(\rho_к - \rho_c)\omega^2 R d^2}{\sigma}$ - число Бонда; $S = \frac{\rho_c \omega U d^2}{\sigma}$ - число, характеризующее отношение сил Кориолиса к силам поверхностного натяжения; $T = \frac{\rho_к}{\rho_c}$ - отношение плотности жидкостей капли и среды.

В результате подстановки (2.15) в зависимость (2.14) пространственная задача (2.14) построения поверхности сводится к плоской задаче (2.16) построения кривой меридианального сечения капли. Для радиуса кривизны плоской кривой справедливо выражение [97, 98]

$$r_1^{-1} = \frac{\left|\vec{r}' x \vec{r}''\right|}{\left|\vec{r}'\right|^3},$$

где $\vec{r}(t)$ - радиус-вектор. Используя эллиптические координаты (λ, η) и принимая η за параметр кривой, получим

$$
cr_1^{-1} = \Big[\big(\lambda^2+\eta^2\big)\big(\lambda^2+1\big)\big(1-\eta^2\big)\lambda'' + \eta\big(1-\eta^2\big)^2(\lambda')^3 - \lambda\big(2\lambda^2+\eta^2+1\big)\big(1-\eta^2\big)(\lambda')^2 +
$$

$$
+\eta\big(1-\eta\eta^2-\lambda^2\big)\lambda' - \lambda\big(\lambda^2+1\big)^2 \Big/ \Big[\big(\lambda^2+\eta^2\big)^{3/2}\Big[\big(1-\eta^2\big)(\lambda')^2+\big(\lambda^2+1\big)\Big]^{3/2}\Big]\Big] \qquad (2.17)
$$

Если теперь в (2.17) подставить c/r_1 из (2.16), получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее форму меридиальной кривой капли, решение которого получить в квадратурах нельзя. Поэтому будет определен алгоритм поточечного построения кривой. При этом форма строящейся кривой будет зависеть от значений чисел We, Bo, S, T. Для выяснения значений этих параметров при дроблении капли предположим, что условием ее распада будет касание кривой, соответствующей лобовой части капли с кривой, соответствующей кормовой части капли.

Первоначально зададимся значениями We, Bo, S, T и λ_o. Построение кривой по уравнению (2.17) будем вести методом Рунге-Кутта [99] из начальной точки $\lambda = \lambda_1$ одновременно в направлении 1-2-3 и 1-4-3 (рис. 2.2). В начальной точке дополнительно предполагается $\lambda' = 0$. Это условие может быть получено из физической картины деформации и означает, что в малой окрестности лобовой точки давление относительно нее симметрично.

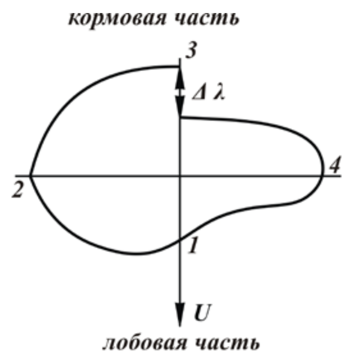


Рис. 2.2. Физическая картина деформации капли

После поточечного построения кривых 1-2-3, 1-4-3 необходимо проверить условия: замкнутость кривой в точке 3; сохранение объема капли; совпадение коэффициентов формы $\lambda_о$, которыми первоначально задавались и полученных на построенной кривой.

При проверке первого условия если кривая не замкнута и существует разрыв, то принимается условие линейной компенсации разрыва (рис. 2.2). Тогда координаты точек пересчитываются:

$$\lambda_н = \lambda_с \pm \Delta\lambda \cdot h(1-\eta), \tag{2.18}$$

где знак (+) берется для кривой 1-2-3, а знак (-) – для кривой 1-4-3.

Для проверки условия сохранения объема предполагаем, что поверхность построенной капли образуется вращением кривых 1-2-3 и 1-4-3 на 180°. Так как эти кривые заданы поточечно, то

$$V = \pi c^3 \lambda_о (\lambda_о^2 + 1) . \tag{2.19}$$

Объем первоначального эллипсоида

$$V_{эл} = \frac{4}{3}\pi\lambda_о (\lambda_о^2 + 1) . \tag{2.20}$$

Если разность объемов $\Delta V = V - V_{эл}$ составляет более $0{,}01V_{эл}$, тогда вычисляем поправку к начальному значению λ_1. Предположим, что лишний объем сосредоточен в тонкостенном цилиндре высотой и диаметром, равными длине большой оси первоначального эллипсоида. Тогда поправка составит

$$\Delta\lambda_1 = \frac{\Delta V}{4\pi(\lambda_о^2 + 1)} . \tag{2.21}$$

Новое начальное значение определится как

$$\lambda_{1н} = \lambda_1 - \Delta\lambda_1.$$

При построении кривых 1-2-3, 1-4-3 исходим из того, что поверхность лобовой части капли определяется коэффициентом формы $\lambda_о$. Для отыскания нового коэффициента формы принимаем, что коэффициент формы капли определяется как полусумма коэффициентов формы кривых 1-2 и 1-4.

Считаем, что при искривлении поверхности капли образуются застойные зоны (рис. 2.3), тогда коэффициент формы определится

$$\lambda_{он} = 0{,}5\left[\frac{\max\lambda_{i1}\eta_{i1}}{\sqrt{\lambda_{к1}^2 + 1 + (\max\lambda_{1i}\eta_{1i})^2}} + \frac{\max\lambda_{i2}\eta_{i2}}{\sqrt{\lambda_{к2}^2 + 1 + (\max\lambda_{i2}\eta_{i2})^2}}\right]. \quad (2.22)$$

Если $\lambda_{он}$ не совпадает с точностью до 1% с $\lambda_{он}$, то вводится новый коэффициент формы

$$\lambda_{но} = 0{,}5(\lambda_о + \lambda_{он}) \quad (2.23)$$

и расчет повторяется. После окончательного построения формы капли проверяется условие устойчивости. Оно представляет собой касание кривых 2-1-4 и 2-3-4. Если касания не произошло, то осуществляется шаг по параметру We, так как We является определяющим числом в поле тяжести.

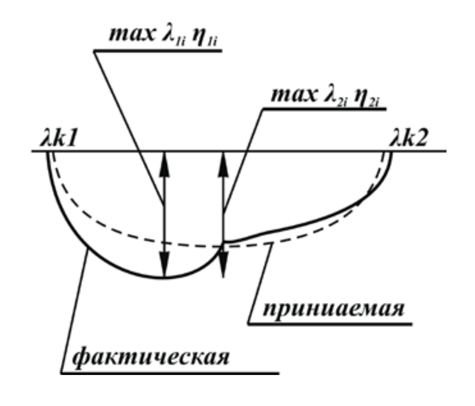


Рис. 2.3. Искривление поверхности капли

По предложенному алгоритму составлена программа на языке «Фортран IV». Расчет проводился на ЕС-1033. При этом отдельно был исследован случай S = 0, то есть отсутствие давления от сил Кориолиса, что соответствует гравитационному полю. При этом очевидно, что число Бонда имеет вид

$$Bo = \frac{(\rho_к - \rho_c) \cdot g \cdot d^2}{\sigma}.$$

Расчеты показали, что для изменения критерия Во от 0 до 20 число We при дроблении меняется от 10,5 до 13,5 соответственно. При изучении дробления капель в гравитационном поле в скрубберах Вентури [100] получено, что число We меняется от 9 до 24. При этом, правда, не учтено значение числа Во, которое могло быть введено в виде

$$Bo = \frac{(\rho_к - \rho_c) \cdot a \cdot d^2}{\sigma},$$

где a – ускорение жидкой частицы в потоке. Как видно из этого сравнения, совпадение значений достаточно хорошее.

Результаты расчетов по дроблению капель в центробежном поле, то есть $S \neq 0$, обработаны в виде функции $We = ABo^{\alpha}S^{\beta}T^{\gamma}$ методом наименьших квадратов. Зависимость получена в виде

$$We = Bo^{0,21}S^{-0,46}T^{-0,4} \qquad (2.24)$$

Преобразуя (2.24) в функцию от предельного диаметра капель, получим

$$d_{кр} = 3{,}9\frac{(\rho_к - \rho_с)^{0,14} R^{0,14} \sigma^{0,83}}{\rho_к^{0,27} \rho_{ср}^{0,71} U^{1,67}} \qquad (2.25)$$

Для проверки полученной зависимости (2.25) были проведены эксперименты по исследованию дробления в центробежном поле [101, 102].

Сравнение экспериментальных и теоретических данных (рис. 2.4) показывает, что распад капель наступает фактически несколько раньше, чем это предсказывается теорией.

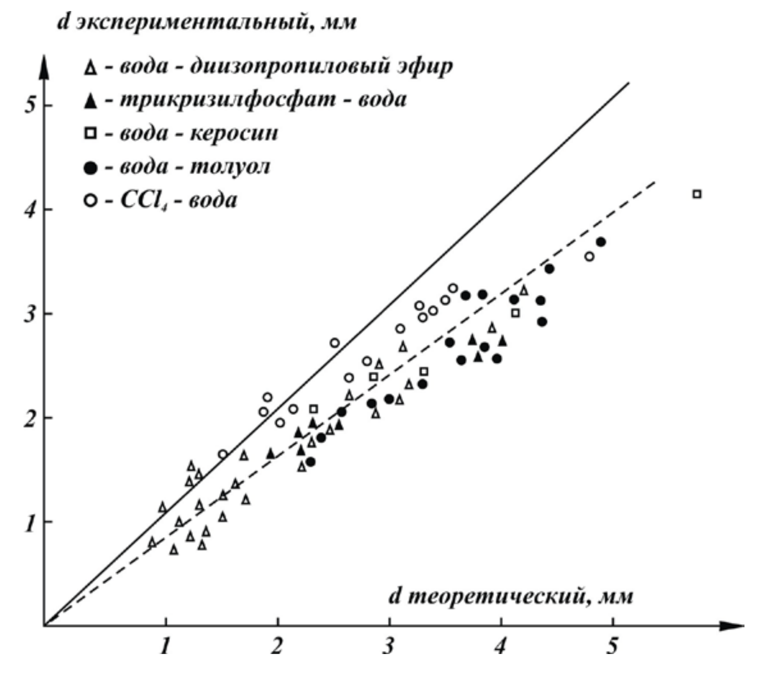


Рис. 2.4. Сравнение экспериментальных и теоретических данных по распаду капель

Это связано, видимо, с тем, что при получении теоретической модели предполагалось отсутствие колебаний поверхности капли. В действительности же при начальной деформации колебания капель имеют незначительную по сравнению с их толщиной амплитуду. Но, когда между лобовой и кормовой поверхностями капли образуется достаточно тонкий слой, амплитуда колебаний становится сравнимой с толщиной

этого слоя, что и приводит к несколько более раннему распаду. Если в соответствии с этим ввести поправку к теоретической зависимости (пунктирная линия на рис. 2.4), то окончательная формула примет вид

$$d_{кр} = 3{,}25 \frac{(\rho_к - \rho_с)^{0,14} R^{0,14} \sigma^{0,83}}{\rho_к^{0,27} \rho_{ср}^{0,71} U^{1,67}} \qquad (2.26)$$

Зависимость (2.26) рекомендуется для расчета предельно устойчивого диаметра капель в центробежном поле.

2.3. Процессы каплеобразования жидкостей из отверстий и сопел насадок центробежных экстракторов

2.3.1. Вывод функциональной зависимости для среднего размера капель при двухфазном движении жидкостей по наклонному каналу.

При движении дисперсной фазы в межтарельчатом пространстве, например образованном нижним и верхним волнообразными дисками, капли тяжелой жидкости под действием центробежной силы инерции прижимаются к образующей поверхности насадки и перемещаются по ней, «перелетая» с гребней волнообразных дисков на поверхность следующей полуволны верхнего и нижнего дисков. Вследствие того что капля частью своей поверхности прижимается к поверхности конуса, в точке их соприкосновения возникают силы трения скольжения, которые обусловливают вращение капли. Таким образом, можно предполагать, что относительные скорости жидкостей как дисперсной, так и

сплошной фазы на поверхности насадки равны нулю. Следовательно, по нормали к поверхности насадки (рис. 2.5) существует градиент скорости. В этом случае капля подвергается разрывающему действию сдвига соседних слоев потока и дробится. Помимо этого, в самом потоке сплошной фазы могут иметь место турбулентные пульсации, которые оказывают воздействие на устойчивый размер капель [65]. Поскольку влияние турбулентных пульсаций значительно меньше, чем пристенного эффекта [79], они из дальнейшего рассмотрения исключаются.

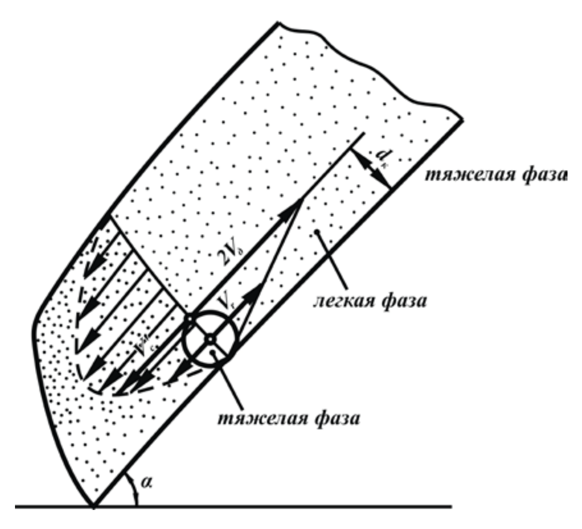


Рис. 2.5. Движение капли по наклонному каналу

Для нахождения функциональной связи среднего размера капель от определяющих параметров воспользуемся моделью пограничного слоя, представленной в работах [92-97]. Очевидно, капля не будет разрушаться, если динамическое давление потока $P_п$, оказываемое на каплю, вследствие градиента скоростей в двух крайних диаметрально

расположенных точках капли будет равно внутреннему давлению в капле $P_к$, то есть условие устойчивого размера капли запишется в виде $P_п \cong P_к$, где внутреннее давление $P_к = 4\frac{\sigma}{d}$; динамическое давление, вызывающее дробление капли, $P_н = \frac{\left(2V_1 + V_c'\right)^2}{2}\rho_c$.

Диаметр, устойчивый в данных гидродинамических условиях, можно определить из равенства $P_п$ и $P_к$, подставив значения $P_к$ и $P_п$:

$$\frac{\left(2V_д + V_c'\right)^2}{2}\rho_c = 4\frac{\sigma}{d} \ . \qquad (2.27)$$

Раскрывая скобки в левой части уравнения (2.27), получим

$$2V_д^2\rho_c + \frac{V_д f_т V_c^2 \rho_c^2 d}{\mu_c} + \frac{f^2 \overline{V}_c^2 \rho^3 d^2}{8\mu_c^2} = 4\frac{\sigma}{d} \ . \qquad (2.28)$$

Принимая во внимание, что в последнем уравнении второй и третий члены в левой части более чем на три порядка меньше, чем первый, ими можно пренебречь. Тогда можно записать

$$d \approx 2\frac{\sigma}{\rho_c V_g^2} \ . \qquad (2.29)$$

Полагая в уравнении (2.29) $\rho_c V_g^2 \sim \Delta\rho V_{ок}^2 \sim \Delta\rho\omega^2 R^2$ и записывая его в безразмерной форме, получаем

$$\frac{d}{R} = a'\left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2 R^3}\right)^a \ . \qquad (2.30)$$

Поскольку средний размер капель в исследуемом аппарате задается функцией радиуса, сделано допущение, что на рассматриваемом участке ΔR его величина постоянна.

При обработке экспериментальных данных вариационный ряд объемов капель (υ) на участке ΔR разбивался на m':10 классов. Длина всех интервалов выбиралась одинаковой:

$$\frac{\upsilon_{max} - \upsilon_{min}}{m'} = \Delta \qquad (2.31)$$

Определялось количество n_m элементов, попавших в каждый интервал (υ_{m-1} - υ_m), и относительная частота $P_m = \frac{n_m}{n}$ попадания случайной величины в соответствующий интервал. Элементам выборки, попавшим в m'-й интервал, приписывалось значение

$$\upsilon_m^* = \frac{\upsilon_{m-1} + \upsilon_m}{2} \quad . \qquad (2.32)$$

По построенному вариационному ряду вычислялась оценка математического ожидания:

$$\overline{\upsilon} = \sum_{m=1}^{10} \upsilon_m^* P_m$$

и дисперсии

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{m'=1}^{10} \left(\upsilon_m^* - \overline{\upsilon}\right)^2 P_m \, .$$

На рис. 2.6 приведена типичная зависимость доли капель объемом υ_m^* от куба диаметров этих капель. Как видно из графика, кривые распределения объема капель близки к форме идеального распределения.

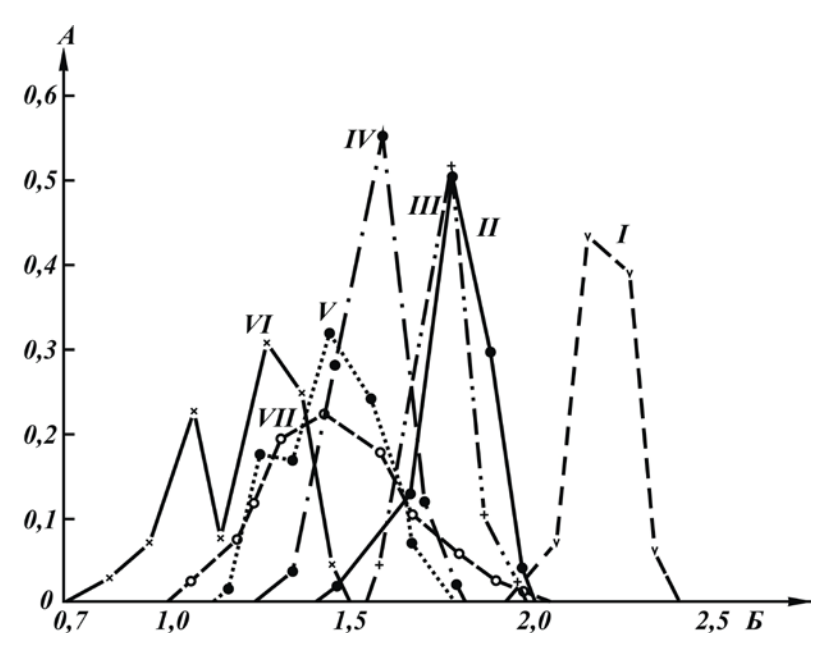


Рис. 2.6. Кривые распределения капель в зависимости от величины диаметра. А - частота, В - диаметр капли (мм)

Скорость вращения ротора (об/мин.): I - 600, II - 800, III - 1000, IV и VII - 1600.

Система: I-VI - толуол-вода, VII - трибутилфосфат-вода.

Для полного описания распределения капель по размерам в зависимости от гидродинамических режимов работы аппарата и физико-химических свойств систем необходимо основные характеристики распределения – математическое ожидание и дисперсию – представить как функцию этих параметров. Поскольку математическое ожидание $\overline{\upsilon}$ и дисперсия S^2 определяются размерами капель, можно ожидать, что они будут описываться зависимостью, полученной ранее для среднего размера капель (2.30).

Обработка экспериментальных данных в координатах

$$\lg\frac{\overline{\upsilon}}{R}-\lg\left(\frac{\sigma}{\omega^2\Delta\rho R^3}\right) \quad \text{и} \quad \lg\frac{S^2}{R}-\lg\left(\frac{\sigma}{\omega^2\Delta\rho R^3}\right)$$

позволила получить зависимость математического ожидания и дисперсии гипотетического распределения в виде

$$\overline{\upsilon}=0{,}357\left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2}\right)^{1,14}R^{-0,42}\;; \tag{2.33}$$

$$S^2=0{,}347\cdot10^{-2}\left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2}\right)^{2.28}R^{-0,84}\;. \tag{2.34}$$

Из формулы (2.33) для математического ожидания объема нами может быть получена простым пересчетом зависимость для среднеобъемного диаметра капель:

$$\frac{d}{R}=0{,}88\left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2R^3}\right)^{0,38}\;. \tag{2.35}$$

Сравнение экспериментальных данных по d со значениями, рассчитанными по формуле (2.35), показывает удовлетворительную сходимость (±12%).

Подтверждение гипотезы нормального распределения выполнено с использованием критерия λ_1^2 (критерия Пирсона) [103]. Для рассматриваемого случая

$$\lambda_1^2=\sum_{m'=1}^{10}\frac{\left(n_m-nP'_m\right)^2}{nP'_m},$$

где P'_m - теоретическая частота попадания случайной величины υ в соответствующий интервал; n – объем выборки. Как показали результаты расчетов для всех рассматриваемых случаев при количестве степеней свободы $\nu' = q_1 - 3$, значения критерия Пирсона при уровне значимости q = 5% оказываются меньше критических [104], и это дает возможность решить гипотезу о нормальном распределении куба диаметров капель на некотором радиусе R.

2.3.2. Вывод функциональной зависимости среднего размера капель при однофазном движении жидкостей через отверстия насадок.

В процессе высокоинтенсивного взаимодействия при противотоке фаз образуется полидисперсная система капель. Поэтому оценку размера капель принято производить по некоторым их средним размерам. В связи с малыми размерами капель их поверхность принимаем равной эквивалентной поверхности шара (диаметр ≈ 0,5÷3 мм). Капельное истечение дисперсной фазы достаточно изучено, поэтому рассмотрим случай струйного истечения дисперсной фазы через щели элементов наиболее эффективных насадок центробежных аппаратов [6, 36]. Считаем, что жидкостное кольцо дисперсной фазы при выходе из отверстия под действием гидродинамического давления слоя в результате внешнего воздействия (столкновение капель с элементами насадок, наличие противотока сплошной фазы, влияние пульсаций скоростей, возникающих в результате турбулизации сплошной фазы, изменение направления движения обеих фаз из зоны смешения, вибрация ротора

при вращении и т.д.) разбивается на множество струек (центров каплеобразования). Из этих струек в результате вышеперечисленных факторов образуется поток капель (в случае, например, Х-образной насадки поток капель разбивается на два потока: один идет по верхнему диску, другой – по нижнему). Дробление жидкости на капли под воздействием турбулентных пульсаций в потоке другой жидкости, не смешивающейся с первой, можно рассматривать на основе закономерностей теории локальной изотропной турбулентности Колмогорова-Обухова. Эффект дробления связан с тем, что в турбулентном потоке скорость жидкости изменяется от точки к точке. Скорость жидкости у поверхности капли в двух различных ее точках будет различной. Следовательно, на поверхности будут действовать различные динамические напоры в разных ее местах, что при известных условиях (неравномерности центростремительного ускорения по направлению радиуса и разности скоростей фаз в пределах размеров части) неизбежно будет приводить к деформации и разрыву капли. Процесс разрушения струек кольца начинается в тот момент, когда напряжения, действующие на них вследствие взаимодействия с гидродинамическим полем, достигают предела их прочности, определяемого физико-химическими факторами. Ввиду того что в большинстве случаев разность плотностей фаз относительно невелика, то турбулентные пульсации большого масштаба будут лишь переносить каплю как целое. Разрушающее воздействие оказывают только такие пульсации, скорость которых заметно изменяется на расстоянии порядка размера капель:

$$V_к \approx \left(\frac{\bar{\varepsilon} d_к}{\rho_с}\right)^{1/3} \qquad (2.36)$$

где $\bar{\varepsilon}$ - диссипация энергии, отнесенная к единице вытекающей массы жидкости. Средние значения $d_к$ определяются из условия, что число Рейнольдса и число Вебера для этих капель по порядку величины равны единице:

$$\frac{1}{\mathrm{Re}\,\bar{d}_к} + \mathrm{We}\bar{d}_к \approx 1,$$

что выражает условие равенства кинетической энергии частицы жидкости работе сил вязкости и поверхностного натяжения при разрыве этой частицы:

$$V_{dк}^2 \rho \approx \mu V_{dк} d_к^2 + \sigma d_к^2.$$

В случае отсутствия влияния вязкости получаем

$$d_к = \frac{\sigma_{м-ф}^{3/5}}{\bar{\varepsilon}^{2/5} \rho_с^{1/5}} \; ; \qquad (2.37)$$

В режиме влияния только вязкости

$$d_к = \frac{\mu_с}{\bar{\varepsilon}^{1/3} \rho_с^{2/3}} \; ; \qquad (2.38)$$

Тогда в общем случае имеем

$$d_к = \frac{\sigma^{3/5}}{\bar{\varepsilon}^{2/5} \rho_с^{1/5}} + \frac{\mu}{\bar{\varepsilon}^{1/5} \rho_с^{2/5}} \; ; \qquad (2.39)$$

Величина $\bar{\varepsilon}$ не зависит от масштаба движения и является константой, характерной для данного потока, и определяется величинами,

характеризующими крупномасштабное турбулентное движение. По аналогии с работой [4] энергию диссипации $\bar{\varepsilon}$ можно выразить в виде

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_{стр}}{\sum_{i=1}^{n} \Delta V_{кс}} = \frac{N_к}{V_{кс}}\ , \tag{2.40}$$

где $N_{стр}$ – энергия струйки; $N_к$ – энергия вытекающего жидкостного кольца, состоящего из струек; $V_{кс}$ – объем камеры смешения в элементах насадки; $\Delta V_{кс}$ – элементарный объем смешения, приходящийся на одну струйку.

Количество струек – центров каплеобразования – зависит от условий истечения дисперсной фазы, то есть от размеров камеры смешения, радиуса истечения, угловой скорости потока, расхода дисперсной и сплошной фаз и физико-химических свойств жидкостей.

Выражая мощность вытекающего жидкостного кольца через объемный расход Q_d и скорость истечения V_d и подставляя значения $\bar{\varepsilon}$, $N_к$ и $V_{кс}$ в уравнение (2.38), получаем

$$d_к \cong (2h_R)^{2/5} \frac{\sigma^{3/5}\rho_d^{2/5}}{V_d^{6/5}\rho_c^{1/5}} + (2h_R)^{1/3} \frac{\mu^{3/4}\rho_d^{1/3}}{V_d\rho_c^{3/4}}\ ; \tag{2.41}$$

Функциональная зависимость, полученная на основании теории дробления капель под действием турбулентных пульсаций, дает нам лишь порядок величин $d_к$, устойчивых в турбулентном потоке. В реальной насадке на турбулентные пульсации (соответственно и на размер капель) оказывают влияние и другие неучтенные факторы, такие как: действие сил центробежного поля, противоток сплошной фазы, столк-

новение струй (капель) со стенкой камеры смешения, резкое изменение траектории движения дисперсной или сплошной фаз и т.д. Поэтому приведенное ниже уравнение выражает соответственно взаимосвязь параметров, влияющих на процесс дробления:

$$\frac{d_к}{h_R} = K\left(\frac{\sigma_{м-ф}}{\Delta\rho V_d^2 h}\right)^a \left(\frac{\mu_c}{\Delta\rho V_d h}\right)^в \left(\frac{Q_d + Q_c}{Q_d}\right)^c ; \qquad (2.42)$$

Отсюда следует, что размер капель не зависит от радиуса, а зависит от гидродинамической локальной обстановки, то есть от конкретных геометрических размеров элементов насадки, скоростей взаимодействующих фаз на данном элементе и межфазных сил взаимодействия. Зависимость размера капель от величины h_R (ширины камеры смешения) показывает, что область наиболее интенсивного соударения струй в камере смешения находится в пределах 1-2 мм, то есть размер струй в радиальном направлении для исследованного диапазона находится в пределах данного размера.

Для удобства обработки экспериментальных данных функциональную зависимость для среднего диаметра капель, устойчивого к турбулентным пульсациям, возникающим в результате встречного соударения потоков тяжелой и легкой фаз, представим в виде уравнения

$$\frac{d_к}{R} = K\left(\frac{h_R}{R}\right)^a \left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2 R^3}\right)^в \left(\frac{Q_d}{Q_c}\right)^c \left(\frac{\mu_d}{\mu_c}\right)^c ; \qquad (2.43)$$

Экспериментальное исследование процесса каплеобразования в щелевой насадке центробежного аппарата проводилось на прозрачной модели аппарата методом фотографирования потока капель при стробоскопическом освещении. За диаметр капли принимался размер эквива-

лентной поверхности шара или эллипсоида. Физические свойства использованных систем, геометрические и режимные параметры изменялись в следующих пределах: $\mu_с$ = (0,6÷20)·10^{-3} Нс/м^2; $\mu_д$ = (1÷48)·10^{-3} Нс/м^2; $\sigma_{м\text{-}ф}$ = (1,3÷45)·10^{-3} Н/м; $\Delta\rho$ = 113-590 кг/м^3; $\rho_д$ = 998-1590 кг/м^3; $\rho_с$ = 720-998 кг/м^3; R = 0,04-0,17 м; h_R = (1÷4)·10^{-3} м; $Q_д$ = (8÷250)·10^{-6} м^3/с; $Q_д/Q_с$ = 0,2-5; ω = (59-220) 1/с. По результатам обработки опытных данных разными авторами получены уравнения, в том числе эмпирические зависимости для определения размера образовавшихся частиц (капель) с использованием различных насадочных устройств [6, 7, 25, 39, 184, 354]:

- для контактных перфорированных цилиндров:

$$\frac{d_к}{d_о} = 2{,}3\left(\frac{\sigma_{с-д}}{\Delta\rho\omega^2 R d_о^2}\right)^{0,37}; \qquad (2.44)$$

- для насадки со щелевыми отверстиями:

$$\frac{d_к}{R} = 0{,}88\left(\frac{\sigma_{м-ф}}{\Delta\rho\omega^2 R^3}\right)^{0,38}; \qquad (2.45)$$

- для насадки с круговыми щелями для систем при $\mu_д \le 1{,}5\cdot 10^{-3}$ Нс/м^2, $\mu_с \le 5\cdot 10^{-3}$ Нс/м^2:

$$\frac{d_к}{R} = 0{,}82\left(\frac{h_R}{R}\right)^{0,3}\cdot\left(\frac{\sigma_{м-ф}}{\Delta\rho\omega^2 R^3}\right)^{0,25}; \qquad (2.46)$$

- для систем при $\mu_д > 1{,}5\cdot 10^{-3}$ Нс/м^2, $\mu_с > 5\cdot 10^{-3}$ Нс/м^2:

$$\frac{d_{ПО}}{R} = 0{,}8\left(\frac{h_R}{R}\right)^{0,3}\cdot\left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2 R^3}\right)^{0,25}\left(\frac{\mu_d}{\mu_c}\right)^{-0,5}; \qquad (2.47)$$

- для каналов спиралеобразной насадки:

$$\frac{d_{ПО}}{R} = 0,25 \cdot \left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2 R^3} \right)^{0,34} (\cos\theta)^{0,15} , \qquad (2.48)$$

где θ - угол закрутки канала.

Расчетные зависимости для определения размера капель в центробежном аппарате в безразмерном виде удовлетворительно согласуются с опытными данными и с данными, рассчитанными по формулам (2.44)-(2.48), при этом погрешность не превышает ±11%. Подтверждено, что на размер образовавшихся капель при истечении жидкости из отверстий щелей насадок оказывают влияние межфазное натяжение, разность плотностей фаз, интенсивность центробежного поля, а влияние вязкости, расходов и соотношения фаз несущественно. В связи с тем что при истечении фаз образуется полидисперсная система капель, проведена обработка данных для определения закона распределения размера образования капель в логарифмически вероятных координатах. Анализ опытных данных показывает, что средний диаметр капель, который можно считать случайной величиной, описывается нормально-логарифмическим законом распределения [14].

2.3.3. Деформация капель, осаждающихся в центробежном поле.

Рассмотрим деформацию капель в условиях квазистационарного движения в центробежном поле, когда капля фиксированного размера может иметь различную относительную скорость.

В настоящее время достаточно подробно изучена деформация капель, осаждающихся в поле тяжести. Тем самым в значительной степени удовлетворены потребности в расчетах аппаратов гравитационного типа. В исследованиях приходится мириться с одним существенным ограничением, накладываемым полем земного тяготения: капля определенного размера конкретной системы имеет лишь единственное значение относительной скорости. Это ограничение снимается в центробежном поле. Однако в предшествующих работах [105-108] был сделан вывод о неприменимости зависимостей, полученных для деформации капель в поле тяжести, в случае центробежного поля. Поэтому в этих работах обобщение экспериментальных данных было осуществлено специально для центробежного поля.

Исследования гидродинамики капли показывают [109, 110], что, несмотря на особенности центробежного поля, имеется возможность выделить условия, когда поле тяжести может рассчитываться как частный случай более общего явления, реализуемого в центробежном поле. Это обстоятельство может служить основанием для предположения о возможности описания аналогичным способом деформации капель.

Основные результаты исследований деформации в поле тяжести сводятся к следующему [116-118]. Форму деформированной капли принимают за сплющенный эллипсоид вращения. В действительности форма капли более сложная, но допущение делается ради возможности определить величину поверхности и объема капли. Степень деформации оценивают величиной E, равной соотношению габаритных размеров деформированной капли (для эллипсоида вращения большей

полуоси, обозначаемой а, к меньшей – в). Обоснование изложенного выше допущения дано в работе [111].

В [112, 113] был предложен метод предсказания формы капли: будет ли она сплюснутая в направлении движения или вытянутая. Однако вытянутая в направлении движения форма капли встречается очень редко, да и то в неньютоновских жидкостях. В работе [111] предложено выражать степень деформации капли через коэффициент искажения, подобный известному в гидродинамике коэффициенту сопротивления. Однако из-за сложности этот метод не нашел применения в практике.

Хармати [118] попытался описать форму капли, исходя из баланса сил на межфазной поверхности. Решение было получено в виде критериального выражения:

форма капли есть $f(We, E\ddot{o})$,

где $We = \frac{\rho \upsilon^2 d}{\sigma}$ - число Вебера, а $E\ddot{o} = \frac{\Delta\rho g d}{\sigma}$ - число Етвеша. Выражение степени деформации через число Вебера и Етвеша нашло широкое применение у исследователей, так как число Вебера является отношением силы инерции, которая определяет силу давления, вызывающую деформацию капли, к силе поверхностного натяжения, стремящуюся сохранить форму капли сферической. Число Етвеша выражает соотношение силы тяжести, определяющей силу инерции, и той же силы поверхностного натяжения.

В табл. 2.1, где представлены некоторые зависимости, предложенные различными авторами для определения степени деформации капель, осаждающихся в условиях поля тяжести, в последнем столбце

указан режим осаждения капли, для которого предложена зависимость. Режим осаждения, как известно, определяется числом Рейнольдса $Re = \frac{\rho \upsilon d}{\mu}$. При малых числах Re капля имеет сферическую форму, при увеличении числа Рейнольдса капля начинает деформироваться; с дальнейшим ростом числа Re капля становится осциллирующей и деформируется еще в большей степени.

Таблица 2.1

Литературные данные по определению значений величин E

№ п/п	Автор и источник	Формула	Преобразованная формула	Режим осаждения капли
1	Рейнхарт [114]	$E = 1 + 0{,}13E\ddot{o}$	$E = 1 + 1{,}14We^{0,75}Lp^{-0,25}$	Неосциллирующие капли
2	Скелланд [115]	$E = 1 + 0{,}129E\ddot{o}$ $E = 1 + 0{,}091We^{0,3}$	$E = 1 + 0{,}091We^{0,83}$	Неосциллирующие капли
3	Карпачева [116]	$E = 1 + 0{,}22E\ddot{o}$	$E = 1 + 1{,}93We^{0,75}Lp^{-0,25}$	Неосциллирующие капли
4	Захарычев [117]	$E = 1 + 0{,}037We^{1,9}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{-0,27}$		Осциллирующие капли
5	Хармати [118]	$E^{2/5}\left(2{,}5 - \frac{1{,}5}{E}\right) = 1{,}12\sqrt{E\ddot{o}}$	$E^{2/5}\left(2{,}5 - \frac{1{,}5}{E}\right) = 0{,}24We^{1,9}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{-0,33}$	Осциллирующие капли

При достижении степени деформации Е ≈ 3, как обнаружено исследователями [115], капля разрушается. В зависимости от режима движения деформация капель может носить равновесный характер, когда деформация зависит только от относительной скорости осаждения и размера капли, и равновесный плюс колебательный, когда наряду со скоростью и размером капли на степень деформации влияют ее колебания. Представленные в табл. 2.1 выражения имеют два основных вида:

$$E = 1 + a_1 E\ddot{o}^n; \tag{2.49}$$

$$E = 1 + в_1 We^m \tag{2.50}$$

В работе [115] на основе исследования 45 систем капля-среда были предложены оба вида уравнений для одного и того же случая (см. табл. 2.1). Однако авторы обнаружили, что эти уравнения дают одинаковые результаты только при низкой вязкости сплошной среды. При вязкости свыше 3,6 сП уравнение, содержащее число Етвеша, дает завышенные результаты, тогда как другое уравнение, содержащее число Вебера, удовлетворительно описывает экспериментальные данные во всех исследованных случаях. Авторы объясняют это тем, что число Етвеша не учитывает влияния вязкости среды, а число Вебера учитывает, хоть и косвенно (через скорость осаждения). Поэтому для широкого применения авторы [115] рекомендуют отдавать предпочтение числу Вебера. Предложенные авторами [117] и [118] выражения для определения степени деформации осциллирующих капель отличаются от выражения для неосциллирующих капель в основном только более высокой степенью при числе Вебера.

Для сравнения между собой все зависимости, представленные в табл. 2.1, сведены к одному виду в четвертом столбце таблицы. Из графиков этих зависимостей (рис. 2.7) видно, что зависимости, предложенные различными авторами, согласуются между собой соответственно для осциллирующих и неосциллирующих капель.

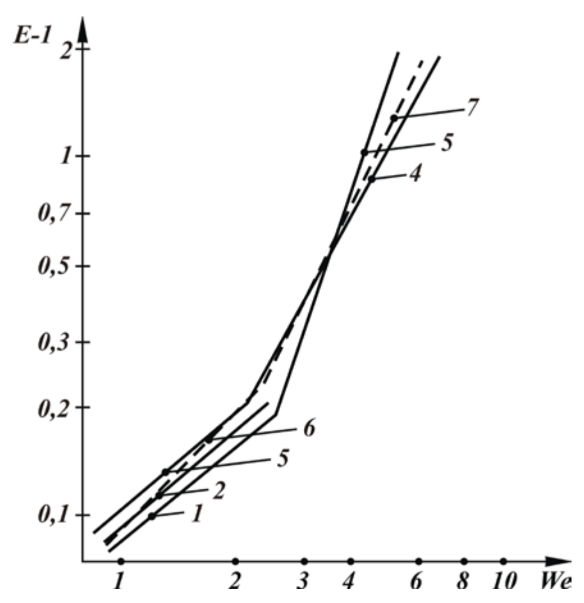


Рис. 2.7. Зависимость степени деформации капель от числа Вебера. Система керосин-вода: 1 - по [114], 2 - по [115], 3 - по [116], 4 – по [117], 5 - по [118]

Сравнение представленных зависимостей между собой позволило получить усредненные (для поля тяжести) зависимости для определения степени деформации капель в обеих областях режимов осаждения капель. Степени и коэффициенты при переменных величинах определены методом наименьших квадратов. Зависимости имеют следующий вид:

- для неосциллирующих капель

$$E = 1 + 0{,}1We^{0{,}9}; \qquad (2.51)$$

- для осциллирующих капель

$$E = 1 + 0{,}035We^{1{,}9}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{-0{,}25} \qquad (2.52)$$

и представлены на рис. 2.7 линиями 6 и 7.

В литературе не имеется четких рекомендаций, когда применять зависимость вида (2.51), когда – зависимость вида (2.52). Ряд авторов считает, что переход от неосциллирующих капель к осциллирующим характеризуется постоянным число Вебера, однако его значения различны у разных авторов, что соответствует, по их мнению, числам Re > 200. Точка пересечения осредняющих зависимостей соответствует некоторому значению числа We*, определяющему границу между неосциллирующими и осциллирующими каплями (рис. 2.7):

$$We^* = 2{,}85\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{0{,}25} \qquad (2.53)$$

Аналогичное положение имеет место для коэффициента сопротивления движению капли, зависимость которого от числа Рейнольдса также представляется двумя различными выражениями, причем в области неосциллирующих капель коэффициент сопротивления уменьшается с ростом числа Рейнольдса, а после перехода числа Рейнольдса, называемого граничным, коэффициент сопротивления резко увеличивается [119]. Специальные исследования граничного значения числа Рейнольдса $Re_г$ показали, что в условиях поля тяжести каждая система

капля-среда имеет фиксированное значение $Re_г$. У многих авторов (например, [120]) причина резкого изменения зависимости коэффициента сопротивления от значения $Re_г$ также связывается с началом осцилляции капель. Поэтому целесообразно сопоставить между собой значение Re*, определяемое величинами уравнения (2.53), и значение $Re_г$. Для этого зависимость (2.53) с помощью связи $We = Re^{\eta} \cdot Lp^{-1}$ сводится к виду

$$Re^* \cong 1{,}68 \left(\frac{\Delta\rho}{\rho} \right)^{0{,}25} \sqrt{Lp}\,, \qquad (2.54)$$

где $Lp = \frac{\sigma d \rho}{\mu^2}$ - число Лапласа (рис. 2.8).

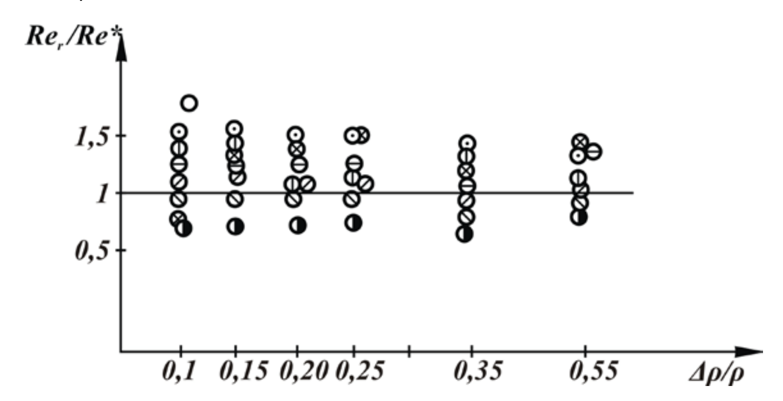


Рис. 2.8. Зависимость отношения числа Рейнольдса граничного (см. табл. 2.2) к числу Рейнольдса, определенному по формуле (2.54), от применяемой системы жидкость-жидкость

Зависимости для $Re_г$ (табл. 2.2), предложенные разными авторами преобразованы к единому виду согласно работе [120]. Принимая во внимание достаточно большую погрешность в определении $Re_г$, мож-

но сделать заключение, что речь идет об одном и том же числе Рейнольдса. Это позволяет считать граничное число Рейнольдса величиной, которая определяет условия применения зависимостей (2.51) и (2.52). В работах, посвященных исследованию гидродинамики осаждения капель во вращающейся жидкости, в частности в [110], [120], [121] установлено, что число Рейнольдса граничное не является постоянным для какой-либо системы, как в условиях гравитационного поля, а уменьшается с ростом центробежной силы:

$$Re_г = 3{,}6Lp^{0,42} = 10\left(\frac{\sigma^3\rho^2}{\mu_c^4\Delta\rho\omega^2 R}\right)^{0,16}. \qquad (2.55)$$

Естественно допустить, что зависимости (2.51) и (2.52) могут быть использованы и для расчета деформации капель в центробежном поле, если дополнительно к ним учесть изменение граничного числа Рейнольдса согласно (2.55). Для проверки этой возможности обратимся к имеющейся литературе [105-108].

Таблица 2.2

Литературные данные по определению $Re_г$

№ п/п	Автор	Формула	Условное обозначение к рис. 2.8
1	Лышевский	$Re_г = 2{,}21Lp^{0,49}$	O
2	Кинтнер	$Re_г = 11Lp^{0,35}$	O
3	Трейбал	$Re_г = 5{,}75Lp^{0,35}$	Θ
4	Грейс	$Re_г = 16{,}9Lp^{0,31}$	O
5	Кришна	$Re_г = 5{,}33Lp^{0,38}$	O
6	Граховский	$Re_г = 2{,}12Lp^{0,48}$	O
7	Шкарбан	$Re_г = 3{,}6Lp^{0,42}$	O

В работе [108] исследовалась деформация капель в полидисперсном потоке; использованы две системы: вода-парафин и вода-щелочное масло. Максимальное число оборотов n = 2400 об/мин, пределы изменения числа Рейнольдса для первой системы 2,35÷311, для второй - 11÷1445. Диапазон изменения граничного числа Рейнольдса согласно (2.55): для первой системы - 20÷35, для второй - 68÷120, Следовательно, исследованный полидисперсный поток состоял из неосциллирующих и осциллирующих капель. В работе [108] предлагается одна общая зависимость для всех капель:

$$E = \left(\frac{Re}{A^{0,2}} \right)^{0,33} . \qquad (2.56)$$

В отличие от [108] в работах [105-107] исследовались единичные капли на большом количестве систем. Получены зависимости:

- для неосциллирующих капель

$$E = 1 + 0,047 E\ddot{o}^{1,25} \left(\frac{\mu_c}{\mu_g} \right)^{-0,35} ; \qquad (2.57)$$

- для осциллирующих капель

$$E = 1 + 0,06 E\ddot{o}^{1,25} \left(\frac{\mu_c}{\mu_g} \right)^{-0,27} . \qquad (2.58)$$

В работе [106] предложено разделить капли на осциллирующие и неосциллирующие по следующему признаку: при $\frac{\Delta\rho}{\rho} < 0,25$ - неосциллирующие капли, при $\frac{\Delta\rho}{\rho} > 0,25$ - осциллирующие. Однако, как

было показано выше, фиксированная граница между режимами осаждения капель характерна для поля тяжести и перестает быть таковой в условиях переменной центробежной силы. Поэтому экспериментальные данные работ [105-107] были обработаны следующим образом: все капли были разделены на две группы (осциллирующие и неосциллирующие) согласно (2.55), то есть с учетом зависимости границы, их разделяющей, от величины центробежной силы. Затем каждая группа проверялась на предмет ее соответствия одной из зависимостей – (2.51) или (2.52) (соответственно своему режиму осаждения). Результаты сопоставления представлены на рис. 2.8-2.10 и могут быть признаны удовлетворительными.

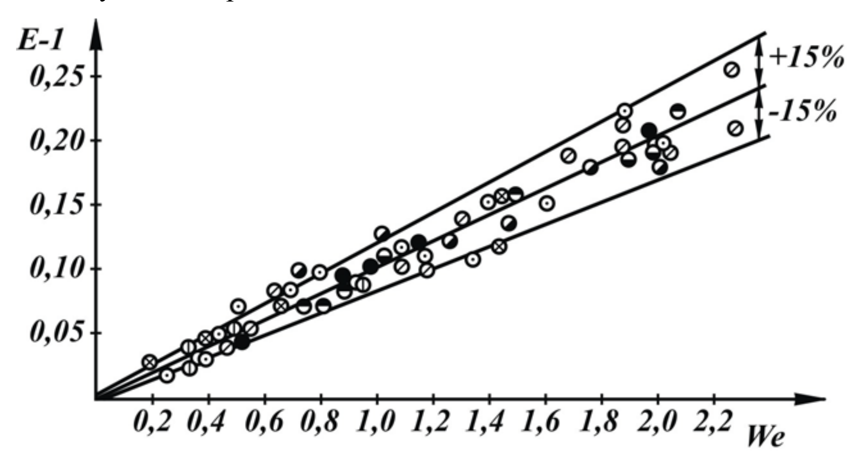


Рис. 2.9. Сравнение экспериментальных данных по деформации неосцилирующих капель с расчетными (из табл. 2.2). Данные по полю тяжести: ◒ - вода-хлорбензол; ◑ - вода-бензол; ⊗ - бензин-вода; ● - Ccl_4-этиленгликоль. Данные по центробежному полю: (диапазон изменения $\omega^2 R$=100-1500 c^{-1}, d=0,9-2,5 мм), ⊙ - трансформаторное масло-вода; ⊘ - 30% керосина + транформаторное масло-вода

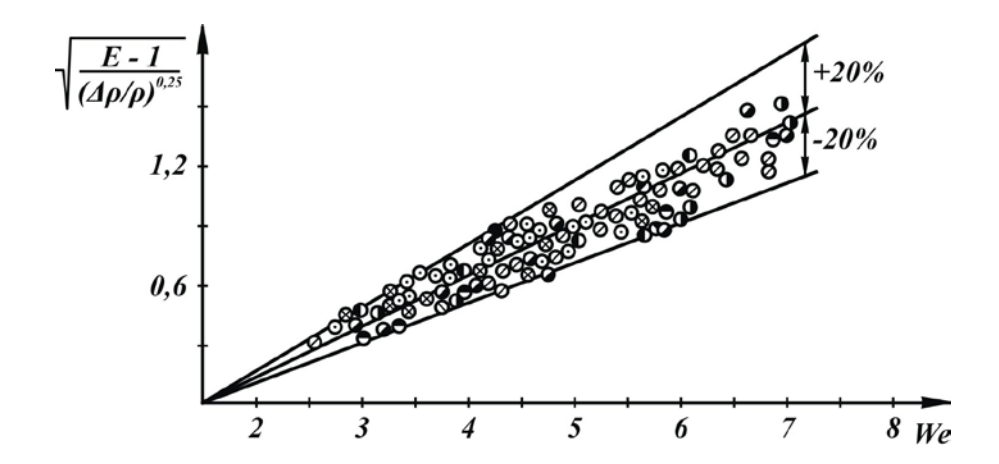


Рис. 2.10. Сравнение экспериментальных данных по девормации неосцилирующих капель с расчетными (из табл. 2.2). Данные по полю тяжести: ⊙ - Ccl_4-вода; ⊘ - нитробензол-вода; ⊗ - бензальдегид-вода. Данные по центробежному полю: (диапазон изменения $\omega^2R=100\text{-}1500$ c^{-1}, $d=0,9\text{-}2,5$ мм), ◑ - Ccl_4-вода; ◐ - эфир-вода; ⊖ - вода-этилацетат; ◕ - изопропиловый эфир-вода.

Таким образом, для определения степени деформации капель, осаждающихся в условиях центробежного поля, с достаточной для практики точностью можно пользоваться зависимостями, полученными для условий поля тяжести, с учетом переменной границы между режимами осаждения капель, определяемой значением граничного числа Рейнольдса в центробежном поле.

2.4. Размер капель при дроблении струй в центробежном экстракторе

Определение межфазной поверхности, создаваемой диспергаторами, в конечном счете расчет центробежных экстракторов возможны при установлении характеристик существующей в аппарате полидис-

персной системы. Обобщение по средним характеристикам полидисперсной системы представляет практический интерес, поскольку использование осредненной характеристики упрощает расчеты по сравнению с методом, использующим статистические функции распределения, и удобно для сопоставления с экспериментальными данными.

Обычно используется средняя характеристика полидисперсной системы d_{32} (диаметр по Заутеру), которая является средним диаметром, взвешенным по удельной поверхности (независимо от вида кривой их распределения):

$$d_{32} = \frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i d_i^2}, \qquad (2.59)$$

где n_i – число капель размера d_i. Она представляет собой величину, обратную удельной поверхности контакта фаз в аппарате, и является отношением третьего $\left(m_3 = \frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i} \right)$ и второго $\left(m_2 = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i} \right)$ начальных моментов эмпирического распределения.

Величина d_{32} не отражает формы функции распределения частиц по размерам, и это снижает точность вычислений процессов массопереноса или осаждения в аппарате (особенно при сильной зависимости их от $d_к$), но она сохраняет определяющее свойство системы – удельную поверхность контакта фаз и при использовании средних значений коэффициентов массопередачи обеспечивает приемлемую точность расчета. Следует отметить также более высокую устойчивость величины d_{32} к колебаниям состава экспериментальной выборки, чем ста-

тистических оценок параметров эмпирических распределений, то есть точность обобщений по величине d_{32} обычно выше точности обобщений параметров статистических моделей.

Анализ имеющихся зависимостей показывает, что наибольшее влияние на d_{32} оказывают силы поверхностного натяжения и интенсивность центробежного поля. Заметную роль играет и соотношение вязкостей сплошной и дисперсной фаз.

Использование модифицированного критерия Вебера в виде $\frac{\Delta\rho\omega^2 R^3}{\sigma}$, а не $\frac{\Delta\rho\upsilon_д^2 d}{\sigma}$ обусловлено тем, что скорость движения дисперсной фазы $\upsilon_д$ зависит от $d_к$ и текущего радиуса r и не может быть использована как параметр. Рассматривая дробление струи, отметим, что скорость дисперсной фазы изначально – скорость истечения струи $\upsilon_и$. И на первый взгляд возможна замена $\upsilon_д$ в критерии Вебера на известную величину $\upsilon_и$. Однако визуальные наблюдения истечения дисперсной фазы из сопла в прозрачном роторе показывают, что истекающая жидкость не заполняет всего сечения сопла (имеется асимметричное сужение струи) и отношение расхода дисперсной фазы к сечению отверстия не соответствует истинной скорости истечения и движения дисперсной фазы. Заполнение сечения сопла истекающей фазой возможно только при больших расходах, требующих большого напора истекающей жидкости в сопле, что ведет к потере высоты рабочей зоны аппарата.

Известно обобщение экспериментальных данных по дроблению струй, истекающих в гравитационном поле (система жидкость-жидкость), в виде [122]

$$\frac{d}{d_o} = K \cdot Fr^{0,35} We^{-0,33} \left(\frac{\mu_д}{\mu_с} \right)^{-0,61}, \qquad (2.60)$$

где $Fr = \frac{\upsilon_и^2}{g \cdot d_o} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2}$ - модифицированный критерий Фруда;

$We = \frac{\upsilon_и^2 \rho d}{\sigma}$ - критерий Вебера для струи. Близкие значения показателей степени при We и Fr указывают на незначительное влияние $\upsilon_и$ на размер капель. Об этом же свидетельствуют результаты работы [123]. Произведение приведенных критериев We и Fr дает выражение $\frac{\sigma}{\Delta\rho g d_o^2}$, которое для центробежного поля будет иметь вид модифицированного критерия Вебера $\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2 R d_o^2}$.

Таким образом, в нашем случае определяющие критерии: модифицированный критерий Вебера $\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2 R d_o^2}$, геометрический фактор $\left(\frac{R}{d_o} \right)$ и соотношение вязкостей фаз $\left(\frac{\mu_g}{\mu_c} \right)$. Обработка полученных данных (рис. 2.11, 2.12) с целью получения коэффициентов критериальной зависимости проводилась на ЭВМ методом наименьших квадратов, в результате которой получена зависимость

$$d_{32} = 0,79 \cdot d_o^{0,78} R^{0,22} \left(\frac{\sigma_{м-ф}}{\Delta\rho\omega^2 R d_o^2} \right)^{0,26} \left(\frac{\mu_д}{\mu_с} \right)^{-0,44}. \qquad (2.61)$$

Расхождение опытных и расчетных значений не превышает 10%.

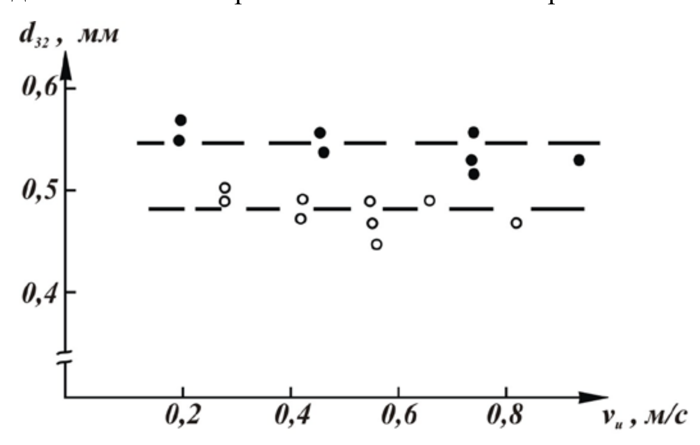


Рис. 2.11.Зависимость размера капель от скорости фаз:
●- керосин-вода; d_o=1,5 мм, ω=165 c^{-1};
○- ИАС-вода; d_o=2,0 мм, ω=120 c^{-1}

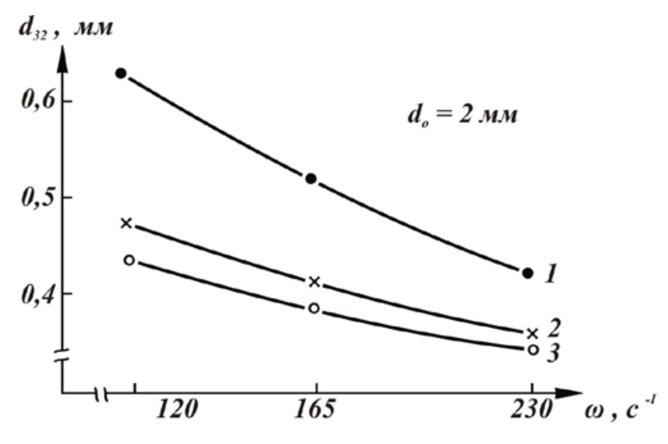


Рис.2.12 Зависимость размера капель от угловой скорости ротора:
1 - керосин-вода; 2 – ИАС-вода; 3 - вода-ЧХУ

Вышеприведенная оценка процессов образования дисперсных сред с использованием средних значений случайных переменных базируется на математических моделях законов распределения капель в процессе диспергирования в системе жидкость-жидкость [2, 7, 131]. Выбор закона распределения для описания различных дисперсных систем является целью многих экспериментальных исследований. Очевидно то, что форма эмпирического распределения является следствием физической природы явления диспергирования в каждом конкретном случае. Поэтому выбор закона распределения должен прежде всего основываться на понимании изучаемого явления. Существуют процессы, для которых можно считать теоретически обоснованным использование нормального распределения. Примером тому можно считать истечение жидкости из сопла в капельном режиме, когда размер капли определяется из условия равновесия массовых сил и силы поверхностного натяжения, а любое отклонение от этой величины - результат воздействия различных мелких факторов.

Обычно экспериментальные гистограммы при диспергировании жидкостей представляют собой несимметричные распределения с левой асимметрией, для описания которых в литературе наиболее часто рекомендуют использовать логарифмически-нормальное распределение. При этом многие исследователи ссылаются на работу Колмогорова [65], в которой теоретически получено логарифмически-нормальное распределение при дроблении жидкостей в условиях локально-изотропной турбулентности.

Существуют различные взгляды исследователей на выбор закона распределения для описания совокупности диаметров или объемов дисперсных частиц. В литературе известны примеры использования самых разнообразных функций распределения при описании диспергирования жидкостей [124-132].

Согласно методу [123] подбор распределений для описания экспериментальных данных производится с помощью нормированных показателей асимметрии β_1 и островершинности β_2. Путем нахождения выборочных оценок $в_1$ и $в_2$ указанных параметров β_1 и β_2 по формулам

$$в_1 = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}; \qquad в_2 = \frac{m_4}{(m_2)^2},$$

где m_2, m_3 и m_4 – оценки соответствующих центральных моментов эмпирического распределения, наносится точка на диаграмме, составленной К.Пирсоном (рис. 2.13), в которой приводятся области различных распределений в плоскости $\beta_1\beta_2$. Если эта точка лежит достаточно близко от точки, кривой или области, соответствующей одной из известных функций распределения, то это распределение может быть использовано для описания экспериментальных данных. Если же эта точка располагается одинаково близко к двум из приведенных на рисунке кривых, то очевидно, что экспериментальные данные в равной степени хорошо или в равной степени плохо описываются тем и другим распределением.

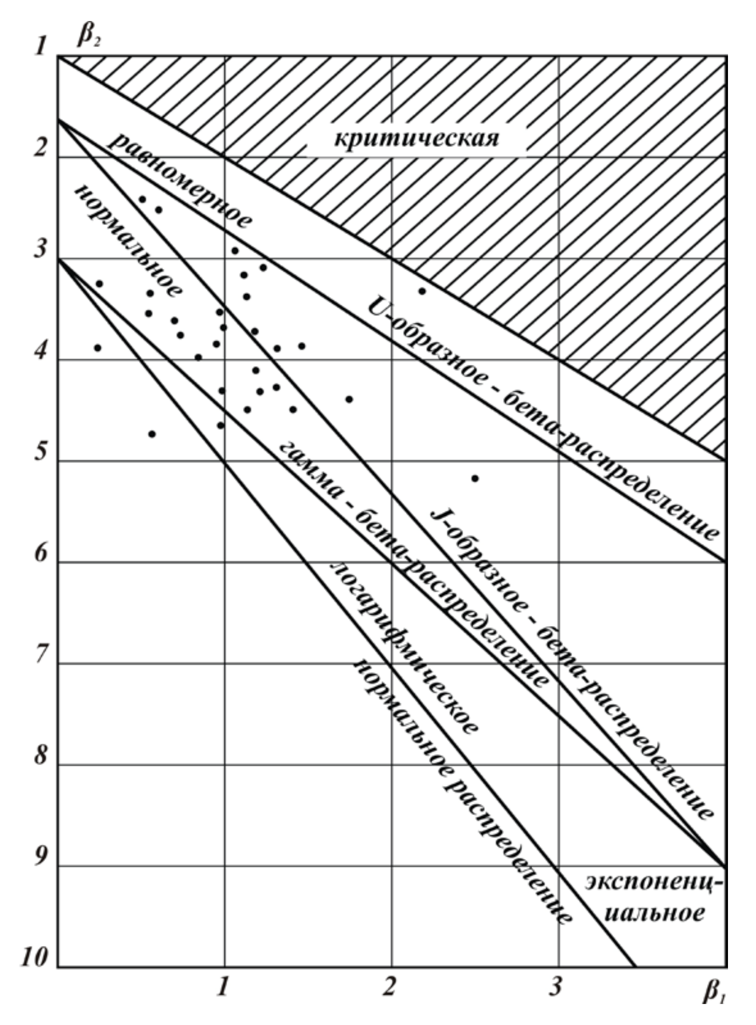


Рис. 2.13. Область распределения полидисперсных частиц

При использовании этого метода учитывают следующее:

а) оценки параметров β_1 и β_2 подвержены колебаниям от выборки к выборке и очень чувствительны к небольшому числу крайних значе-

ний, поэтому пользоваться этим методом можно в том случае, когда число наблюдений велико ($n > 200$ значений);

б) форма распределения не определяется его нормированными показателями асимметрии и островершинности β_1 и β_2, и поэтому этот метод не гарантирует адекватности выбранной модели.

Проверка адекватности модели проводится известными статистическими методами с помощью критериев согласия, после чего делается вывод о годности того или иного закона распределения для описания экспериментальных данных.

Для выбора модели для описания эмпирических распределений на рис. 2.13 нанесена серия точек, положение которых определено оценками параметров β_1 и β_2 для экспериментальных выборок. Следует отметить, что в массе своей значения оценок $в_1$ и $в_2$ приходятся на зону J-образного бета-распределения и находятся в некоторой близости от кривых гамма- и логарифмически нормального распределений и (или же) в области распределений $S_в$ Джонсона (область выше кривой логарифмически нормального распределения).

Были составлены программы расчета параметров указанных распределений по имеющимся опытным данным. Оценка параметров указанных моделей производилась методом моментов. Для сопоставления полученных расчетных распределений и опытных данных использовался критерий согласия хи-квадрат. Оказалось, что наилучшим образом большинство экспериментальных выборок описывается гамма-распределением, которое может быть принято в качестве искомой гипотезы при уровне значимости от 0,1 до 0,5 в разных выборках.

Функция плотности гамма-распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(\eta)} \cdot x^{\eta-1} \cdot e^{-\lambda x},$$

где $\Gamma(\eta)$ – гамма-функция; η и λ - параметры соответственно формы и масштаба распределения, эмпирические оценки которых $\hat{\eta}$ и $\hat{\lambda}$ определялись по формулам

$$\hat{\lambda} = \frac{\overline{m}}{S^2}, \quad \hat{\eta} = \hat{\lambda} \cdot \overline{m},$$

где $\overline{m}$ - математическое ожидание; S^2 – дисперсия выборки.

Использование функций распределения более общего вида, например обобщенной гамма-функции с произвольным началом или функции Нукияма-Танасавы, не дает лучшей адекватности модели экспериментальным данным вследствие меньшего числа степеней свободы при примерно одинаковых с гамма-распределением значениях критерия хи-квадрат. К тому же определение параметров этих распределений возможно только численными методами. Поэтому предпочтительно использовать те семейства распределений, для которых разработаны обоснованные методы определения параметров функций распределения. Например, различные формы распределений Джонсона [133].

Все точки экспериментальных выборок на диаграмме Пирсона находятся в области распределения $S_в$ Джонсона, функция плотности которого имеет вид

$$f(x) = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\lambda}{x(\lambda - x)} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\gamma + \eta \ln\left(\frac{x}{\lambda - x}\right)\right]^2\right\}, \qquad (2.62)$$

где λ - параметр масштаба; η и γ - параметры формы распределения, для определения оценок которых используются выражения

$$\widehat{\lambda} = \frac{x_{0,5}\left(x_{0,5}x_{\alpha} + x_{0,5}x_{1-\alpha} - 2x_{\alpha}x_{1-\alpha}\right)}{x_{0,5}^2 - x_{\alpha}x_{1-\alpha}}; \qquad (2.63)$$

$$\widehat{\eta} = \frac{Z_{1-\alpha} - Z_{\alpha}}{\ln\left[\dfrac{x_{1-\alpha}(\lambda - x_{\alpha})}{x_{\alpha}(\lambda - x_{1-\alpha})}\right]}; \qquad (2.64)$$

$$\widehat{\gamma} = Z_{1-\alpha} - \widehat{\eta}\ln\left(\frac{x_{1-\alpha}}{\lambda - x_{1-\alpha}}\right), \qquad (2.65)$$

где $x_{0,5}$, x_{α} и $x_{1-\alpha}$ - медиана и процентили эмпирического распределения; Z_{α} и $Z_{1-\alpha}$ - соответствующие процентили нормированного нормального распределения.

Таким образом требуется предварительная подготовка экспериментального материала, заключающаяся в определении двух процентилей эмпирического распределения (для отбрасывания «хвостов» распределения) и соответствующих процентилей нормального распределения. Расчеты показывают, что трехпараметрические распределения $S_в$ Джонсона описывают экспериментальный материал при уровне значимости 0,1-0,4 в большинстве выборок. Однако нахождение формы обобщения параметров подобного распределения для множества выборок разного размаха при указанной подготовке опытных данных практически невозможно. Поэтому наиболее приемлемой формой описания опытных данных следует считать гамма-распределение.

В ходе проведения исследований и обработки экспериментальных распределений было установлено, что размер капель, образующихся

при дроблении струй, и оценки параметров распределений $\hat{\eta}$ и $\hat{\lambda}$ зависят от физических свойств жидкостных систем и скорости вращения ротора. Анализируя полученные оценки параметров $\hat{\eta}$ и $\hat{\lambda}$ эмпирических распределений, следует отметить большие колебания (до 30%) параметров при одних и тех же условиях эксперимента, что обусловлено высокой чувствительностью параметров распределения к колебаниям выборки, особенно на «хвостах» распределений.

Причиной колебаний формы эмпирических распределений могли быть такие неучтенные факторы, как вибрации ротора и, следовательно, некоторая неравномерность поступления жидкости в сопло и соответственно неравномерность ее истечения и дробления струи, а также неточности измерения и счета капель при высокой плотности «пучка» дисперсной фазы (ближние в кадре капли закрывают часть дальних, и те не попадают в выборку, что ведет к искажению параметров распределения). Последнее особенно сильно проявлялось при больших расходах дисперсной фазы, когда число капель в кадре превышало 600-700, и при больших значениях ω, когда в кадре появлялась «пена», не поддающаяся измерению данным способом. Поэтому при обобщении опытных данных пришлось исключить из рассмотрения результаты, полученные при $\omega = 230$ с$^{-1}$.

Обобщение параметров η и λ эмпирических распределений проводилось методом наименьших квадратов. При наличии нескольких экспериментальных выборок, полученных при одних и тех же условиях, использованы средневзвешенные значения параметров и по группе выборок. Были получены следующие зависимости:

$$\eta = 1{,}06 \cdot 10^5 \omega^{-1{,}82} \sigma^{0{,}16} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с} \right)^{0{,}14} \left(\frac{\mu_с}{\mu_д} \right)^{0{,}35}; \quad (2.66)$$

$$\lambda = 744 \cdot \omega^{-0{,}8} \sigma^{-0{,}26} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с} \right)^{0{,}78} \left(\frac{\mu_с}{\mu_д} \right)^{-0{,}14}, \text{ мм}^{-1} \quad (2.67)$$

Погрешности полученных корреляций по средневзвешенным значениям параметров не превышают 8 и 7% соответственно. Произведенный расчет среднего размера капель по радиусу центробежного экстрактора на основе знания кривой распределения на начальном радиусе дал удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными. Однако для практических целей с достаточной точностью многими авторами используется в основном нормально-логарифмическое распределение потока дисперсных капель в центробежных аппаратах [2, 6, 7, 34, 36].

Глава 3. ДВИЖЕНИЕ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В ЖИДКОСТИ, ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ

3.1. Уравнения движения капли во вращающейся жидкости

Характер относительного движения частицы в среде определяется условиями введения частицы в среду и состоянием самой среды. Рассмотрим абсолютные и относительные траектории частицы, срывающейся с конца вращающегося сопла (рис. 3.1), в зависимости от сопротивления среды и характера ее движения.

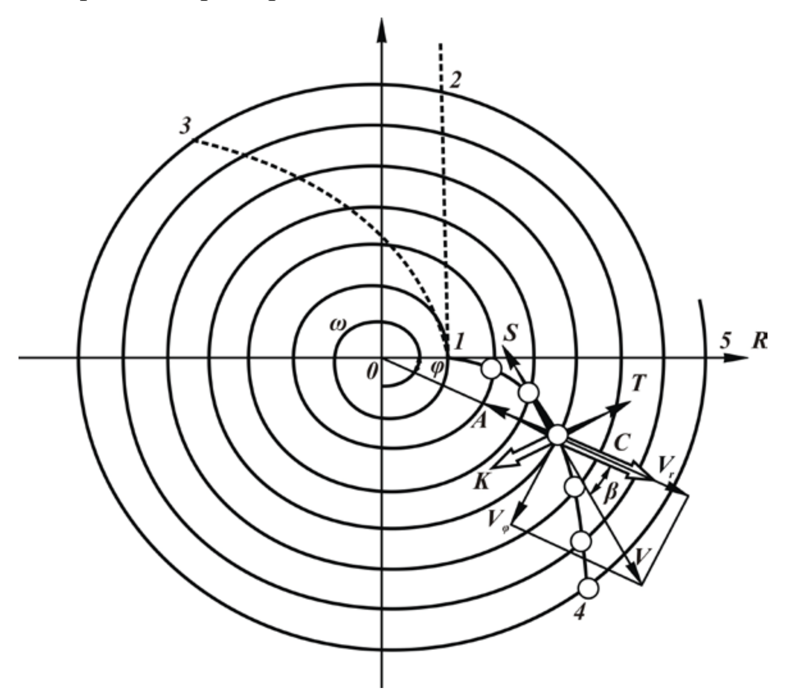


Рис. 3.1. Схема сил, действующих на каплю и траекторию ее движения

При полном отсутствии сопротивления абсолютная траектория частицы представляет собой прямую линию 1-2, по которой частица движется с постоянной скоростью, полученной в начале движения. Если неподвижная среда оказывает сопротивление движущейся в ней частице, то траектория также будет прямой. При отсутствии внешних сил частица будет двигаться с замедлением. Если частица, покидающая сопло, попадает во вращающуюся среду, то траектория движения частицы зависит от степени увлечения ее средой. При небольшом увлечении абсолютная траектория немного искривляется в сторону вращения среды (линия 1-3 на рис. 3.1). При значительном увлечении частицы средой траектория абсолютного движения будет иметь вид спирали, представляющей собой результат сложения переносного движения среды и относительного движения частицы. На рис. 3.1 спиралью 1-5 представлен результат движения частицы при ее небольшом отставании от среды в окружном направлении, 1-4 - примерный вид траектории относительного движения частицы. Предельным случаем можно считать движение частицы по вращающемуся радиальному желобу, тогда относительная траектория имела бы вид отрезка 1-5.

Физические свойства систем, характерных для жидкостной экстракции, предопределяют отставание капли от вращающейся жидкости при ее движении от центра к периферии, что представляет практический интерес. Поэтому в дальнейшем рассматривается относительное движение капли по траектории типа 1-4. Угловая скорость вращения среды считается достаточно большой, чтобы пренебречь ускорением силы тяжести. Это позволяет исключить из рассмотрения изме-

нение параметров движения в осевом направлении и свести задачу к изучению двухмерного относительного движения.

Рассмотрим силы, действующие на одиночную каплю, перемещающуюся в более легкой равномерно вращающейся жидкости. При движении капля испытывает воздействие среды, которое можно представить в виде трех составляющих силы гидродинамического сопротивления (рис. 3.1):

$$\overline{S} = -\psi d^2 \rho_c \overline{V}^2; \quad \overline{A} = km_c\left(\overline{\omega}\overline{R}\right); \quad \overline{\mathrm{T}} = \mathrm{km_c}\left(\overline{\omega}\overline{\mathrm{V}}\right),$$

где $\overline{S}$ - сила лобового сопротивления; $\overline{A}$ - сила Архимеда; $\overline{T}$ - поперечная сила; d – диаметр шара, равного по объему капле; ψ - коэффициент лобового сопротивления; m_c – масса среды в объеме капли.

Известно, что существование поперечной силы для случая движения (Re<1) твердого шара во вращающейся жидкости (ω = const) определено теоретически и подтверждено экспериментально. Поскольку ее возникновение связано с криволинейным обтеканием средой движущегося в нем тела, можно предположить, что в нашем случае капля подвергается действию этой силы.

Вид зависимости для поперечной силы сопротивления $\overline{\mathrm{T}} = \mathrm{km_c}\left(\overline{\omega}\overline{\mathrm{V}}\right)$ принят нами таким, каким он получен Тейлором и Дином, с той лишь разницей, что вместо постоянного коэффициента принят некоторый коэффициент поперечной силы k, в котором сосредоточены все отличия, связанные с жидкой природой капли и режимом ее движения (Re > 1), а именно:

1) подвижность границы капли в отличие от неподвижности границы твердое тело-жидкость;

2) циркуляция внутри капли;

3) деформация капли;

4) колебания и пульсации капли.

Кроме сил гидродинамического сопротивления, на каплю действуют силы инерции:

а) центробежная сила инерции $\overline{C} = -m_к \overline{\omega}\left(\overline{\omega}\overline{R}\right)$;

б) сила инерции Кориолиса $\overline{K} = -2m_к\left(\overline{\omega}\overline{V}\right)$.

Суммируя проекции действующих сил на оси полярной системы координат R, φ (рис. 3.1), жестко связанных с вращающейся жидкостью, и приравнивая соответствующие суммы произведений массы капли на проекции относительного ускорения, получим

$$m_к\left(\frac{dV_R}{dt} - \frac{V_\varphi^2}{R}\right) = m_к\omega^2 R - m_c\omega^2 R - 2m_к\omega V_\varphi + km_c\omega V_\varphi - \psi\rho_c d^2V^2\cos\beta \quad ; \qquad (3.1)$$

$$m_к\left(\frac{dV_\varphi}{dt} - \frac{V_R V_\varphi}{R}\right) = 2m_к\omega V_R - km_c\omega V_R - \psi\rho_c d^2V^2\sin\beta$$

или

$$m_к\left(\frac{dV_R}{dt} - \frac{V_\varphi^2}{R}\right) = \left(m_к - m_c\right)\omega^2 R - \left(2m_к - km_c\right)\omega V_\varphi - \psi\rho_c d^2V^2\cos\beta; \quad (3.2)$$

Используя отношения

$$m_c = \frac{\pi d^3}{6}\rho_c;\ \cos\beta = \frac{V_R}{V};\ \sin\beta = \frac{V_\varphi}{V};\ V^2 = V_R^2 + V_\varphi^2;\ m_к = \frac{\pi d^3}{6}\rho_к$$

(где $\rho_к$ и $\rho_с$ – плотности жидкостей капли и среды) и разделив обе части уравнений на $m_к$, получим

$$\begin{aligned}
&\frac{dV_R}{dt}-\frac{V_\varphi^2}{R}=\left(1-\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega^2 R-\left(2-k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_\varphi-\psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V_R\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2};\\
&\frac{dV_\varphi}{dt}+\frac{V_R V_\varphi}{R}=\left(2-k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_R-\psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V_\varphi\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Для анализа изменения компонентов скорости по радиусу перейдем от переменной t к переменной R:

$$\begin{aligned}
&\frac{dV_R}{dt}=\frac{dR}{dR}\frac{dV_R}{dt}=\frac{dR}{dt}\frac{dV_R}{dR}=V_R\frac{dV_R}{dR};\\
&\frac{dV_\varphi}{dt}=\frac{dR}{dR}\frac{dV_\varphi}{dt}=\frac{dR}{dt}\frac{dV_\varphi}{dR}=V_R\frac{dV_\varphi}{dR}.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Заменив соответствующие производные, окончательно будем иметь

$$\begin{aligned}
&V_R\frac{dV_R}{dR}-\frac{V_\varphi^2}{R}=\left(1-\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega^2 R-\left(2-k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_\varphi-\psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V_R\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2};\\
&V_R\frac{dV_\varphi}{dR}-\frac{V_R V_\varphi}{R}=\left(2-k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_R-\psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V_\varphi\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2}.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

В уравнения (3.5) входят величины k и ψ, называемые коэффициентами по традиции, которые являются функциями аргумента R и могут быть определены лишь экспериментально. Поэтому решение этой системы уравнений в общем виде не представляется целесообразным.

Однако с учетом ряда допущений можно получить расчетные зависимости. В частности, способность капли деформироваться приводит к тому, что по мере увеличения ее относительной скорости увеличивается и миделевое сечение, а с ним и сила сопротивления движению капли. Таким образом, в отличие от твердого тела капля активно

сопротивляется изменению своей скорости. Поэтому считаем, что инерционные силы относительного движения будут незначительны по сравнению с инерционными силами переносного движения. Это позволяет упростить систему дифференциальных уравнений до системы алгебраических уравнений, выражающих равновесие сил гидродинамического сопротивления, центробежной и кориолисовой сил инерции:

$$\frac{\rho_к - \rho_с}{\rho_к}\omega^2 R - \left(2 - k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_\varphi - \psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V_R\sqrt{V_R^2 + V_\varphi^2} = 0; \qquad (3.6)$$

$$\left(2 - k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_R - \psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V_R\sqrt{V_R^2 + V_\varphi^2} = 0. \qquad (3.7)$$

Решим эту систему относительно V_R и V_φ. Для удобства обозначим

$$\frac{\rho_к - \rho_с}{\rho_к}\omega^2 R = a; \quad \left(2 - k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega = в; \quad \psi\frac{\rho_с}{\rho_к}\frac{6}{\pi d} = C_1.$$

Тогда система уравнений (3.6) и (3.7) примет вид

$$a - вV_\varphi - C_1 V_R\sqrt{V_R^2 - V_\varphi^2} = 0; \qquad (3.8)$$

$$вV_\varphi - C_1 V_\varphi\sqrt{V_R^2 - V_\varphi^2} = 0. \qquad (3.9)$$

Из уравнения (3.7) имеем

$$\sqrt{V_R^2 + V_\varphi^2} = \frac{вV_R}{C_1 V_\varphi}. \qquad (3.10)$$

Подставим это выражение в (3.8):

$$a - вV_\varphi - V_R в\frac{V_R}{V_\varphi} = 0 \quad . \qquad (3.11)$$

Откуда

$$V_R = \sqrt{\frac{V_\varphi\left(a - вV_\varphi\right)}{в}}. \tag{3.12}$$

Теперь уравнение (3.9) можно записать в следующем виде:

$$в\sqrt{\frac{V_\varphi\left(a - вV_\varphi\right)}{в}} - C_1 V_\varphi \sqrt{\frac{V_\varphi\left(a - вV_\varphi\right)}{в}} + V_\varphi^2 = 0. \tag{3.13}$$

С помощью алгебраических преобразований уравнение (3.13) можно привести к виду

$$V_\varphi^2 + \frac{в^3}{aC_1^2} V_\varphi - \frac{в^2}{C_1^2} = 0.$$

В результате решения этого уравнения получаем

$$V_\varphi = -\frac{в^3}{2aC_1^2} \pm \sqrt{\frac{в^2}{4a^2 C_1^4} + \frac{в^2}{C_1^2}}. \tag{3.14}$$

При движении капли от центра к периферии направление V_φ совпадает с направлением φ, и поэтому для этого случая следует перед корнем брать знак «плюс». Если капля движется к центру, значение V_φ будет отрицательно, то есть перед корнем следует брать знак «минус».

Для радиальной составляющей V_R на основе формул (3.11) и (3.12) получается зависимость

$$V_R = \pm\sqrt{-\frac{V_\varphi^2}{2} + \sqrt{\frac{V_\varphi^4}{4} + \left(\frac{a - вV_\varphi}{C_1}\right)^2}}. \tag{3.15}$$

Знаки (±) имеют здесь тот же смысл, что и в выражении для V_φ.

Анализ экспериментальных значений компонентов относительной скорости капли показывает, однако, что при некоторых условиях можно принять $V_R \equiv V$. В этом случае уравнение (3.15) значительно упрощается:

$$V = \sqrt{\frac{a}{C_1}} = \sqrt{\frac{(\rho_к - \rho_c)\pi d}{6\rho_c \psi}\omega^2 R}\,. \qquad (3.16)$$

Принимая из практических соображений значения λ ($V_R = \lambda V$, $\lambda \leq 1$), выясним, при каких соотношениях величин, входящих в систему уравнений (3.9), (3.10) обеспечивается принятое значение λ. Для этого в уравнения подставим следующие выражения для V_R и V_φ:

$$V_R = \lambda V; \qquad V_\varphi = V\sqrt{1-\lambda^2}\,;$$

$$\frac{\rho_к - \rho_c}{\rho_к}\omega^2 R - \left(2 - k\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega V\sqrt{1-\lambda^2} - 6\frac{\rho_c}{\rho_к}\frac{\psi}{\pi d}V^2\lambda = 0; \qquad (3.17)$$

$$\left(2 - k\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega V\lambda - \psi\frac{\rho_c}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V^2\sqrt{1-\lambda^2} = 0\,. \qquad (3.18)$$

Из последнего следует

$$V\left[\left(2 - k\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega\lambda - \psi\frac{6}{\pi d}\frac{\rho_c}{\rho_к}V\sqrt{1-\lambda^2}\right] = 0\,. \qquad (3.19)$$

Поскольку $V \neq 0$,

$$\lambda\left(2 - k\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega = \psi\frac{\rho_c}{\rho_к}\frac{6}{\pi d}V\sqrt{1-\lambda^2}\,. \qquad (3.20)$$

Откуда

$$V = \frac{\left(2 - k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega\pi d\rho_к}{6\rho_с\psi}\frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}}. \qquad (3.21)$$

Подставим (3.21) в (3.17):

$$\frac{\rho_к - \rho_с}{\rho_к}R - \left(2 - k\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\frac{\pi\rho_к d}{6\rho_с\psi}\lambda - \frac{\left(2 - k\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)^2\pi d\rho_к}{6\rho_c\psi};$$

$$\frac{\lambda^3}{1-\lambda^2} = 0; \qquad (3.22)$$

$$\lambda\left(1 - \frac{\lambda^2}{1-\lambda^2}\right) = \left(\frac{\rho_к - \rho_c}{\rho_к}\right)\frac{6}{\pi d}\cdot\frac{\rho_c}{\rho_r}\cdot\frac{\psi R}{\left(2 - k\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)^2}. \qquad (3.23)$$

Возможность пренебречь инерционными членами относительного движения позволяет сделать вывод о том, что при переходе капли с одного радиуса на другой практически мгновенно устанавливается равновесие между инерционными силами переносного движения и силой гидродинамического сопротивления, так как отброшенные члены характеризуют степень сопротивляемости капли изменению относительной скорости. Отсюда следует, что в случае проскальзывания среды относительно ротора можно с достаточной для практики точностью принимать значение угловой скорости, которую имеет среда на радиусе, на котором находится капля. Тем самым на основе уравнений (3.6), (3.7) можно определить компоненты скорости движения капли относительно среды. Достаточно располагать при этом зависимостью,

характеризующей изменение угловой скорости среды по радиусу: $\omega_c = f(R)$. При этом, конечно, изменится картина обтекания капли криволинейным потоком. Однако можно допустить, что на отрезке радиуса, равном диаметру капли, угловая скорость среды не меняется, то есть в этих пределах капля движется в условиях постоянной угловой скорости среды.

Как отмечалось выше, движение капель осуществляется по двум участкам пути: разгонному и стационарному. Отсюда возникает задача определения значимости разгонного участка и влияния его на конструкции насадочных устройств.

Исследования по обтеканию частицы произвольным нестационарным потоком [134-139] показывают, что если поток однороден, потенциален, а жидкость несжимаема, то характер силы сопротивления такой же, как при осесимметричном обтекании:

$$\frac{dV_R}{dt} = aR - вV_\varphi - BV^{\alpha-1}V_R + \frac{V_\varphi^2}{R};$$
$$\frac{dV_\varphi}{dt} = вV_R - BV^{\alpha-1}V_\varphi - \frac{V_R V_\varphi}{R}; \qquad (3.24)$$
$$\frac{dR}{dt} = V_R,$$

где $a = \frac{(\rho^* - 1)\omega^2}{\rho^* + k_м}$; $в = \frac{(2\rho^* - k)\omega}{\rho^* + k_м}$; $V = \sqrt{V_R^2 + V_\varphi^2}$; B – константа, объединяющая постоянные в пределах одного режима движения, характеризуемого величиной α:

$$\alpha = 1(m = 24,\ n = 1); \qquad B = \frac{18V_2}{d^2(\rho * + k_м)};$$

$(Re < 1)$

$$\alpha = 1{,}5(m = 12{,}5,\ n = 0{,}5); \qquad B = \frac{9{,}375V_2^{0,5}}{d^{1,5}(\rho * + k_м)};$$

$(1 < Re < 500)$

$$\alpha = 2(m = 0{,}44,\ n = 0); \qquad B = \frac{0{,}33}{d(\rho * + k_м)};$$

$(Re > 500)$

$$\alpha = 4{,}8(m = 0{,}18Lp^{-1,35},\ n = -2{,}8); \qquad B = \frac{0{,}134d^{0,45}\rho_2^{1,45}}{\sigma^{1,35}\mu_2^{0,1}(\rho * + k_м)},$$

$(Re > Re_г)$

Здесь $Lp = \frac{\rho d\sigma}{\mu^2}$ - число Лапласа; R – радиус положения частицы; V, V_R, V_φ - полная, радиальная и окружная скорости соответственно; d – диаметр частицы; $k_м$ - коэффициент присоединенной массы; k – коэффициент поперечной силы; t – время; $\rho* = \frac{\rho_1}{\rho_2}$; индексы 0,1,2 соответствуют начальному состоянию дисперсной и сплошной фаз. Последний режим характерен для жидких капель, и граница его определена величиной граничного числа $Re_г = 3{,}6Lp^{0,4}$.

Для установления закона движения необходимо решить систему (3.24) обыкновенных дифференциальных нелинейных уравнений при начальных условиях: $t = t_o$, $V_R = V_{R_o}$, $V_\varphi = V_{\varphi_o}$, $R = R_o$. В общем

виде такая задача неразрешима в квадратурах. Использование численных методов, дающих только частные решения, не позволяет судить о характере полных решений. Поэтому для анализа были приняты методы качественной теории дифференциальных уравнений, которые позволяют установить характер полного решения по виду фазовых траекторий изображающей точки, фазовая скорость которой в данной точке фазового пространства соответствует скорости частицы в данный момент времени. Задача сводится к определению фазового портрета исследуемой динамической системы в пространстве (V_R, V_φ, R). Система (3.24) автономна, поэтому достаточно выявить наличие особых точек в особых фазовых траекторий.

Единственной особой точкой рассматриваемой системы является начало координат $V_R = V_\varphi = R = 0$. Она отображает равновесное состояние системы типа седло-фокус, что определяется корнями характеристического уравнения соответствующей линеаризованной системы уравнений. Корни эти: $\lambda_1 = 0$; $\lambda_{2,3} = \pm\sqrt{a - в^2}\left(a - в^2 < 0\right)$.. Следовательно, имеется сепаратрисная кривая, проходящая через эту точку и являющаяся границей области притяжения к особой устойчивой траектории, соответствующей установившемуся движению.

Далее исходя из условия $\frac{dV}{dR} = 0$ было получено уравнение нулевой линии (J_o) вида

$$aR - BV^{\alpha}p = 0\,, \qquad (3.25)$$

где $p = \frac{V}{VR}$, и уравнение сепаратрисы (J_p)

$$aV^2 - a^2R^2 + BaR(1-\alpha)V^{\alpha}p + B^2(\alpha-1)V^{2\alpha}p^2 + BV^{\alpha}p^3\left(aR - вV_{\varphi} + \frac{V_{\varphi}^2}{R}\right) = 0, \qquad (3.26)$$

отображающей предельное состояние системы при t →∞.

Поскольку один из корней $\lambda_1 = 0$, фазовое пространство расслаивается на две плоскости (V_R, R) и (V_{φ}, R), в которых и рассматривается фазовый портрет динамической системы. Уравнения фазовых траекторий при этом запишутся:

$$V_R \frac{dV_R}{dR} = aR - вV_{\varphi} - BV^{\alpha-1}V_R + \frac{V_{\varphi}^2}{R}; \qquad (3.27)$$

$$V_R \frac{dV_{\varphi}}{dR} = вV_R - BV^{\alpha-1}V_{\varphi} + \frac{V_R V_{\varphi}}{R}. \qquad (3.28)$$

В реальных случаях переход к этому состоянию происходит при конечных величинах t, характеризуемых временем релаксации системы τ в пределах начального участка ΔR, для определения которых при движении капли получены следующие соотношения:

$$\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_г: \quad \Delta R = 0{,}0672\alpha\rho^* Wt; \quad \tau = 0{,}55\left(\frac{\rho^* d^2}{V_2}\right)Wt^{-1};$$

$$\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_г: \quad \Delta R = 2{,}5\alpha\rho^* A^{0,24}Wt^{-1,24}; \quad \tau = 3{,}3\left(\frac{\rho^* d^2}{V_2}\right)A^{0,12}Wt^{-2,12},$$

где $A = \dfrac{\sigma^3\rho_2^2}{\mu_2^4\Delta\rho\omega^2R_o}$; $Wt = d\left[\dfrac{4(\rho^*-1)\omega^2R_o}{3V_2^2}\right]^{1/3}$ - безразмерные числа.

Скорость в пределах начального участка определяется на основе численного решения уравнений (3.24) с учетом начальных условий дви-

жения и условия смены режима движения, определенного числом Re при соответствующих значениях B и α.

Таким образом, динамическая система, описываемая уравнениями (3.24), по истечении времени τ переходит из начального состояния в квазистационарное, которое описывается уравнениями, не содержащими силы инерции относительного движения. Для системы, находящейся в этом состоянии, характерна независимость от начальных условий, но в отличие от движения в поле тяжести, скорость частицы не остается постоянной, а меняется с радиусом, в силу того что на каждом радиусе практически мгновенно устанавливается равновесие между всеми силами, действующими на частицу. При этом силы инерции относительного движения пренебрежимо малы в сравнении с остальными слагаемыми в уравнениях (3.24). Сравнение результатов теоретических исследований с экспериментальными данными методом скоростной фотосъемки показало совпадение численных значений величин полной, радиальной и окружной скорости частицы (расчетных и экспериментальных) в пределах погрешности эксперимента. Это означает, что в пределах этой точности исходные дифференциальные уравнения (3.24) корректно описывают движение частицы. Соответственно справедливы допущения, при которых они записаны, а также выводы, касающиеся характера силового взаимодействия частицы со сплошной средой при нестационарном движении во вращающейся жидкости.

Эксперименты подтвердили малость величины начального участка (рис. 3.2), что наиболее ярко проявляется в случае движения капли в области $Re > Re_г$ (рис. 3.2, б). Здесь начальным участком можно

пренебречь, поскольку эта величина соизмерима с погрешностью ее экспериментального определения. В случае малой величины контактных элементов, соизмеримой с величиной начального участка, движение капли нестационарно. Именно нестационарностью и пульсацией скорости движения капель дисперсной фазы в контактной зоне противоточных центробежных экстракторов в первую очередь может быть объяснена наряду с созданием более развитой поверхности контакта фаз более высокая их эффективность по сравнению с гравитационными аппаратами.

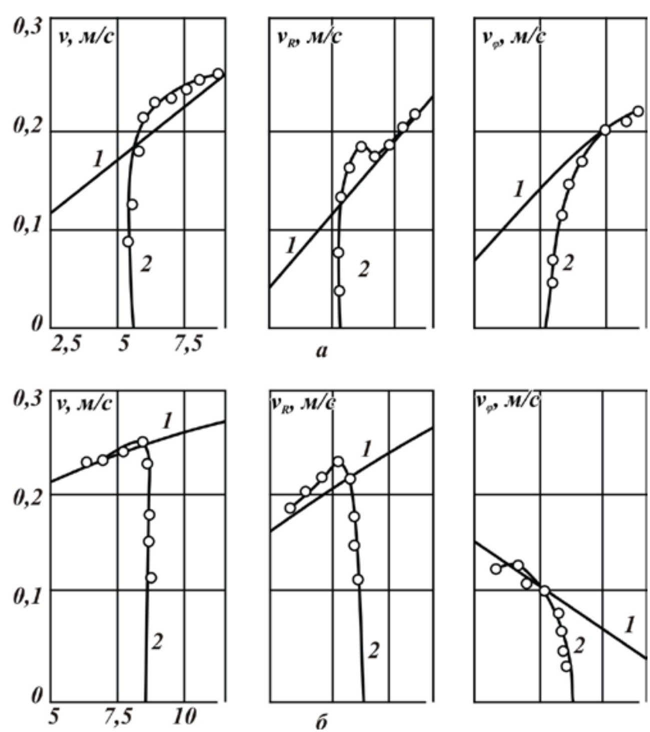


Рис. 3.2. Измененнние относительной скорости: а – область $Re<Re_r$; б- область $Re>Re_r$: 1 – квазистационарная скорость, 2 – действительная скорость

Следовательно, при определении скорости капли в контактной зоне необходимо учитывать начальные условия ее движения (начальный радиус и начальную скорость) (рис. 3.3). Если среда однородна и несжимаема, то сделанный вывод справедлив и в случае осаждения частицы в центробежном поле при условии, что угловая скорость вращения среды постоянна.

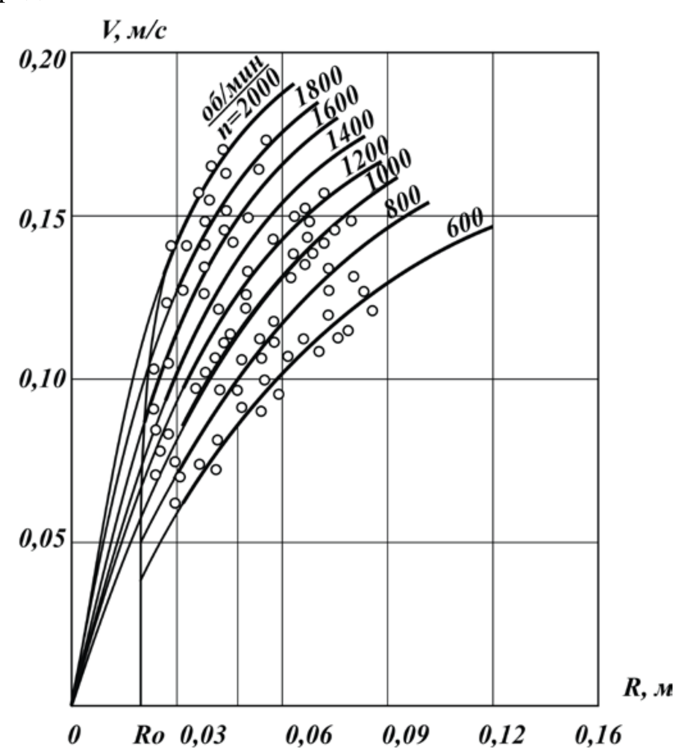


Рис. 3.3. Изменение разгонного участка траектории движения капли в зависимости от числа оборотов ротора

3.2. Экспериментальное исследование по определению скорости капель во вращающейся среде

Поскольку экспериментальные зависимости $V(V_R) – R$ [2, 3] представляют собой частные решения дифференциальных уравнений движения, имеется возможность опытным путем установить роль начального радиуса R_o, с которого капля начинает движение, и расстояния между днищами, или высоты столба вращающейся жидкости. Последнее представляет интерес потому, что на основании исследований Тейлора было установлено, что сопротивление, испытываемое твердым шаром при его движении во вращающейся жидкости при $Re < 1$, прямо пропорционально высоте вращающейся жидкости (эффект Тейлора).

С целью выявления роли начального радиуса R_o в опытах были использованы сопла различной длины: 1,7; 4,5; 5,9 и 6,3 см. В результате сравнения компонентов скорости при различных R_o было установлено, что начиная с радиуса $R_r = R_o + r$ величина R_o уже не влияет на скорость капли (рис. 3.4-3.6). Величина r приобретает определенный смысл, если рассматривать траекторию движения капли как состоящую из двух участков. Первый участок, названный «разгонным», зависит от начального состояния капли, и именно здесь играют значительную роль параметры, характеризующие состояние капли в начале ее движения. Второй участок, стационарное движение капель, характеризуется лишь физико-химическими свойствами системы, диаметром капли и числом оборотов ротора. Поэтому можно принять, что, каковы бы ни были начальные параметры движения капли, они полностью исчерпываются на «разгонном участке» и на дальнейшее ее движение не влияют.

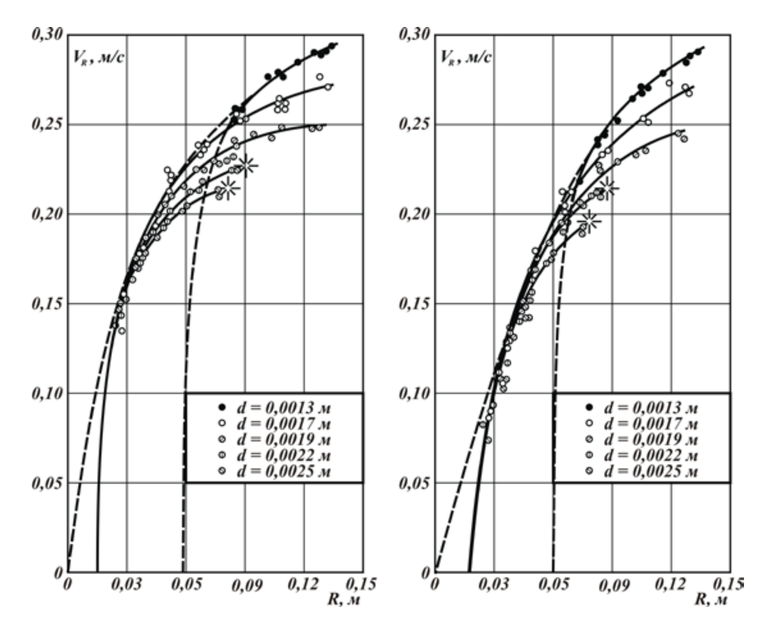


Рис. 3.4. Изменение относительной скорости капли по радиусу в зависимости от ее диаметра и начального радиуса

Рис. 3.5 Изменение радиальной составляющей скорости капли в зависимости от ее диаметра и начального радиуса

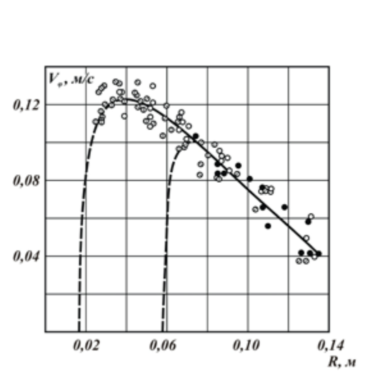


Рис. 3.6. К влиянию высоты вращающийся жидкости

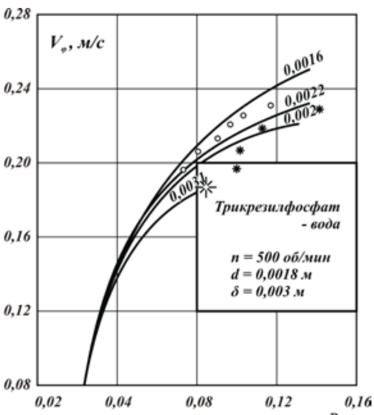


Рис. 3.7. Изменение окружной составляющей скорости капли по радиусу в зависимости от ее диаметра и начального радиуса

С целью изучения влияния высоты вращающейся жидкости на параметры движения расстояние между днищем ротора и крышкой варьировалось в пределах h = (0,0012-0,045) м. На рис. 3.7 представлены зависимости V – R при расстоянии между днищами h = 0,045 м. Там же нанесены точки, полученные при h = 0,003 м. Как видно из расположения всех точек относительно кривых, изменение расстояния между линиями практически не отразилось на относительной скорости движения капли. Лишь когда диаметр капли больше зазора h, наблюдается резкое уменьшение относительной скорости. Движение капли в узкой щели в равномерно и неравномерно вращающейся жидкости требует дополнительного исследования. Мы ограничиваем задачу случаем, когда зазор между днищами больше диаметра капли. Отсутствие влияния высоты ротора на параметры движения капли свидетельствуют о трехмерном или близком к трехмерному характере обтекания капли (в отличие от движения твердого шара при Re < 1). Характер расположения кривых на рис. 3.7 позволяет сделать заключение, что с увеличением диаметра капли относительная скорость ее уменьшается, тогда как в поле тяжести с увеличением размера капли скорость ее растет.

На рис. 3.8 представлены две кривые, по которым можно сравнить зависимости скорости капли от ее размера в поле тяжести (кривая 1) и в центробежном поле (кривая 2). Кривая 1, построенная по данным работ Хью и Кинтнера [140], представляет значения стационарных скоростей капель различных размеров. Кривая 2 получена при R = 0,085 м и n = 700 об/мин и по своему смыслу аналогична зависимости

1. Поскольку при d = 0 скорость также равна нулю, можно предположить, что с уменьшением диаметра капли кривая 2 приведет в начало координат (см. штриховой участок кривой 2). Однако экспериментально не было получено ни одной точки на этой части кривой, что свидетельствует о малой величине диаметра, при которой скорость имеет максимальное значение.

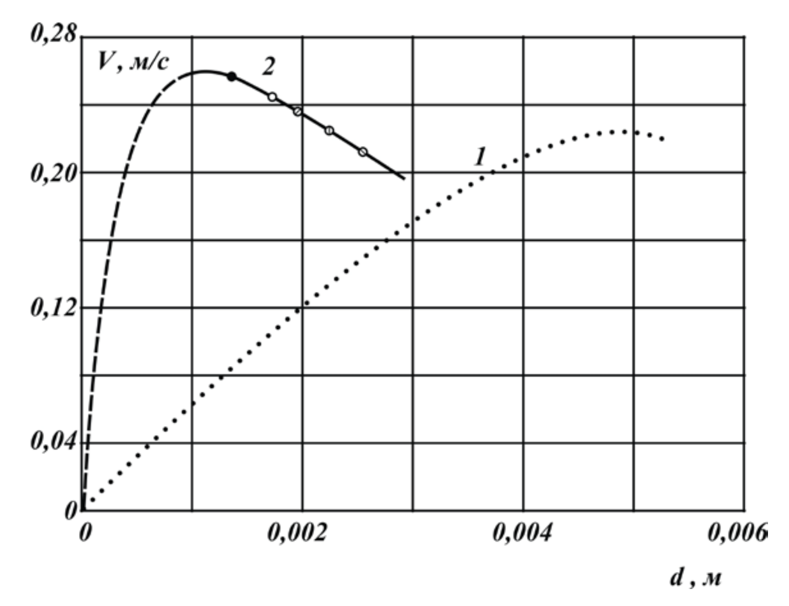
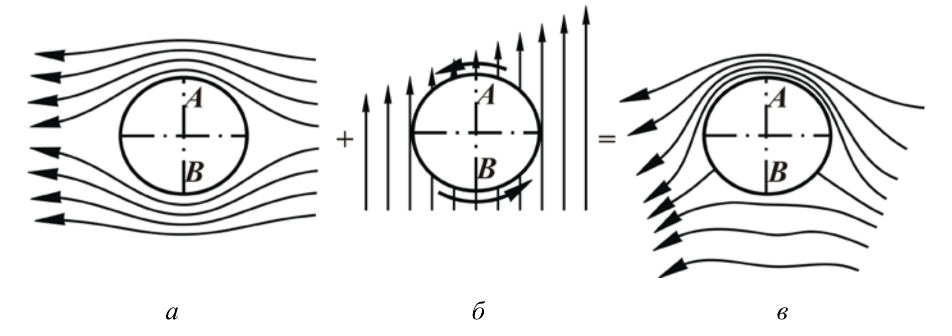


Рис. 3.8. Зависимость относительной скорости капли от эквивалентного диаметра: 1 - в поле тяжести; 2 - в центробежном поле

Исследования в поле тяжести показывают, что уменьшение скорости капли с увеличением ее диаметра сопровождается значительными колебаниями и пульсациями поверхности капли. Так как в центробежном поле скорости капель значительно превышают скорости тех же по размеру капель в поле тяжести, то и деформация, сопровождаемая колебаниями и пульсацией, наступает при меньших диаметрах

капель. Тем самым максимумы на рис. 3.8 как бы сдвигаются в сторону меньших d. Определенную роль при этом, видимо, играет несимметричный характер деформации капли. Кроме того, в ряде случаев необходимо учитывать в системе сил, действующих на каплю, движущуюся во вращающейся жидкости поперечную силу, или силу Тейлора. Основанием для этого послужили работы Тейлора, Прудмана, Дина, в которых изучается движение твердых тел (шара, цилиндра) во вращающейся жидкости при Re < 1. Однако в литературе не имеется данных о том, возникает ли поперечная сила при больших числах Re, а для жидкой частицы этот вопрос не разработан даже для Re < 1. Как известно из основ аэрогидродинамики [141-143], поперечная сила появляется только в случае несимметричного поступательно-циркуляционного потока (рис. 3.9). Ни поток поступательный сам по себе (рис. 3.9а), ни поток чисто циркуляционный (рис. 3.9б) поперечной силы не проявляет, и лишь их геометрическое наложение одного на другой порождает эту силу (рис. 3.9в).



а *б* *в*

Рис. 3.9. Принципиальная схема образования поперечной силы в градиентном потоке:
а – капля в поступательно-циркуляционном потоке; б – капля в циркуляционном потоке; в – капля в совмещенном потоке

Действие циркуляционного потока приводит к увеличению скорости обтекания в точке А и к уменьшению ее в точке В. В соответствии с законом Бернулли изменение скоростей обтекания приводит к перепаду давления, обусловливающему поперечную силу Т. Отсюда следует, что основная причина возникновения поперечной силы во вращающейся жидкости заключена в характере движения среды и не связана с природой перемещающегося в среде тела (хотя, конечно, изменение формы капли и угла атаки также влияет на величину поперечной силы). Вышеизложенное послужило основанием тому, что в исходную схему сил была включена и поперечная сила, в выражение которой введен коэффициент k, подлежащий экспериментальному определению.

На основании проведенного эксперимента можно привести следующие доказательства в пользу существования поперечной силы.

1. Уменьшение окружной составляющей (см. рис. 3.6) скорости по радиусу свидетельствует об отрицательном ускорении в окружном направлении, которое может быть вызвано равнодействующей сил, направленной в сторону вращения жидкости. Однако схема сил без силы Тейлора не дает равнодействующей в указанном направлении, и, следовательно, экспериментальную зависимость объяснить было бы затруднительно.

2. При движении капли в спокойной жидкости, как известно, ее деформация происходит симметрично относительно оси в направлении движения. Деформация капель в наших опытах имеет своеобразный характер: по мере увеличения относительной скорости левая по

движению сторона капли заметно вытягивается (рис. 3.10). Для объяснения этого факта вновь обратимся к силам, действующим на каплю. Силы инерции, центробежная и сила Кориолиса по сути являются силами массовыми и изменить форму капли не могут. То же самое можно сказать о выталкивающей силе Архимеда, поскольку при $\rho_к = \rho_с$ все частицы среды находятся в равновесии. Сила лобового сопротивления действует в направлении, противоположном движению капли, и может вызвать лишь симметричную деформацию (как это имеет место в спокойной среде). Остается предположить, что несимметричность деформации – следствие действия поперечной силы, являющейся равнодействующей сил, развивающихся на поверхности капли от несимметричного обтекания.

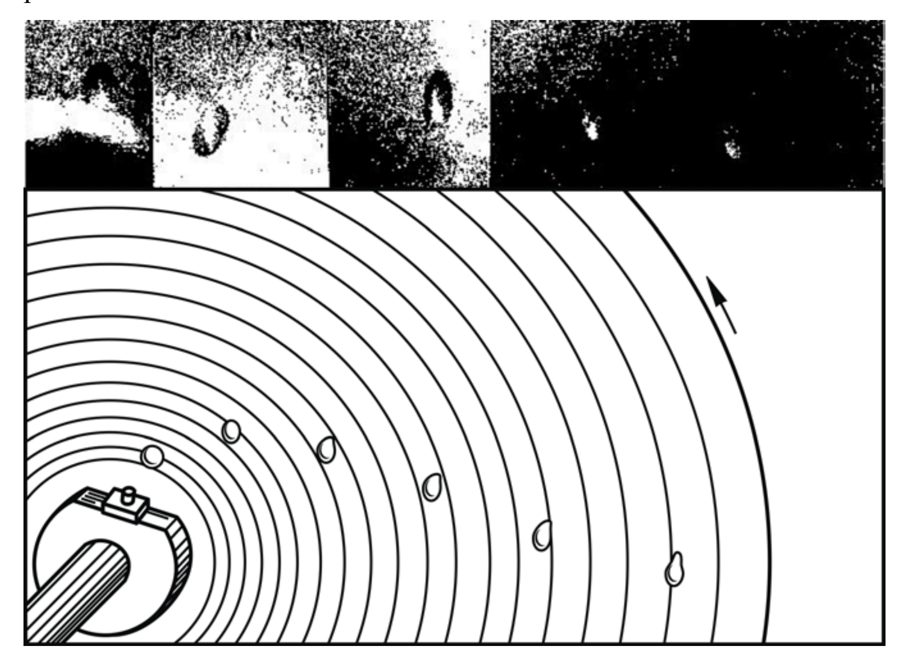


Рис. 3.10. Изменение формы капли и траектории ее движения

3. При движении капель воды в толуоле в отдельных случаях наблюдался так называемый факел - след мелких частиц, оставляемый каплей. Это явление неоднократно наблюдалось в поле тяжести: мелкие частицы отделялись от кормы капли вблизи ее центра (рис. 3.11). В наших же опытах факел образовывался справа по движению капли при вращении ротора против часовой стрелки. Смещение факела совпадает с направлением циркуляционного потока, подтверждая тем самым его наличие.

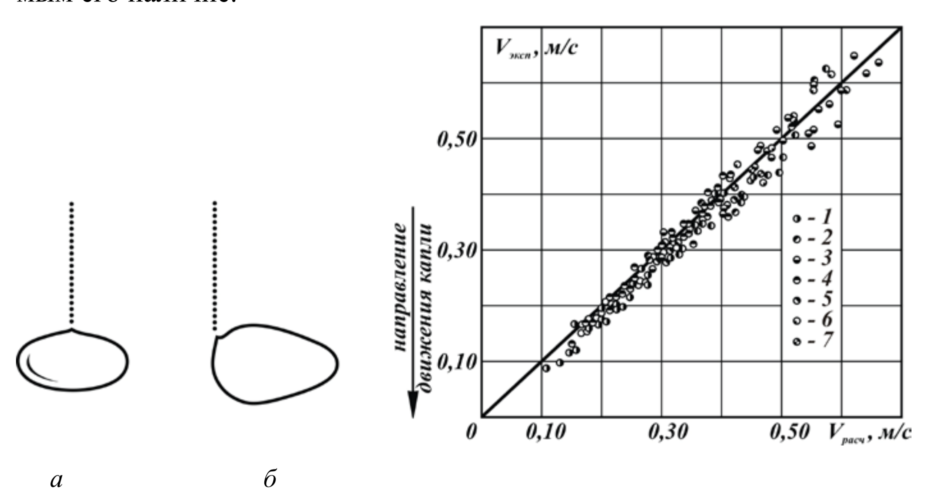


Рис. 3.11. Форма капли, расположение факела: а - в покоящейся среде; б - во вращающейся среде

Рис. 3.12. Сравнение экспериментальных и расчетных значений скоростей капли во вращающейся жидкости.

Гидродинамические процессы на поверхности капли определяются в общем случае шестью независимыми друг от друга силами [144]: инерционной силой частиц среды, инерционной силой частиц капли,

силой вязкости среды, силой вязкости капли, силой межфазного натяжения, движущей силой. Как было показано выше, существенное значение имеет также поперечная сила. Для учета влияния последней силы нами введен коэффициент k. А инерционная сила частиц капли и сила вязкости капли, как показывают многочисленные экспериментальные исследования, не оказывают существенного влияния и поэтому могут быть исключены из рассмотрения.

Таким образом, коэффициент лобового сопротивления будет определяться влиянием остальных четырех сил: $V^2d^2\rho_с$; $Vd\mu_с$; σd; $(\rho_к - \rho_с)d^3\omega^2R$. Обобщенная зависимость для коэффициента лобового сопротивления может быть представлена в виде

$$\psi = A'\mathrm{Re}^{\alpha}\,\mathrm{We}^{\beta}\mathrm{Fr}_ц^{\gamma}\left(\frac{\rho_с}{\rho_к - \rho_с}\right)^{\eta}. \qquad (3.29)$$

Обработкой полученных данных для ψ методом наименьших квадратов было найдено $A' = 0{,}17$; $\alpha = 0{,}006$; $\beta = 0{,}64$; $\gamma = -0{,}64$; $\eta = -0{,}41$. После подстановки этих значений в уравнение (3.29) имеем

$$\psi = 0{,}17\left(\frac{\mathrm{We}}{\mathrm{Fr}_ц}\right)^{0{,}64}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с}\right)^{0{,}41} = 0{,}17\left(\frac{d^2\omega^2R\rho_с}{\sigma}\right)^{0{,}64}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с}\right)^{0{,}41}. \qquad (3.30)$$

Незначительное влияние критерия Рейнольдса на ψ для движения шара и особенно диска при больших числах Re не изменяется при использовании эквивалентного диаметра в качестве определяющего размера, то есть изменение миделевого сечения капли в процессе ее деформации учитывается критерием Вебера. Аналогичное положение имело место и в поле тяжести [145].

В отличие от коэффициента лобового сопротивления ψ для коэффициента k, входящего в выражение для поперечной силы, в литературе аналогичных зависимостей не имеется. Анализируя экспериментальные значения k, нами было установлено, что k увеличивается с ростом радиуса R и зависит от размера капли. Зависимость k от других параметров несущественна, и нами было принято, что значения коэффициентов поперечной силы могут быть обобщены зависимостью вида $k = A'R^a d^в$, и с помощью метода наименьших квадратов было найдено, что $k = 0{,}42\dfrac{R}{d^{0,45}}$.

Сравнение расчетных значений с экспериментальными позволяет заключить, что расхождение не превышает 20%. Повышенная по сравнению с ψ погрешность связана с тем, что значения k зависят главным образом от окружной составляющей относительной скорости V_φ, которая определяется с большей погрешностью, чем V_R и V.

Установив зависимости для коэффициентов гидродинамического сопротивления, окончательно имеем следующие дифференциальные уравнения, описывающие движение одиночной капли в равномерно вращающейся жидкости:

$$V_R\frac{dV_R}{dR}-\frac{V_\varphi^2}{R}=\left(1-\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega^2R-\left(2-0{,}42\frac{R}{d^{0,45}}\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega V_\varphi-0{,}325\frac{\rho_c}{d\rho_к}\left(\frac{d^2\omega^2R\rho_c}{\sigma}\right)^{0,64}\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^{0,41}V_R\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2}; \qquad (3.31)$$
$$V_R\frac{dV_\varphi}{dR}+\frac{V_RV_\varphi}{R}=\left(2-0{,}42\frac{R}{d^{0,45}}\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega V_R-0{,}325\frac{\rho_c}{d\rho_к}\left(\frac{d^2\omega^2R\rho_c}{\sigma}\right)^{0,64}\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^{0,41}V_\varphi\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2}.$$

Упрощение дифференциальных уравнений движения в систему алгебраических уравнений было осуществлено в предположении, что величины инерционных сил относительного движения как в радиальном, так и в окружном направлении незначительны по сравнению с остальными членами уравнений движения капли. С этой целью проанализируем, при каких условиях радиальная составляющая относительного ускорения:

$$j_R = V_R \frac{dV_R}{dR} - \frac{V_\varphi^2}{R} \qquad (3.32)$$

и окружная составляющая

$$j_\varphi = V_R \frac{dV_\varphi}{dR} + \frac{V_R V_\varphi}{R} = V_R \left(\frac{dV_\varphi}{dR} + \frac{V_\varphi}{R} \right) \qquad (3.33)$$

будут иметь максимальное значение.

Незначительность максимальных значений j_R и j_φ по сравнению с минимальными значениями остальных членов уравнений можно будет считать достаточным основанием для пренебрежения инерционными членами уравнений. Максимальным j_R будет в случае, когда максимальными будут V_R и $\frac{dV_R}{dR}$ и минимальным $\frac{V_\varphi^2}{R}$. Последнее достигается при $(V_\varphi)_{min}$ и $(R)_{max}$. Таким образом, $(j_R)_{max}$ будет при

$$(V_R)_{max}, \quad \left(\frac{dV_R}{dR} \right)_{max}, \quad (V_\varphi)_{min}, \quad (R)_{max}. \qquad (3.34)$$

Аналогично можно предположить, что $(j_\varphi)_{max}$ будет при следующих условиях:

$$\begin{matrix} \left(V_R\right)_{max} & \left(\dfrac{dV_\varphi}{dR}\right)_{max} \\ \left(V_\varphi\right)_{min} & \left(R\right)_{min} \end{matrix} \quad \text{при } \frac{dV_\varphi}{dR} > 0; \qquad (3.35)$$

$$\begin{matrix} \left(V_R\right)_{max} & \left(\dfrac{dV_\varphi}{dR}\right)_{min} \\ \left(V_\varphi\right)_{min} & \left(R\right)_{min} \end{matrix} \quad \text{при } \frac{dV_\varphi}{dR} < 0, \quad \frac{dV_\varphi}{dR} < \frac{V_\varphi}{R}; \qquad (3.36)$$

$$\begin{matrix} \left(V_R\right)_{max} & \left(\dfrac{dV_\varphi}{dR}\right)_{max} \\ \left(V_\varphi\right)_{min} & \left(R\right)_{min} \end{matrix} \quad \text{при } \frac{dV_\varphi}{dR} < 0, \quad \frac{dV_\varphi}{dR} > \frac{V_\varphi}{R}. \qquad (3.37)$$

Анализируя условия (3.34)-(3.37), заключаем, что максимальные значения членов j_R и j_φ могут быть при

$$\left(V_R\right)_{max}, \left(V_\varphi\right)_{\substack{min\\max}}, \left(R\right)_{\substack{min\\max}}, \left(\frac{dV_R}{dR}\right)_{max}, \left(\frac{dV_\varphi}{dR}\right)_{\substack{min\\max}}.$$

На основе полученных экспериментальных зависимостей V_R – R и V_φ - R можно сделать вывод, что максимальное значение инерционные члены будут иметь на некотором радиусе при $\left(\omega\right)_{max}, \left(d\right)_{min}, \left(\dfrac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)_{max}, \left(\sigma\right)_{max}$. В качестве экспериментальных значений принимаем: ω = 500 1/с; d = 0,0003 м; $\rho_к$ = 1600 кг/м^3; ρ_c = 1000 кг/м^3; σ = 0,050 Н/м.

Система дифференциальных уравнений движения интегрировалась численно на ЭВМ при граничных условиях, полученных экстраполированием экспериментальных значений в диапазонах, 500-3000

чисел оборотов и на радиусе 0,06 м (при меньших значениях R можно попасть в область «разгона» капли). После интегрирования системы были вычислены величины инерционных членов относительного движения, центробежной силы инерции и разность между силами Кориолиса и Тейлора (при этом все члены уравнений разделены на $m_к$, что не мешает сравнению их величин). Из табл. 3.1 видно, что даже при сравнении максимальных значений инерционных членов уравнений (при $\omega = 500$ с$^{-1}$) с минимальными значениями членов $\left(1-\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega^2 R$ и $\left(2-k\frac{\rho_c}{\rho_г}\right)\omega V_R$ (при $\omega = 50$ с$^{-1}$) малость первых очевидна.

Таблица 3.1

Расчетные значения инерционных членов уравнений (3.31)

№	ω, 1/с	d, м	R, м	Радиальное направление		Окружное направление	
				$V_R\frac{dV_R}{dR}-\frac{V_\varphi^2}{R}$	$\left(1-\frac{\rho_c}{\rho_к}\right)\omega^2 R$	$V_R\frac{dV_\varphi}{dR}+V_R\frac{V_\varphi}{R}$	$\left(2-k\frac{\rho_c}{\rho_г}\right)\omega V_R$
1	500	0,0003	0,06	3,608	5500	-0,272	745,3
2	-//-	-//-	0,08	3,321	7500	-0,459	692,8
3	-//-	-//-	0,10	3,098	9375	-0,598	600,8
4	-//-	-//-	0,12	2,722	11249	-0,653	494,1
5	-//-	-//-	0,16	2,352	15000	-0,683	254,1
6	50	0,002	0,06	0,276	61,36	0,468	25,86
7	-//-	-//-	0,08	0,153	81,82	0,164	28,95
8	-//-	-//-	0,10	0,093	102,24	0,000	29,04
9	-//-	-//-	0,12	0,046	122,73	-0,087	27,03

Все вышеизложенное дает основание инерционными членами в пределах погрешности пренебречь. Тогда

$$\sqrt{\frac{1-\lambda^2}{\lambda}} = 0{,}558\frac{\left(2-0{,}42\frac{R}{d^{0,45}}\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\rho_к\sigma^{0,32}}{(\rho_к-\rho_с)^{0,71}R^{0,82}d^{0,14}\rho_с^{0,62}\omega^{0,64}}. \qquad (3.38)$$

Из уравнения (3.38) видно, что значения V и V_R сближаются ($\lambda \to 1$) с увеличением числа оборотов и расстояния от оси вращения R. Увеличение же диаметра капли уменьшает λ, то есть роль окружной составляющей скорости возрастает. Если величина λ, вычисленная по уравнению (3.38) близка к 1, то для расчета относительной скорости капли можно пользоваться упрощенной формулой:

$$V = \frac{dR}{dt} = 1{,}74\frac{\Delta\rho^{0,29}\sigma^{0,32}\omega^{0,36}}{\rho_с^{0,62}d^{0,14}}R^{0,18} \qquad (3.39)$$

Если же пренебречь окружной составляющей не представляется возможным, то значения компонентов относительной скорости движения капли следует рассчитывать по системе уравнений, которая после подстановки выражений для k и ψ запишется как

$$\frac{\rho_к-\rho_с}{\rho_к}\omega^2R-\left(2-0{,}42\frac{R}{d^{0,45}}\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_\varphi-0{,}325\frac{\rho_с}{d\rho_к}\left(\frac{d^2\omega^2R\rho_с}{\sigma}\right)^{0,64}\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с}\right)^{0,41}V_R\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2}=0; \qquad (3.40)$$

$$\left(2-0{,}42\frac{R}{d^{0,45}}\frac{\rho_с}{\rho_к}\right)\omega V_R-0{,}325\frac{\rho_с}{d\rho_к}\left(\frac{d^2\omega^2R\rho_с}{\sigma}\right)^{0,64}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с}\right)^{0,41}V_\varphi\sqrt{V_R^2+V_\varphi^2}=0\cdot \qquad (3.41)$$

Сравнение экспериментальных данных с расчетными, вычисленными по формулам (3.40) и (3.41), показывают, что подавляющее большинство значений $V_{эксп.}$ и $(V_R)_{эксп.}$ укладываются в пределах ±10%

(рис. 3.12 и 3.13). Более значительный разброс $(V_{\varphi})_{эксп}$ (рис. 3.14) связан с большей погрешностью экспериментального определения этой величины.

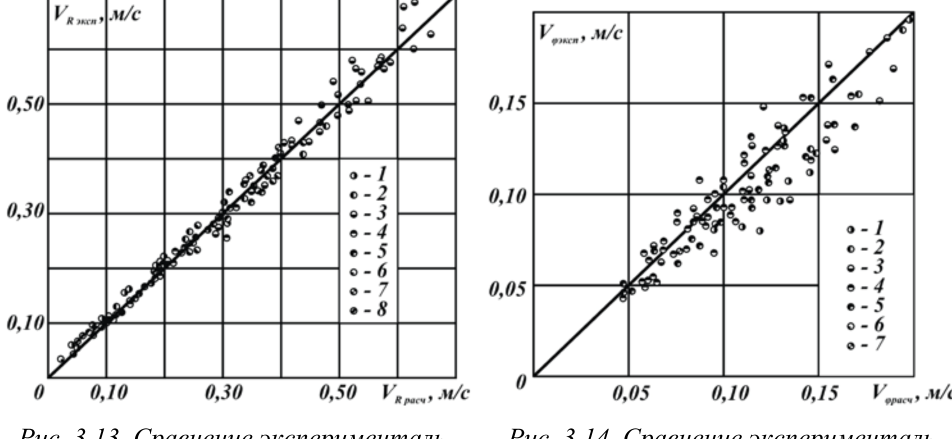


Рис. 3.13. Сравнение экспериментальных и расчетных значений радиальных составляющих скорости капли. Система: 8-№5

Рис. 3.14. Сравнение экспериментальных и расчетных значений окружных составляющих скорости капли

Вследствие того что инерционные члены относительного движения незначительны по сравнению с остальными членами уравнений и, следовательно, равновесие между силами гидродинамического сопротивления и силами центробежной и кориолисовой устанавливается практически мгновенно, можно ожидать, что полученные выше расчетные уравнения будут справедливы и для случаев, когда дисперсной является легкая фаза. Сравнение полученных экспериментальных данных с расчетными при движении капли от периферии ротора к центру

позволяет сделать вывод о возможности использования в этом случае уравнений (3.39), (3.40) и (3.41).

Следует отметить, что изложенные результаты исследования относятся к свободному движению одиночной капли в равномерно вращающейся жидкости. Поскольку процессы в реальных экстракторах связаны с движением большого числа капель по насадкам различных профилей, возникает вопрос о величине коррекции, которую необходимо внести в уравнения для свободного движения одиночной капли. Оставляя пока в стороне вопрос о взаимном влиянии капель, проследим за поведением отдельной капли при ее движении по конической поверхности в условиях центробежного поля. Практическая необходимость такого исследования вызвана тем, что в некоторых типах центробежных экстракторов насадка выполнена в виде конических вставок или конических выточек [2, 6, 33-36].

Движение капли по конической поверхности в жидкой среде внутри вращающегося конуса имеет качественные отличия от свободного движения капли, которые в основном можно свести к следующим:

1. В результате действия центробежной силы инерции капли прижимаются к конической поверхности и, скользя по ней, испытывают тормозящее действие силы взаимодействия между каплей и стенкой. При этом возможны два случая: а) капля проскальзывает вдоль относительно конической стенки; б) капля катится по стенке. В любом случае должна появиться сила, направленная в сторону, противоположную движению капли.

2. Движение капли по конусу определяется лишь составляющей центробежной силы инерции, так как другая ее составляющая, нормальная к поверхности конуса, будет уравновешиваться реакцией стенки.

3. Наличие вблизи капли твердой стенки уже само по себе нарушает нормальную картину обтекания, что повлияет в конечном счете на силу гидродинамического сопротивления (в сторону увеличения).

4. Из-за прижатия капли к стенке миделевое сечение будет уже не круглым. По сравнению со свободным движением площадь сечения будет меньше, а вместе с ним уменьшится и сила лобового сопротивления. Степень прижатия капли к стенке должна зависеть от величины межфазного натяжения и смачиваемости каплей поверхности конуса.

5. Действующие на каплю массовые и поверхностные силы существенно изменят первоначальную сферическую форму капли и ее ориентацию по отношению к направлению движения.

Таким образом, сравнение свободного движения капли с движением ее по конической поверхности во вращающейся жидкости показывают, что в последнем случае необходимо учесть ряд особенностей, изучение которых может стать предметом специального широкого исследования. При этом показатели степени при величинах, определяющих коэффициенты сопротивления при свободном движении (3.30) и (3.34), могут принять иные значения в зависимости от величины угла конусности. Поскольку последний фактор является определяющим, представляется возможным записать следующую упрощенную функциональную зависимость:

$$V_к = V(\cos \alpha)^a, \qquad (3.42)$$

где V – скорость капли при свободном движении; $V_к$ – скорость капли относительно конуса; α - см. рис. 3.15. Упрощение состоит в том, что вместо учета влияния угла α на каждый параметр формул (3.30) и (3.34) зависимостью (3.42) учтено суммарное влияние угла α.

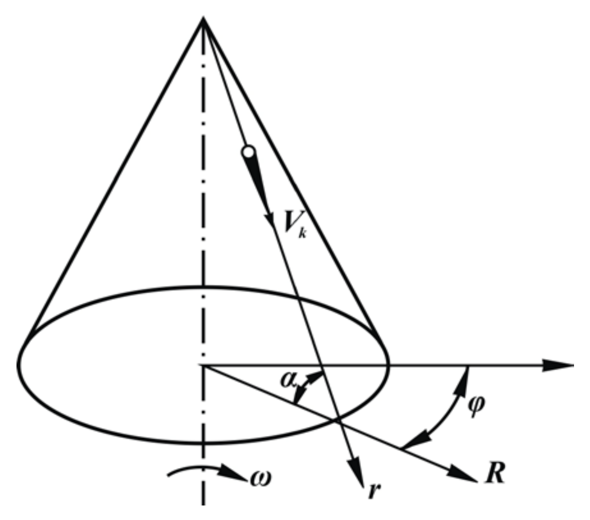


Рис.3.15. Схема движения капли по конусу

Показатель степени при cosα может быть определен при наличии экспериментальных значений скорости движения капель при различных углах α, числах оборотов ротора, значенииях диаметра капель, расстояния капли от оси вращения и с учетом физико-химических свойств жидкостных систем.

Для получения экспериментальных данных были изготовлены три ротора с углами: $\alpha = 30°$, $\alpha = 60°$ и $\alpha = 70°$. В качестве жидкостных систем были выбраны такие (табл. 3.2), которые обеспечили бы достаточно широкий диапазон изменения межфазного натяжения, так как влияние этого параметра, как это следует из качественного анализа,

должно оказаться наибольшим. При этом размеры A и S измеряются не в радиальном направлении, как раньше, а по образующей конуса. На основании опытных данных методом средних определено, что показатель степени при cosα равен 0,3.

Таблица 3.2

Физико-химические параметры исследуемых систем

Система	Плотность среды ρ_c, кг/м^3	Плотность капли $\rho_к$, кг/м^3	Вязкость среды $\mu_c \cdot 10^3$, Н·с/м^2	Вязкость капли $\mu_c \cdot 10^3$, Н·с/м^2	Межфазное натяжение $\sigma \cdot 10^3$, Н/м
Вода - керосин	785	1000	1,800	1,005	44,0
Вода + ПАВ – керосин	785	1000	1,800	1,005	34,5
Вода – диизопропиловый эфир	726	1000	0,320	1,006	17,0
Вода + ПАВ - керосин	786	1000	1,800	1,005	10,1

Примечание: Межфазное натяжение системы вода-керосин менялось с помощью поверхностно-активного вещества (стиральный порошок «Новость»).

Принимая по внимание, что зависимость (3.42) заведомо предполагалась упрощенной, расхождение между экспериментальными и расчетными значениями можно признать допустимыми. Таким образом, для последующих расчетов скорости капель, движущихся во вращающейся жидкости по конусу, предлагается следующая зависимость:

$$V_к = V(\cos \alpha)^{0,3}. \qquad (3.43)$$

3.3. Режимы движения и коэффициенты сопротивления капель, движущихся в поле действия центробежных сил

При решении многочисленных задач, связанных с относительным движением частиц (твердых, жидких, газообразных) в среде, сталкиваются с различного вида проблемами, среди которых можно выделить две основные [146-149]. Первая проблема связана с определением силы сопротивления движению, без которой невозможно составить исходную систему уравнений. Решение уравнений движения – вторая проблема, имеющая математическую природу. Преодоление названных трудностей должно осуществляться последовательно, ибо при грубом и тем более ошибочном определении силы сопротивления точное математическое решение уравнений теряет смысл. В то же время достаточно точное определение силы сопротивления (всегда имеющее некоторую погрешность) может дать приемлемый результат даже при упрощенном решении уравнений, что с успехом используется на практике.

Традиционно в одних исследованиях концентрируется внимание на особенностях взаимодействия частицы и среды, а в других используют эти результаты, составляя и решая уравнения движения для конкретных практических задач. В подавляющем большинстве случаев сила сопротивления определяется с помощью известной кривой сопротивления для твердых шаров (кривой Релея), построенной в логарифмических координатах «коэффициент сопротивления – число Рейнольдса». Существенный недостаток этой кривой состоит в том, что она эмпирична по своему происхождению и не имеет аналитического эквивалента для использования в расчетах. Множество попыток ап-

проксимировать кривую приводит через упрощения к увеличению ее погрешности. Широкое распространение получила замена кривой сопротивления тремя прямолинейными отрезками, каждый из которых соответствует определенному гидродинамическому режиму. Прямолинейность кривой в пределах каждого участка позволяет записать достаточно простые зависимости между коэффициентом сопротивления и числом Рейнольдса, что существенно упрощает решение уравнений движения частицы.

Наряду со своим основным предназначением кривая Релея удобна для сравнения сопротивления частиц, отличающихся от твердого шара по форме или по физической природе (капли, пузыри). В ряде случаев, когда расхождение с кривой Релея не очень значительное, в расчет закладывают именно кривую Релея. Точно так же можно оценить роль и ряда других факторов – ускорения частицы, ускорения среды, влияния других частиц, стенок и т.п.

Известно, что для капель кривую Релея с определенными допущениями можно применять до некоторого граничного (критического) значения числа Ренольдса. При дальнейшем возрастании Re зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса резко меняется (при условии, что за определяющий размер принимают диаметр шара, эквивалентного капле по объему). На участке $Re > Re_г$ утрачивается присущая кривой Релея универсальность, поскольку для каждой системы капля – среда получается своя зависимость.

Для расчетов скорости частицы по ее размеру (и наоборот) имеются рекомендации в виде различных корреляций: Ценца, Лященко, Кинтнера и т.п. Обычно это связь между безразмерными комплексами,

представленная в графической форме. Однако удобство в расчетах связано с существенным ограничением, накладываемым на область применения корреляций. Дело в том, что отсутствие во всех рекомендациях коэффициента сопротивления достигается путем привлечения уравнения движения для конкретного случая (обычно это одномерное стационарное осаждение частиц под действием сил гравитационного поля). Этим уравнением и определяются ограничения в применении корреляций, ибо изменение характеристик силового поля должно отразиться на величинах, входящих в безразмерные комплексы. Рекомендуемые разными авторами корреляции для расчета скоростей частиц в поле тяжести базируются фактически на одной идее: за основу берется уравнение установившегося движения частиц в поле тяжести, имеющего напряженность g:

$$\frac{\pi d^2}{6}\Delta\rho g = C_D \frac{\rho V^2}{2}\frac{\pi d^2}{4}, \tag{3.44}$$

откуда следует

$$\mathrm{Re}^2 C_D = \frac{4}{3}\frac{d^3 \Delta\rho g \rho}{\mu^2} = \frac{4}{3}\mathrm{Ar}, \tag{3.45}$$

$$\frac{\mathrm{Re}}{C_D} = \frac{3}{4}\frac{V^3 \rho^2}{\Delta\rho \mu g} = \frac{3}{4}\mathrm{Ly}. \tag{3.46}$$

где V, d – скорость и размер частицы; ρ, μ, $\Delta\rho$ - плотность среды, ее вязкость, разность плотностей частицы и среды соответственно; C_D – коэффициент сопротивления; Re, Ar, Ly – числа Рейнольдса, Архимеда и Лященко соответственно.

Обобщение Хью и Кинтнера имеет то же ограничение, что и приведенные ранее корреляции.

Естественно поставить вопрос о возможности использования представленных выше корреляций в иных силовых полях. Например, при вращении величина напряженности силового поля меняется в очень широких пределах как за счет угловой скорости, так и за счет радиуса вращения среды. Как и в поле тяжести, объектом исследования принят идеализированный случай, однако именно он позволяет выявить наиболее существенные сведения об относительном движении сплошной и дисперсной фаз. Учет сил, участвующих во взаимодействии между каплей и средой, приводит к системе двух уравнений (сила тяжести ввиду ее относительной малости не учитывается) [150]:

$$\frac{dV_R}{dR}V_R - \frac{V_\varphi^2}{R} = aR - bV_\varphi - CV_R V; \tag{3.47}$$

$$\frac{dV_\varphi}{dR}V_R + \frac{V_R V_\varphi}{R} = bV_R - CV_\varphi V, \tag{3.48}$$

Здесь $a = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_к}\right)\omega^2$; $b = \left(2 - \frac{\rho k}{\rho_к}\right)\omega$; $C = \frac{\psi 6\rho}{\pi \rho_к d}$; $\psi = \frac{\pi C_D}{8}$. Общее решение уравнений (3.47), (3.48) осложняется не только математическими трудностями, но прежде всего отсутствием надежных рекомендаций для определения сил сопротивления.

Для систем жидкость-жидкость оказалось возможным осуществить упрощение исходных уравнений, которые позволили достаточно просто получить зависимости для расчета относительной скорости капли. Во-первых, исследование полного решения уравнений методами качественной теории дифференциальных уравнения [151] показывает,

что вся область решения распадается на две: начальную (нестационарную), в пределах которой ощущается влияние начальных условий, и область устойчивого состояния системы, соответствующую квазистационарному состоянию движения частицы. Опытные данные свидетельствуют, что нестационарная область достаточно мала, так что практически за ее пределами левыми частями исходных уравнений можно пренебречь. Сила Кориолиса и поперечная сила действуют в противоположных направлениях, что приближает траекторию движения частицы к радиальному направлению. С учетом этих упрощений исходная система уравнений принимает вид

$$\Delta\rho\omega^2 R = \psi \frac{6\rho}{\pi d} V^2. \quad (3.49)$$

Благодаря единому виду уравнений для поля тяжести (3.44) и для центробежного поля (3.49), а также универсальности зависимости коэффициента сопротивления для твердого шара, можно сделать вывод о том, что корреляционные зависимости, обычно рекомендуемые для поля тяжести, могут быть использованы для расчетов в широком диапазоне напряженностей силового поля вследствие единой физической картины. Существенные отличия отмечаются для капель при числах Рейнольдса, превышающих граничное значение.

Обработка опытных данных по коэффициенту сопротивления ψ осуществлена в традиционных координатах ψ - Re. Известные явления, связанные с граничным значением числа Рейнольдса $Re_г$ в поле тяжести, имеют место и в центробежном поле. Для $Re > Re_г$ обобщенная зависимость для коэффициента сопротивления получена в виде

$$\psi = 0{,}1 Re^{2,8} Lp^{-1,4}, \quad (3.50)$$

где число $Lp = \frac{\sigma d\rho}{\mu^2}$ - число Лапласа. Приравнивая выражения для коэффициента сопротивления (3.50) к значениям по кривой Релея, можно получить граничное число Рейнольдса $Re_г$, разделяющее средние и крупные капли [152]:

$$Re_г = 3{,}6Lp^{0{,}4}. \quad (3.51)$$

Выбор числа Лапласа для обобщения опытных данных формально можно объяснить тем, что в условиях меняющегося поля это число сохраняет постоянное значение при постоянном размере капли – аналогично тому, как в условиях поля тяжести постоянен комплекс А при различных размерах капель. Однако использование числа Лапласа имеет более глубокий смысл: оно отражает поведение подвижной поверхности раздела со средой, связанное с величиной относительной скорости, но не с причиной, вызвавшей эту скорость. В отличие от числа Лапласа известные комплексы Галилея, Архимеда, Фруда включают в себя силу, обусловливающую относительное движение, то есть связаны с конкретной силовой обстановкой. Поэтому, выразив коэффициент сопротивления через числа Рейнольдса и Лапласа, можно в какой-то степени восстановить универсальность способа решения ряда, основанного на использовании концепции коэффициента сопротивления и уравнений движения. В частности, в работе [153] продемонстрировано применение зависимостей (3.51) и (3.52) при решении задачи о движении капли в потоке газа. Уравнение движения (без учета веса) известно:

$$\frac{dV}{dt} = -\psi \frac{6\rho}{\pi\rho_к d} V^2. \quad (3.52)$$

Решение этого дифференциального уравнения после подстановки в него (3.50), реализуемое для крупных капель, не представляет трудностей. Если же использовать подход Хью и Кинтнера, то комплекс А пришлось бы записать в виде

$$A = \frac{\sigma^3 \rho^2}{\mu^4 \rho_к \left| \frac{dV}{dt} \right|}.$$

Можно искать решение и с таким числом А, которое утратило свое основное преимущество как «константы системы». Но главное состоит в том, что комплекс А (как и числа Архимеда, Лященко), включающий величины из уравнения движения, нужно вновь подставлять в то же уравнение. Здесь хорошо видно, что не следует смешивать два способа решения задачи: или нужно пользоваться известными корреляциями (это уже решение уравнения движения), или нужно решать уравнения движения с использованием коэффициента сопротивления. Последний должен характеризовать особенности частицы (ее форму, состояние поверхности) с учетом режима движения.

В общем случае направления скорости частицы и сил ее взаимодействия со средой не совпадают: лишь сила лобового сопротивления всегда направлена в противоположную скорости сторону. Чтобы записать число А аналогично одномерному случаю, пришлось бы взять проекции сил на направление скорости. В частности, если речь идет о силе инерции $\rho_к j$ и силе веса $\Delta\rho g$, имеющих со скоростью соответственно углы α_1 и α_2, то число А выглядело бы следующим образом:

$$A = \frac{\sigma^3 \rho^2}{\mu^4} \left(\rho_к |j| \cos \alpha_1 \Delta\rho g \alpha_2 \right)^{-1}. \qquad (3.53)$$

В таком виде число А утратило все преимущества, ради которых оно было введено в расчетную практику, ограниченную полем тяжести. С расширением области решаемых задач эти преимущества переходят к числу Лапласа.

При расчете скоростей капель предварительно требуется определить режим их движения, поскольку в пределах каждого режима сохраняется единый вид зависимостей для коэффициента сопротивления. Обработка результатов по центробежному полю с использованием в числе А напряженности $\omega^2 R$ приводит к зависимости

$$Re_г = 10A^{0,16}, \qquad (3.54)$$

представленной на рис. 3.16 отрезком 4. Так что следует отойти от понятия контакта системы и корректировать число А в соответствии с силовым полем, в котором движется капля. Одновременно можно сделать вывод о допустимости экстраполяции известных в литературе зависимостей, полученных в условиях поля тяжести, в область с возрастающим силовым полем.

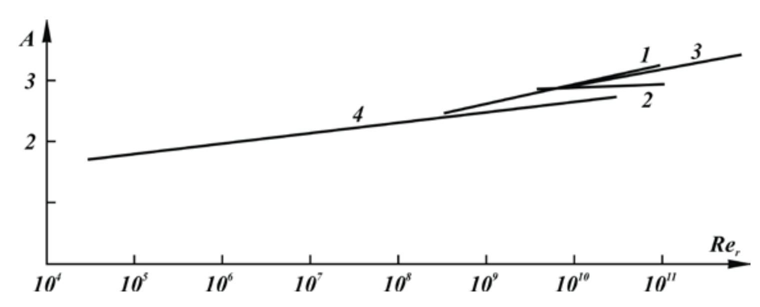


Рис. 3.16. Зависимость граничного числа Рейнольдса от безразмерного комплекса А: 1,2,3 - по данным ряда авторов, с использованием константы системы; 4 - с учетом напряженности центробежного поля

В работе [154] при решении задачи (3.52) справедливо выделен случай $Re > Re_г$ со своей зависимостью для коэффициента сопротивления. Однако и при определении граничного значения числа Рейнольдса, и в коэффициенте сопротивления число А оставлено в том же виде, как и в поле тяжести. В результате расчетные значения оказались значительно завышенными. Если же число А скорректировать рассмотренным выше способом, то время и путь увлечения капли при $Re > Re_г$ получаются достаточно малыми [153]. Подстановка зависимости для коэффициента сопротивления в виде (3.50), то есть через число Лапласа, избавляет от ошибочных результатов.

Непосредственно из (3.51) получается зависимость между граничными значениями размера капли $d_г$ и соответствующей относительной скоростью $V_г$:

$$V_г = ad_г^{-0,6}, \tag{3.55}$$

Здесь $a = 3{,}6\dfrac{\sigma^{0,4}\mu^{0,2}}{\rho^{0,6}}$; $d_г = 12{,}9\left(\dfrac{\sigma_п^3\rho_с^2}{\mu_с^4\Delta\rho\omega^2 R}\right)^{0,4}\dfrac{\mu_с^2}{\sigma_п\rho_с}$.

После подстановки физических констант кривая (3.55) однозначно характеризует весь диапазон критических значений $V_г$ и $d_г$ конкретной системы при изменениях напряженности силового поля. Поэтому зависимость (3.55) может быть названа кривой системы (по аналогии с константой системы А в условиях силы тяжести). Кривая системы (рис. 3.17) проходит через максимальные значения кривых V – d для фиксированных значений напряженности силового поля. Одна из таких кривых, относящаяся к полю тяжести, обозначена на схеме j_1. С возрастанием напряженности силового поля в j_2, j_3 … рост скорости

капли сопровождается смещением максимума кривых в область меньших размеров капель.

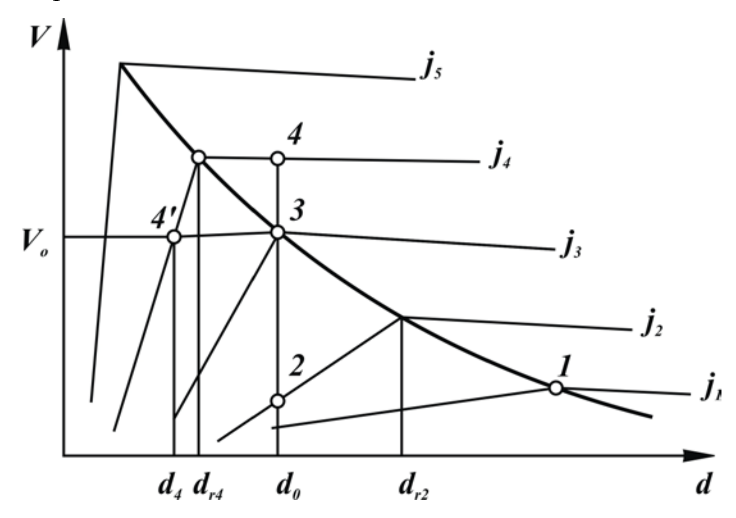


Рис. 3.17. Кривая системы и частные зависимости скорость - размер капли при дискретных значениях напряженности силового поля j

Зависимость (3.55) позволяет определить критическую скорость для произвольно выбранного размера капли. Способ достижения скорости $V_г$ может быть любым (но с допущением о квазистационарном приближении). Вязкость среды и межфазное натяжение способствуют росту $V_г$ в отличие от плотности среды: в воздушной среде критическая скорость капель значительно выше, чем в жидкой среде.

Кривая $V_г – d_г$ может быть использована в расчетах при определении скоростей капель в качестве источника информации о гидродинамическом режиме движения. Фактически кривая $V_г – d_г$ разграничивает области движения средних капель (ниже кривой) и крупных (выше кривой). Рис. 3.16 и 3.17 наглядно демонстрируют взаимосвязь между

размером и скоростью капли с учетом напряженности силового поля в диапазонах возможного изменения этих величин и конкретной системы капля-среда.

Для дальнейшего анализа представляет интерес вывод функциональной зависимости для $Re_г$, основанный на рассмотрении ранее полученных экспериментальных данных по скорости движения капель в центробежном поле в режиме $Re > Re_г$ [155]-[157]. Рассматриваем возможность определения граничного числа Рейнольдса на основе учёта деформаций капли и её колебаний. Рост коэффициента сопротивления от деформации определяется по фактору формы:

$$\eta = \frac{E^{2/3}}{2}\left[1 + \frac{\ln\left(E + \sqrt{E^2 - 1}\right)}{E\sqrt{E^2 - 1}}\right], \qquad (3.56)$$

где E - отношение горизонтальной оси эллипсоида к вертикальной. Показано, что деформацией капли, достигаемой в реальных условиях, нельзя объяснить имеющий место рост сопротивления при $Re > Re_г$.

Для определения роли колебаний капли сопоставляются две частоты – собственная и внешняя. В качестве собственной принята частота, рассчитываемая по Ламбу:

$$f_4 = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{192\sigma}{(3\rho_к + 2\rho)d^3}\right]^{0,5}. \qquad (3.57)$$

Принято, что внешняя причина возникновения колебаний формы капли связана с периодической потерей вихрей позади капли. Частота отрыва вихрей определена из условия их устойчивости, предложенного Карманом:

$$\frac{h}{\ell} = 0{,}28\,, \qquad (3.58)$$

где h - расстояние между рядами вихрей; ℓ - расстояние между вихрями, и составляет

$$f = \frac{V}{2d}. \qquad (3.59)$$

Из условия совпадения собственной и внешних частот колебаний получено выражение для граничного числа Рейнольдса:

$$Re_г = 2Lp^{0,5}. \qquad (3.60)$$

Сопоставление зависимостей, полученных тремя различными способами, показывает их одинаковый качественный характер, что свидетельствует, во-первых, о единой причине, вызывающей смену режима движения и в поле тяжести, и в центробежном поле, и, во-вторых, о некоторых различиях, вызванных, очевидно, проявлением специфических особенностей центробежного поля. На рис. 3.18 схематически представлено изменение рассматриваемых величин для случая движения капли от центра к периферии ротора, заполненного жидкостью и вращающегося с постоянной угловой частотой. В начальный момент положение капли определяется радиусом R_1, которому соответствует число Рейнольдса Re_1 и точка 1 на кривой Релея. Граничное значение числа Рейнольдса на этом радиусе отмечено на оси Re. В следующий момент положение капли определится радиусом $R_2 > R_1$, числом Рейнольдса $Re_2 > Re_1$, точкой 2 на кривой Релея. Значение $Re_{г2} > Re_{г1}$ меньше, то есть с ростом радиуса происходит сближение действительного и граничного чисел Рейнольдса.

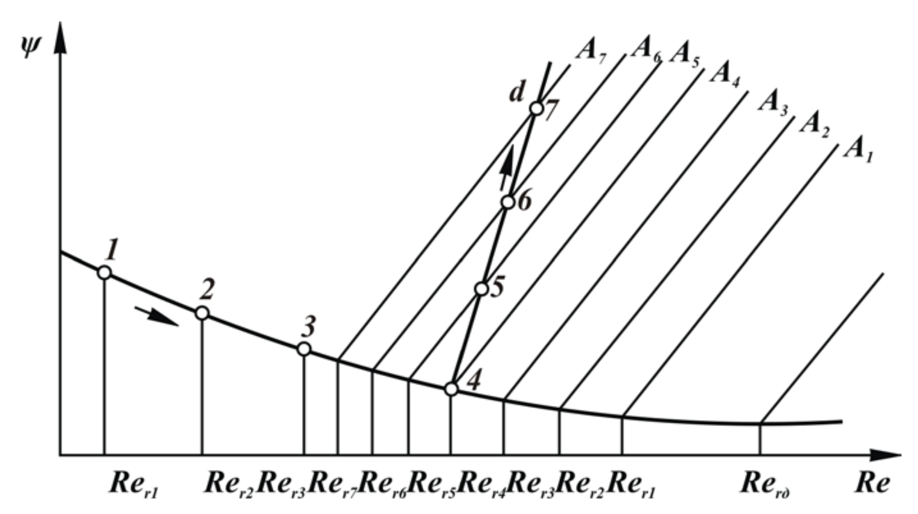


Рис. 3.18. Зависимость коэффициента сопротивления от значения числа Рейнольдса

По мере удаления капли от центра вращения ротора значение $Re_г$ продолжает уменьшаться ($Re_{г3}$), а действительное число Рейнольдса растет вследствие увеличения относительной скорости (точка 3 на кривой Релея). Очевидно, что на некотором радиусе R_4 должно произойти сравнивание действительного и граничного чисел Рейнольдса: $Re_4 = Re_{г4}$. Эта точка соответствует переходу режима движения капли данного диаметра от $Re < Re_г$ и $Re > Re_г$. С дальнейшим увеличением расстояния до оси вращения ротора значения граничного числа Рейнольдса продолжают уменьшаться, а действительное число Рейнольдса растет, однако и в этом случае оно оказывает свое влияние: вследствие изменения величины A движение капли будет определяться различными прямыми A_5, A_6, A_7. Из этого следует, что возрастание коэффициента сопротивления с изменением числа Рейнольдса в центробежном поле на участке $Re > Re_г$ будет происходить более значитель-

но, чем в поле тяжести. На рис. 3.18 это наглядно видно по возрастанию угла наклона прямой 4-5-6-7 по сравнению с прямыми A – const. Такое резкое возрастание сопротивления при $Re > Re_г$ должно привести к незначительного росту скорости при значительном изменении центростремительного ускорения, что подтверждается экспериментами.

Путем раскрытия безразмерных комплексов, входящих в зависимости, получены соотношения для определения относительной скорости капли $V_г$ данного размера $d_г$:

$$V_г = 3{,}6\left(\frac{\mu\sigma^2}{\rho^2 d_г^3}\right)^{0,2}, \tag{3.61}$$

$$d_г = 30\left(\frac{\sigma^3\rho^2}{\mu^4\Delta\rho\omega^2 R}\right)^{0,34}\left(\frac{\mu^2}{\sigma\rho}\right). \tag{3.62}$$

Из (3.62) следует, что с увеличением центростремительного ускорения происходит уменьшение граничного диаметра капли; при этом для величины $\omega^2 R$, имеющей место в центробежном аппарате, значение $d_г$ на порядок меньше, чем в условиях поля тяжести. Практическая значимость уменьшения $d_г$ состоит в том, что в режиме $Re > Re_г$ оказываются капли, обычно рассчитываемые как средние, то есть по кривой Релея.

На основании того, что капли при осаждении в режиме $Re > Re_г$ колеблются, был сделан вывод о том, что двумерные эффекты вырождаются и не влияют на осаждение капель. Этот вывод подтвержден экспериментально. Однако двумерные аффекты оказывают влияние на величину самого граничного числа Рейнольдса:

$$0,07Lp^{-1,35}Re^{4,32} - 4,9Re_г - 3,18Ek^{-1} = 0. \qquad (3.63)$$

Зависимость (3.63) позволяет, таким образом, определять граничное число Рейнольдса при ощутимых двумерных эффектах.

В работе [158] выявлены особенности свободного движения капель во вращающейся жидкости путем сопоставления коэффициентов с кривой Релея в координатах «коэффициент сопротивления – число Рейнольдса». Показано, что в исследованном случае возможны завышения коэффициента лобового сопротивления, причем характерно наличие двух участков на кривых ψ - Re, разделяемых граничным значением числа Рейнольдса. Причины увеличения сопротивления до и после различны. При $Re > Re_г$ увеличение связывается со способностью капли при достаточно большой скорости деформироваться, увеличивая мидель, в результате чего истинный поперечный ее размер оказывается больше эквивалентного диаметра, по которому определяется коэффициент сопротивления. Кроме того, в этом режиме движения капля колеблется и пульсирует, что также приводит к увеличению сопротивления. Завышение сопротивления при $Re < Re_г$ обусловлено характерным для вращающихся систем эффектом двумерного обтекания, когда движению тела, в частности капли, сопутствует столб Тейлора. На этом участке коэффициент сопротивления не является однозначной функцией числа Re, как это наблюдается в неподвижной среде, а зависит от чисел Re и Ek, так как этими числами определяется величина и форма столба Тейлора.

Аналогично происходит изменение коэффициента сопротивления и при движении капель по вращающейся конической поверхности в среде. На рис. 3.19 приведены экспериментальные данные для этого

случая в координатах ψ - Re. Здесь же нанесены кривая Релея 1 и кривая сопротивления капле, движущейся по наклонной плоскости в среде [159, 162]. Последняя является аналогом в поле тяжести случая движения капель по вращающемуся конусу.

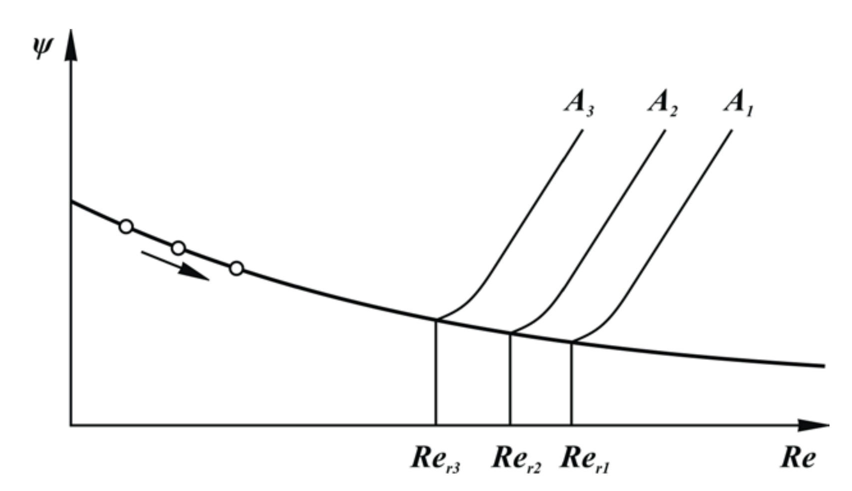


Рис. 3.19. Схема движения капли от центра к периферии ротора при Re меньше Reг

Из рисунка видно, что кривые $\psi_к$ – Re также складываются из двух участков. Значения коэффициента сопротивления при $Re < Re_г$ не определяются однозначно числом Рейнольдса, а расслаиваются в зависимости от величины числа Ek, характеризующего наличие и величину столба Тейлора. Значения $\psi_к$ расположились выше кривой для наклонной плоскости, но с ростом чисел Re и Ek приближаются к ней в связи с вырождением столбов. На участке, где $Re < Re_г$, коэффициент сопротивления для капель, движущихся по вращающемуся конусу, можно, таким образом, по аналогии со свободным движением капель во вращающейся среде представить в виде

$$\psi_{\text{к}1} = \psi_{\text{нп}} + \psi_{\text{доп}}, \qquad (3.64)$$

где ψ - добавка, учитывающая наличие столба Тейлора. Экспериментальные данные для $\psi_{\text{доп}}$ в исследуемом диапазоне физических свойств систем и параметров капель ($Re = 10 \div 1000$; $Ek = 2 \cdot 10^{-4} \div 3 \cdot 10^{-1}$) аппроксимируются следующей зависимостью:

$$\psi_{\text{äîï}} = \frac{0{,}55}{\mathrm{Re} \cdot Ek}. \qquad (3.65)$$

С учетом (3.65) $\psi_{\text{нп}} = 1{,}95\psi_{\text{о}}$, получим

$$\psi_{\text{к}1} = 1{,}95\psi_{\text{о}} + \frac{0{,}55}{\mathrm{Re} \cdot \mathrm{Ek}}. \qquad (3.66)$$

Обобщение коэффициентов сопротивления при $Re > Re_{\text{г}}$, как и в случае свободного движения, осуществляется с помощью критериев We и Fr, учитывающих соответственно силы межфазного натяжения (в связи с существенной деформацией) и движущие силы – центробежные силы инерции. Из рис. 3.19 и 3.20 видно, что экспериментальные данные для этого участка располагаются на прямых, характеризующих отдельные системы капля-среда и углы конуса, а обобщенная зависимость получается после введения симплекса плотностей фаз и параметра угла конуса (рис. 3.21-3.24):

$$\psi_{\kappa 1} = \frac{0{,}17}{(\sin\alpha)^{0{,}67}} \left(\frac{We}{Fr}\right)^{0{,}64(\sin\alpha)^{0{,}8}} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^{0{,}41}. \qquad (3.67)$$

Здесь $\mathrm{Re} = \dfrac{dV\rho_c}{\mu_c}$; $Ek = \dfrac{\mu_c}{d^2\rho_c\omega}$; $We = \dfrac{V^2 d\rho_c}{\sigma_{\text{м}-\text{ф}}}$; $Fr = \dfrac{V^2}{d\omega^2 R}$,

где α - угол между образующей и осью конуса; d – эквивалентный диаметр капли; V – скорость движения капли; R – расстояние от оси

вращения до капли; $\Delta\rho = \rho_к - \rho_с$; $\psi_о$ – коэффициент сопротивления, определяемый кривой Релея. Это связано с критерием [160], [161], выражающим соотношение сил поверхностного натяжения, инерционных, вязкостных и подъемных. Для случая движения капель по вращающемуся конусу

$$\mathrm{Re}_г = 2{,}38\left(\frac{\sigma^3\rho_с^2}{\mu_с^4\Delta\rho\omega^2 R}\right)^{0,27} \tag{3.68}$$

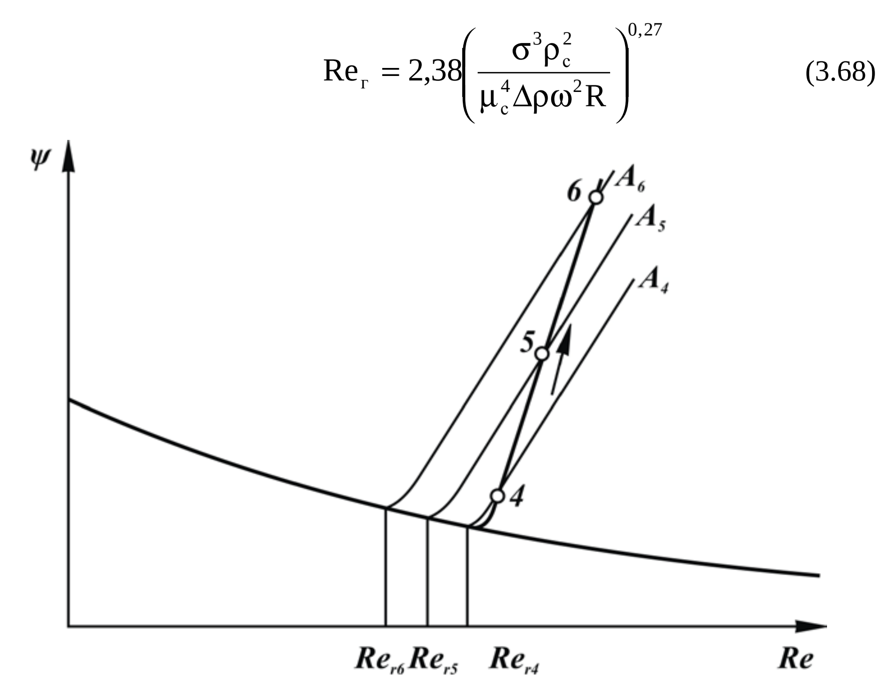


Рис. 3.20. Схема движения капли от центра к периферии ротора при Re больше Reг

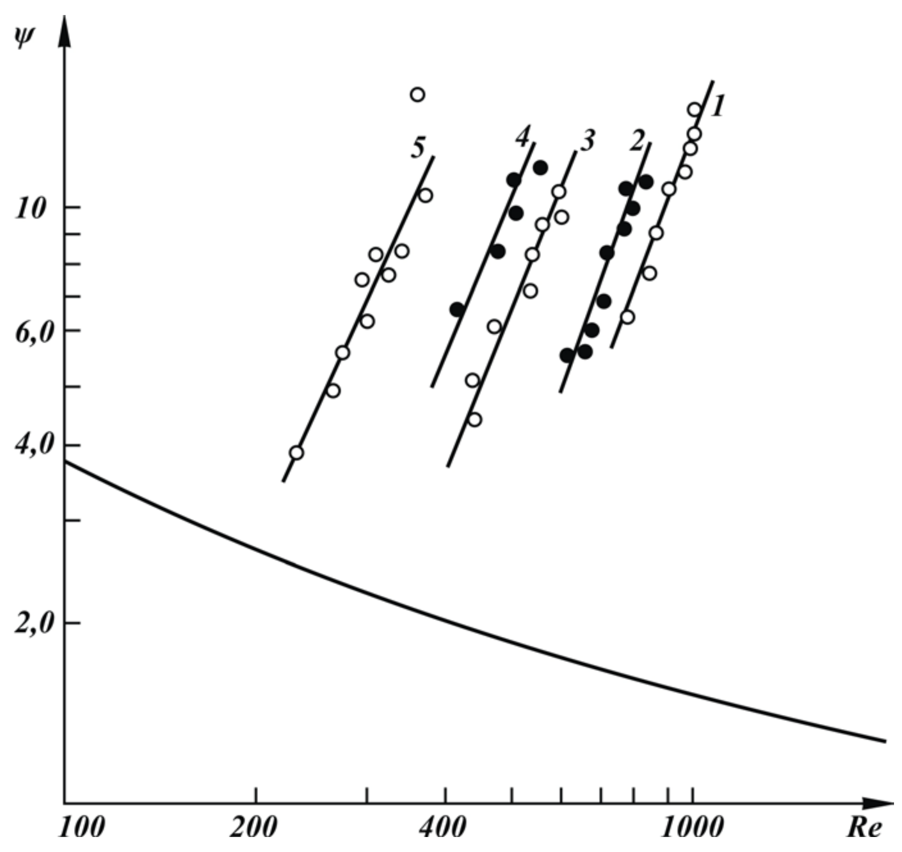


Рис. 3.21. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса при движении капли во вращающейся среде: 1 и 2 - вода-диизопропиловый эфир; 3 и 4 - CCl4 - вода; 5 - трикрезилфосфат-вода

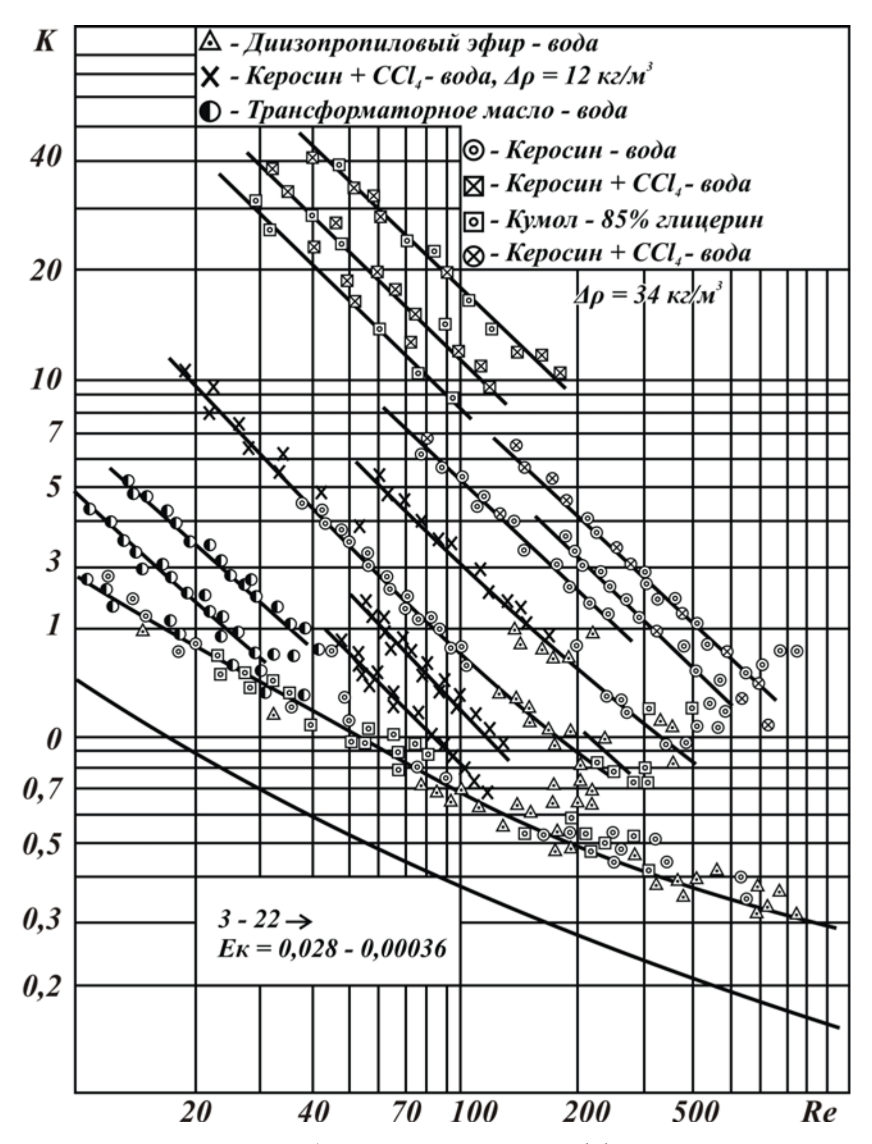


Рис. 3.22. Влияние режима движения капли на коэффициент сопротивления

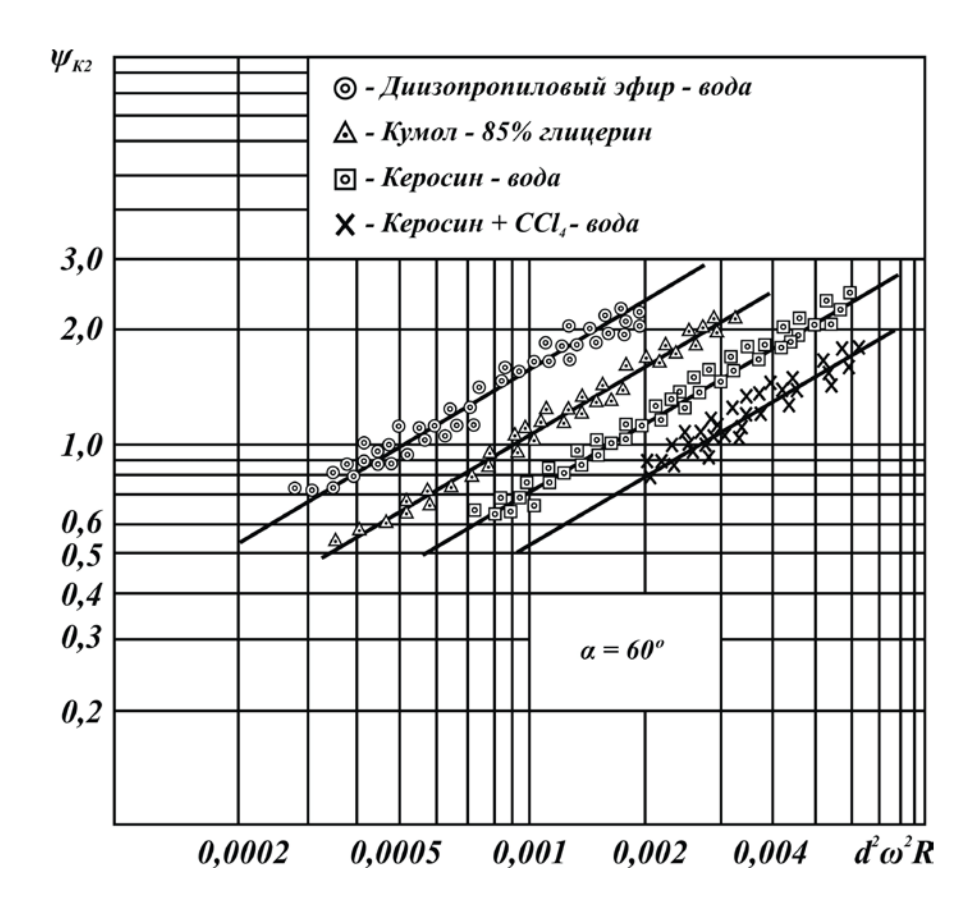


Рис. 3.23. Обобщенная зависимость коэффициентов сопротивления

Полученные зависимости для коэффициентов гидродинамического сопротивления позволяют рассчитать на основе уравнений движения скорость капель по конусообразным насадкам центробежных аппаратов.

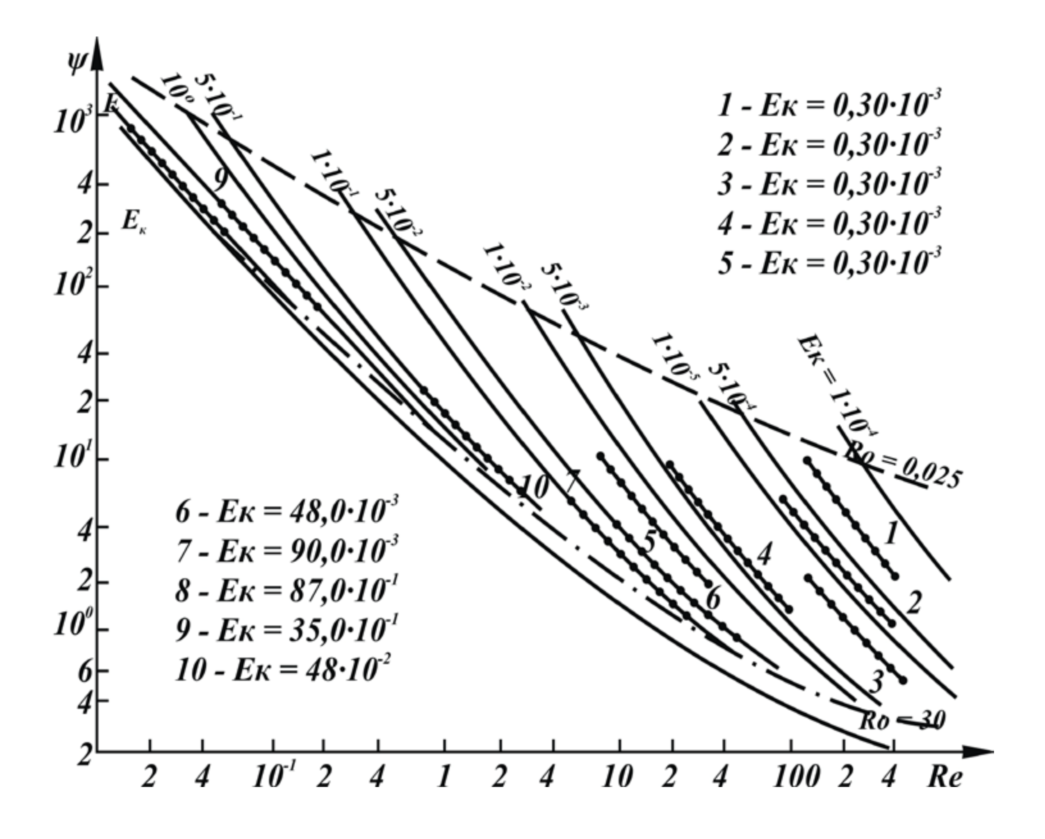


Рис. 3.24. Сопротивление движения частиц в зависимости от величины столбов Тейлора

3.4. Стесненное движение капель во вращающейся жидкой среде

Согласно литературным данным [163-181] фактор стесненности движущихся в потоке частиц в ряде случаев оказывает влияние на их скорость движения, учитывая, что движение потока капель во вра-

щающейся среде при относительно большой величине удерживающей способности осуществляется в гидродинамической обстановке, когда возможно взаимное влияние на скорость их движения.

Выявлению значимости фактора стесненности потока на режимы движения капель, осуществляемые в центробежных экстракторах безнапорного типа, и посвящено данное исследование. Допущение, принимаемое при описании движения цепочки частиц, заключается в том, что скорость частицы в цепочке $\upsilon_ц$ принимается как сумма скорости спутного течения относительно среды U_1 и скорости капли относительно спутного течения υ_∞, причем υ_∞ рассчитывается как для единичной частицы:

$$\upsilon_ц = U_1 + \upsilon_\infty \qquad (3.69)$$

Такой подход позволяет представить достаточно сложное гидродинамическое явление в виде составляющих, которые разработаны в соответствующих разделах динамики жидкости. Поэтому допущение (3.69) сохраняется нами и для случая движения цепочки в центробежном поле, когда скорость υ_∞ представляет собой функцию радиуса. Основанием для этого служит тот факт, что осаждение капель в центробежном поле носит квазистационарный характер [175, 176, 182], когда эффекты ускоренного движения пренебрежимо малы при изменении R. Считаем, как и прежде, что числа Россби и Экмана достаточно велики, чтобы не принимать во внимание двумерные эффекты.

Для скорости относительного движения единичной капли в равномерно вращающейся жидкости в настоящее время имеются зависимости, учитывающие весь диапазон движения, начиная с режима Сто-

кса и заканчивая числом Рейнольдса, определяемым как граничный $Re_г$, и, наконец, при $Re > Re_г$. Все это позволяет считать величину υ_∞ известной.

Что касается величины U_1, то, как известно, при движении тела в жидкости за ним распространяется спутное течение (или след), которое в зависимости от режима может быть ламинарным или турбулентным. Скорость следа - это скорость жидкости вблизи центральной линии следа, в качестве первого приближения принимается, что она пропорциональна скорости на центральной линии [94] и является неизвестной величиной. Она уменьшается с увеличением расстояния за каплей, подобно спаду, определяемому классическими теориями следа для одиночного тела, двигающегося в неподвижной жидкости, и ее величина зависит от скорости тела относительно жидкости, в которой оно движется. Шлихтинг в своей монографии [94] рекомендует зависимости:

- для скорости ламинарного следа

$$\frac{U_1}{\upsilon_\infty} = K_1 \frac{d \, Re \, \psi}{\ell_R} \quad , \qquad (3.70)$$

- для турбулентного следа

$$\frac{U_1}{\upsilon_\infty} = K_1' \left(\frac{\psi F}{\beta^2 \ell_R^2} \right)^{1/3} , \qquad (3.71)$$

где ℓ_R - расстояние до точки следа, для которой определяется скорость U_1, а при движении цепочки капель это расстояние между

центрами масс капель; $Re = \frac{\rho_c d\upsilon_\infty}{\mu_c}$ - число Рейнольдса, характеризующее в данном случае движение капли относительно следа, по которому рассчитывается сопротивление единичной капли (3.30); F - площадь сечения капли; β = 0,18 - константа, показывающая изменение ширины следа [94, 193]; K_1 и K'_1 - коэффициенты пропорциональности, определяемые экспериментальным путем, значения которых зависят соответственно от режима движения капель и от числа Re. После подстановки ψ и Re в выражения (3.70) и (3.71) получаем уравнения, в которых скорость следа является функцией:

- радиуса для ламинарного следа

$$U_{1лам} = K_1 \frac{\omega^2 R d^3 \Delta\rho}{\mu_c \ell_R}; \tag{3.72}$$

- радиуса для турбулентного следа

$$U_{1турб} = K_2 \left(\frac{\omega^2 R d^3 \Delta\rho}{\upsilon_\infty^2 \rho_c \ell_R^2} \right)^{1/3}, \tag{3.73}$$

где $K_2 = K'_1 \frac{1}{\beta^{2/3}}$.

При расчете скорости следа U_1 необходимо знание констант K_1 и K_2, а также ℓ_R, определение которой для практических расчетов целесообразнее записать через частоту образования капель $f_к$ и скоростью $\upsilon_ц$, так как $f_к$ можно всегда определить при заданном расходе дисперсной фазы:

$$\ell_R \cdot f_к = \upsilon_ц, \quad а \quad f_к = \frac{6Q_d}{\pi d^3}. \tag{3.74}$$

Подставляем выражение (3.74) в (3.72) и (3.69), получаем

$$\upsilon_ц = \upsilon_\infty + \frac{\upsilon_\infty^2}{4} K_1 \left(\frac{\omega^2 R d^3 f \Delta\rho}{\mu_c \upsilon_ц \upsilon_\infty^2} \right).$$

Из соотношений (3.69), (3.70) и (3.71) следует, что величина скорости следа U_1 является функцией расстояния между частицами и при достаточно больших $\ell_R > \ell_R^*$ ею можно пренебречь. Для определения минимального значения ℓ_R^*, при котором можно не учитывать влияния капель друг на друга в цепочке, подставим выражение (3.70) в (3.69):

$$\upsilon_ц = \upsilon_\infty \left(1 + K_1 \frac{d \operatorname{Re} \psi}{\ell_R^*} \right) = \upsilon_\infty (1 + \alpha), \tag{3.75}$$

где α - характеризует допустимое в расчетах расхождение между $\upsilon_ц$ и υ_∞. Из (3.75) следует, что для ламинарного режима

$$\ell_R^* = K_1 \psi d \operatorname{Re} \alpha^{-1}. \tag{3.76}$$

Аналогично для турбулентного режима получается

$$\ell_R^* = K_2^{-1,5} \psi^{0,5} d \alpha^{-1,5}. \tag{3.77}$$

Следовательно, для определения режима движения следа в центробежном поле необходимо определить диапазон изменения числа Рейнольдса для единичной капли, сопоставив его с $Re_г$. При этом возможны три случая: а) $Re_н < Re_г$ на протяжении всего пути движения капли от начального радиуса $R_н$ до конечного $R_к$, что соот-

ветствует ламинарному следу; б) $Re_н > Re_г$ - в этом случае след турбулентный; в) $Re_н < Re_г < Re_к$, что означает, что на некотором радиусе $R_г$ режим следа меняется с ламинарного на турбулентный. Величину $R_г$ можно вычислить по уравнению

$$R_г = 2{,}3 \cdot 10^4 \cdot Lp^{-2{,}92} \left(\frac{\rho_c}{\omega} \right)^2 \frac{\sigma}{\mu_c^4 \Delta\rho}. \tag{3.78}$$

Таким образом, движение цепочки капель может служить основой для расчета в центробежном поле системы капель, близкой к монодисперсной.

При изучении взаимного влияния капель в плоскости φ - R брались насадки с различным количеством сопел разной длины и диаметра (см. рис. 3.25). Диспергирующее устройство образует капли по окружности, обеспечивая необходимый расход дисперсной фазы. Но изучение всей совокупности капель вызывает трудности, связанные с тем, что невозможно охватить всю площадь исследуемого объекта. Более целесообразно для сокращения и упрощения эксперимента взять лишь небольшой сектор. При изучении движения капель в этом секторе последние находятся в неодинаковых условиях: капли, образующиеся из крайних сопел, испытывают влияние только с одной стороны и находятся в иных условиях по сравнению с каплями, образующимися из центральных сопел. Поэтому были поставлены специальные эксперименты с целью определения минимального количества сопел для изучения взаимного влияния в окружном направлении. Изменяя начальный радиус R_o и другие параметры, удалось установить, что даже при минимальном R_o двух сопел с каждой стороны от кон-

трольного сопла достаточно, чтобы учесть влияние и остальных сопел. На рис. 3.25, где контрольное сопло обозначено № 1, сделанный вывод подтверждается при исходном числе сопел, равным девяти. На этом же рисунке видно, что с ростом R_o взаимное влияние капель друг на друга в окружном направлении исчезает. Согласно рис. 3.26 при осаждении капель, полученных по методике, описанной выше, при расстоянии между каплями $\ell_{\varphi_o} = 0{,}045$ и начальном радиусе R_o = 0,046 м влияние прекращается на радиусе около 0,1 м.

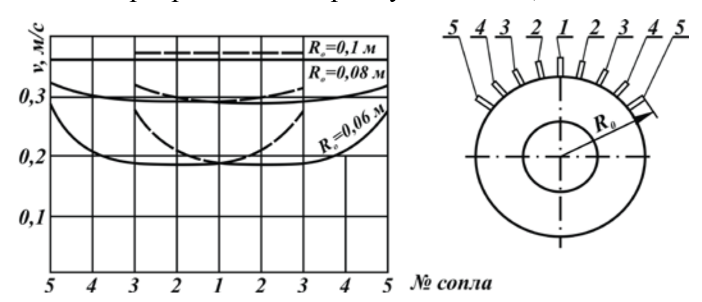


Рис. 3.25. Зависимость относительной скорости капли от расположения сопел

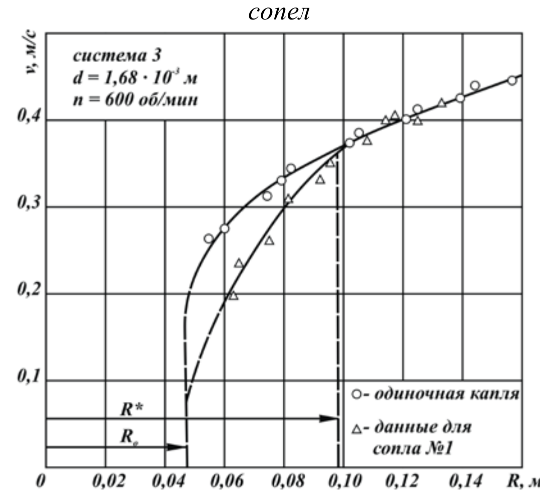


Рис. 3.26. Взаимное влияние капель в окружном направлении

Рассчитанное значение R* при $R^* = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\ell_{\varphi_o}}\right)\frac{R_o}{\alpha}$ и α = 5% составляет 0,1 м, что хорошо совпадает с экспериментальным значением.

Определяющим параметром для оценки влияния в окружном направлении является отношение ℓ_φ / d. При пересчете на ℓ_φ / d было обнаружено, что влияние в направлении оси φ не ощущается при ℓ_φ / d >10 (рис. 3.27).

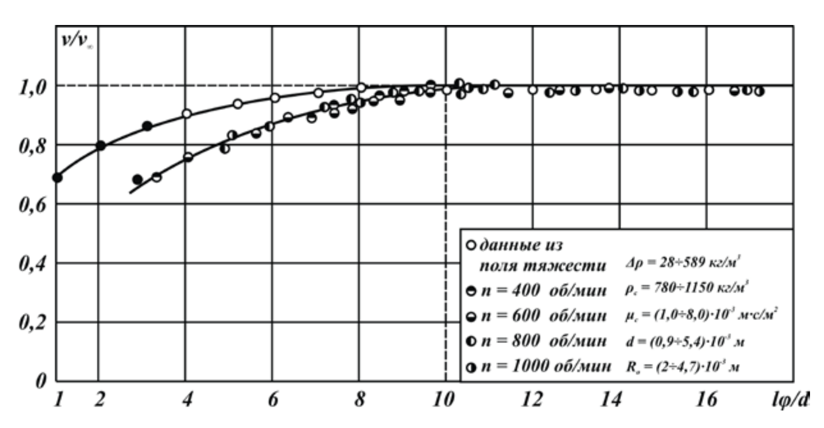


Рис 3.27. Взаимные влияния капель в направлении оси φ.

В реальных аппаратах частицы находятся в ограниченном пространстве, то есть, ℓ_φ ограничено элементами насадки. В качестве первого приближения влияние соседних частиц заменим влиянием стенки, и тогда при ℓ_φ / d > 10 оно практически не ощущается, где ℓ_φ - расстояние до стенки. В эксперименте, где капли двигались вдоль внутренней стороны стенки, выявилось, что скорость капли увеличивается с ростом ℓ_φ и при достижении $\ell_\varphi / d \cong 10$ она становится рав-

ной скорости одиночной частицы, то есть, влияние стенки больше не сказывается (см. рис. 3.28-3.29).

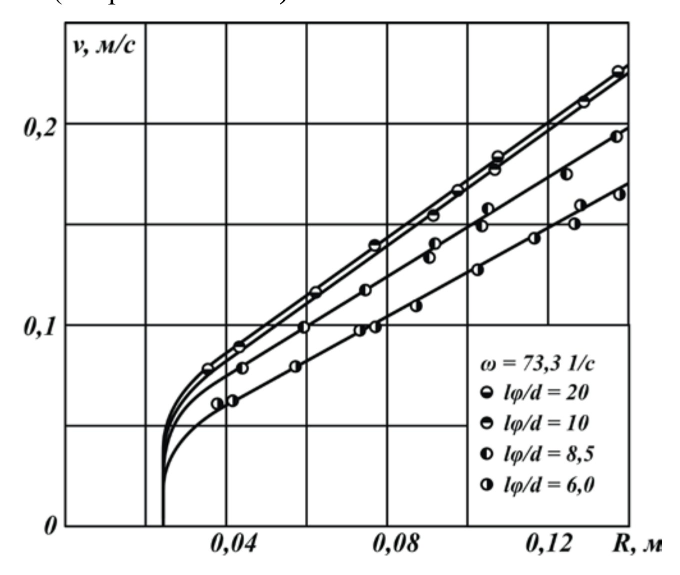


Рис. 3.28. Влияние отношения lφ/d на движение капли

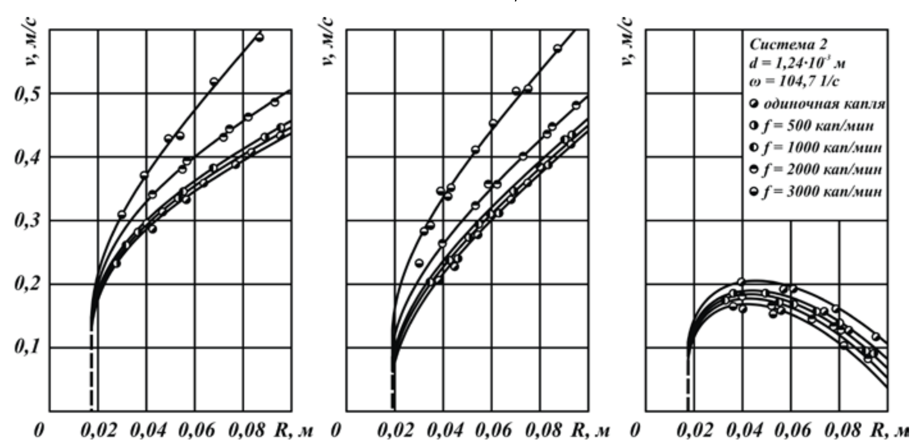


Рис. 3.29. Изменение относительной скорости капель и их радиальной и окружной компоненты по радиусу вращения с изменением частоты образования: а – относительная скорость капель; б – радиальная скорость капель; в – окружная скорость капель

Сопоставление данных, полученных в центробежном поле, и данных по полю тяжести (рис. 3.27) подтверждают тот факт, что, когда определяющий параметр $\ell / d > 10$, влиянием соседних капель и стенок можно пренебречь. В случае, когда $\ell_\varphi / d \le 10$ скорость осаждения капель в центробежном поле можно рассчитать по зависимости

$$\upsilon = \upsilon_\infty \left[1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\ell_\varphi} \right)^2 \frac{R}{R_o} \right], \tag{3.79}$$

где $\ell_\varphi = R^* \cdot \varphi$ - расстояние между каплями, когда влияние в направлении оси φ исчезает, а φ - угол между соплами. При подстановке ℓ_φ в уравнение (3.79) видно, что увеличение радиуса r_o или φ приводит к сближению R^* и R_o, и в этом случае взаимным влиянием в окружном направлении можно пренебречь.

По результатам обработки экспериментальных данных (рис. 3.28-3.31) запишем:

- для ламинарного следа ($Re < Re_г$)

$$\upsilon_ц = \frac{1}{2} \left\{ \upsilon_\infty + \left[\upsilon_\infty^2 + 0{,}9 \omega^2 R f_к d^3 \frac{(\rho_к - \rho_с)}{\mu_с} \right]^{1/2} \right\}; \tag{3.80}$$

- для турбулентного следа ($Re > Re_г$)

$$\left(\frac{\upsilon_ц}{\upsilon_\infty} \right)^{5/3} - \left(\frac{\upsilon_ц}{\upsilon_\infty} \right)^{2/3} = 1{,}4 \left[\frac{\omega^2 R}{f_к \upsilon_\infty} \frac{(\rho_к - \rho_с)}{\rho_с} \right]^{1/3} \frac{d f_к}{\upsilon_\infty}. \tag{3.81}$$

Сравнение расчетных значений скорости движения цепочки капель с экспериментальными при разных режимах осаждения позволяет заключить, что расхождение не превышает ±10%.

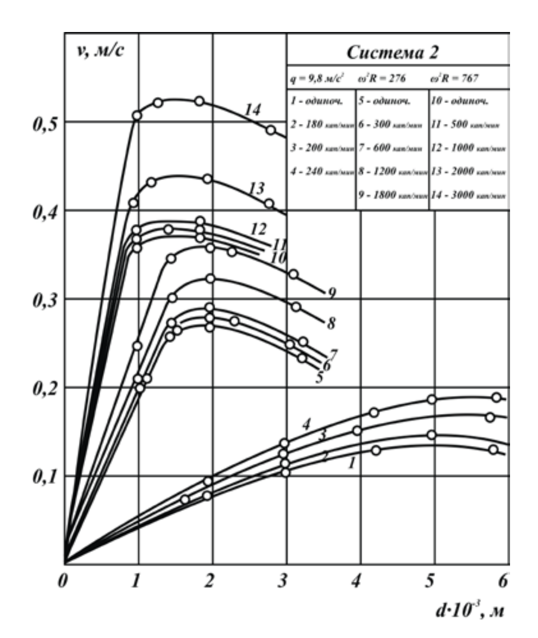


Рис. 3.30 Зависимость относительной скорости цепочки капель от их размера

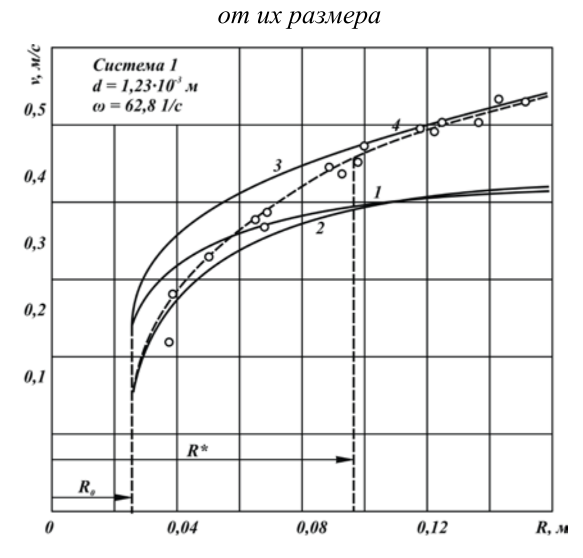


Рис. 3.31 Изменение относительных скоростей движения коллектива капель по радиусу

На рис. 3.30 приведены кривые, позволяющие сравнить зависимости скорости капли от ее размера в поле тяжести (кривые 1-4) и в центробежном поле (кривые 5-14) при изменении частоты образования $f_к$. Кривые 1-4, построенные по данным работы Рахавендры и Рао [181], представляют значения стационарных скоростей капель различных размеров и частот их образования. Кривые 5-9 получены при n = 600 об/мин и R = 0,07 м, а кривые 10-14 - при n = 1000 об/мин и r = 0,07 м и по своему смыслу аналогичны кривым 1-4.

На всех кривых наблюдается точка максимума, соответствующая переходному диаметру, что связано со сменой режима осаждения, характеризующегося граничным значением числа Рейнольдса ($Re_г$). При движении капель в режиме $Re < Re_г$ относительная скорость капель прямо пропорциональна их диаметрам, как и при движении в невращающейся среде. С увеличением угловой скорости вращения среды скорость капель, как видно из рисунка, возрастает.

При движении капель в режиме $Re > Re_г$ с увеличением диаметра капель их относительная скорость уменьшается, тогда как в поле тяжести с увеличением размера капель скорость их растет. Характер расположения кривых позволяет сделать заключение, что кривые 5-14 необходимо разбить на два участка, которые будут рассчитываться каждый согласно своей зависимости, а также подтверждает вывод, что граничное значение числа Рейнольдса $Re_г$ является определяющим параметром при выборе режима осаждения.

Вследствие того что инерционные члены относительного движения незначительны по сравнению с остальными членами уравнений движения капель [94, 317] и, следовательно, равновесие между сила-

ми гидродинамического сопротивления и центробежной и кориолисовой силами устанавливается практически мгновенно, можно ожидать, что полученные расчетные уравнения (3.80) и (3.81) будут справедливы и для случаев, когда дисперсной является легкая фаза.

В уравнениях (3.80) и (3.81) фигурирует частота образования капель, которую можно определить только по результатам эксперимента (рис. 3.29) в реальных аппаратах, поэтому целесообразнее будет связать ее с расходом дисперсной фазы, который является известной величиной:

$$Q_d = \frac{\pi d^3}{6} N_к n_c , \qquad (3.82)$$

где $N_к$ - общее количество капель, находящихся в аппарате; n_c - количество сопел. $N_к = f_к n_к$, где $f_к$ – количество капель, находящихся в радиальном направлении: $n_к$ – число капель, находящихся в поперечном сечении аппарата или насадки S. Тогда

$$N_к = f_к \frac{S}{\pi d^2 / 4} = 4 f_к \frac{S}{\pi d^2} . \qquad (3.83)$$

При подстановке (3.83) в (3.82) получим

$$Q_d = \frac{2}{3} f_к \cdot S \cdot n_c d . \qquad (3.84)$$

Откуда

$$f_к = \frac{3}{2} \frac{Q_d}{S \cdot d \cdot n_c} . \qquad (3.85)$$

Подставляя выражение (3.85) в (3.80) и (3.81), получим:

- для $Re < Re_г$

$$\upsilon_ц = \frac{1}{2}\left\{\upsilon_\infty + \left[\upsilon_\infty^2 + 1{,}35\omega^2 RQ_д d^2 \frac{(\rho_к - \rho_с)}{\mu_с n_с S}\right]^{1/2}\right\}; \qquad (3.86)$$

- для Re > $Re_г$

$$\left(\frac{\upsilon_ц}{\upsilon_\infty}\right)^{5/3} - \left(\frac{\upsilon_ц}{\upsilon_\infty}\right)^{2/3} = 1{,}83\left[\frac{\omega^2 RSdn_c}{Q_d \upsilon_\infty}\frac{(\rho_к - \rho_c)}{\rho_c}\right]^{1/3}\frac{Q_d}{S\cdot\upsilon_\infty\cdot n_c}. \qquad (3.87)$$

С помощью уравнений (3.86) и (3.87) можно рассчитать скорость дисперсной фазы в центробежном аппарате с учетом режима осаждения, расхода, частоты вращения среды, физико-химических свойств, конструкции диспергирующего устройства, обеспечивающего определенный размер капель. Следует отметить, что в начальный момент «свободного полета» (рис. 3.30 и рис. 3.31) взаимодействие капель по направлениям проявляется в том, что в окружном направлении влияние соседних капель оказывается сильнее, чем в радиальном. По мере движения капель по радиусу окружное влияние ослабевает и на радиусе R* остается только влияние цепочки капель. Кривая 4, пересекая линию I, будет приближаться к кривой 3, как если бы двигалась одна цепочка. Точка пересечения кривых 4 и I свидетельствует о том, что на этом радиусе окружное влияние и радиальное уравновесились. Радиусу R* соответствуют условия, при которых $\ell/d \cong 10$. В этом случае расчет осаждения следует вести по участкам: до R* - по зависимости (3.79), а после R* - по (3.81).

Таким образом, в результате аналитического и экспериментального исследования движения капель в центробежном поле было обнаружено, что в отличие от скорости одиночной капли скорость коллектива капель может быть меньше, равна и даже больше этой скорости.

Глава 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОДНО- И ДВУХФАЗНЫХ ВНУТРИРОТОРНЫХ РАДИАЛЬНЫХ ПОТОКОВ

4.1. Теоретический анализ гидродинамического состояния двухфазного потока при противоточном движении жидкостей через отверстия в момент инверсии фаз

Визуальные наблюдения двухфазного противоточного течения жидкостей в поле центробежных сил через отверстия и щели, образуемые плоскими и коническими насадками, показали, что при расходах жидкостей вплоть до предельно допустимых тяжелая фаза (дисперсная) сосредотачивается на внутренней поверхности перфорированного цилиндра в виде тонкой пленки, а в случае круговых щелей – в виде отдельных капель [2, 6, 7, 184]. При превышении предельных скоростей перед отверстиями образуется слой тяжелой жидкости, который непрерывно возрастает пропорционально объему, превышающему предельный расход. При этом легкая жидкость проходит к центру через образовавшийся слой тяжелой жидкости в дисперсном состоянии (рис. 4.1). Понижение расхода тяжелой жидкости до значения, при котором наблюдается момент возникновения слоя перед отверстиями, приводило к прекращению роста слоя и к стабилизации его толщины.

Известно, что в условиях противотока существует вполне определенный предел нагрузок по легкой и тяжелой фазам. Этот предел известен как «захлебывание» и характеризуется моментом инверсии фаз. Наиболее полное исследование инверсии фаз в аппаратах гравитаци-

онного типа приведено в работах В.В.Кафарова [62], [185]-[188]. Для выявления зависимостей скоростей потоков фаз в точке инверсии в последних работах был использован принцип отношения разности между количеством перенесенной энергии и массы в двухфазном и однофазном потоках к количеству перенесенной энергии и массы в однофазном потоке при одной и той же линейной скорости сплошной фазы.

Гидродинамическое состояние двухфазного потока при противоточном движении через отверстия в поле центробежных сил в момент инверсии фаз можно описать аналогичным образом, используя при этом потерю напора по радиусу аппарата, вызванную лишь трением жидкостей при их движении. В этом случае по аналогии с [187] гидродинамическое состояние в аппарате будет определяться фактором гидродинамического состояния двухфазного потока:

$$f' = \frac{\Delta P_{д-с} - \Delta P_с}{\Delta P_с},$$

где $\Delta P_{д\text{-}с}$ и $\Delta P_с$ – потеря напора, вызванная трением жидкостей соответственно при двухфазном и однофазном потоке. Скорости же потоков в момент инверсии фаз будут функцией параметров, определяющих этот фактор.

Для вывода функциональной зависимости скорости легкой (сплошной) фазы в момент инверсии фаз воспользуемся более общим случаем, когда имеет место противоточное течение жидкостей через круговые щели, образованные коническими насадками (рис. 4.1).

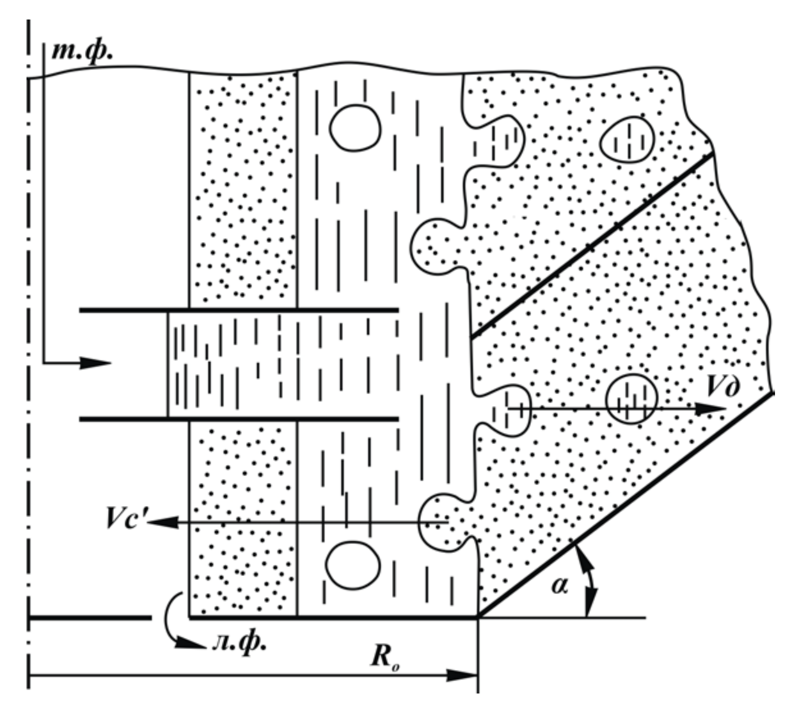


Рис. 4.1. Схема потоков при инверсии фаз

Сопротивление, возникающее при движении однофазного потока в радиальном направлении во вращающемся роторе, может быть выражено через $\Delta P_{тр}$. Используя уравнение классической гидродинамики, можно для однофазного сплошного потока в аппарате записать

$$\left(\frac{\Delta P_{тр}}{\Delta R}\right)_c = \psi_c \frac{V_c^2 \rho_c}{2d_{э.с}},$$

где $\left(\frac{\Delta P_{тр}}{\Delta R}\right)_c$ - перепад давления, соответствующий сопротивлению на единицу длины радиуса насадки; V_c^* - линейная скорость

сплошного потока при движении через насадку; ρ_c – плотность жидкости сплошного потока; $d_{э.с}$ - эквивалентный диаметр сечения, занятого сплошным потоком; ψ_c – коэффициент сопротивления при движении сплошного однофазного потока.

Если обозначить через φ долю сечения насадки, занятую дисперсной фазой, то доля сечения насадки, занятая сплошной фазой, составит (1 - φ). Тогда скорость движения сплошной фазы, выраженную через ее объемный расход, можно представить в виде

$$V_c = \frac{Q_c}{(1-\varphi)\cdot S'}, \tag{4.1}$$

где Q_c - расход сплошной фазы; S′ - площадь сечения межтарелочного пространства. Соответственно скорость дисперсной фазы запишется

$$V_g = \frac{Q_g}{\varphi S'}, \tag{4.2}$$

где $Q_д$ – расход дисперсной фазы.

При двухфазном противоточном движении жидкостей в аппарате перепад давления на единицу длины радиуса будет определяться не только сопротивлением, возникающим при движении сплошной фазы, но также и тем напором, который нужно дополнительно сообщить сплошному потоку, чтобы компенсировать трение дисперсной фазы. Таким образом, для двухфазного потока можно написать

$$\left(\frac{\Delta P_{тр}}{\Delta R}\right)_{с-д} = \psi_с \frac{\rho_с V_с^2}{2d_{э.с}} + \psi_д \frac{\rho_д V_д^2}{2d_{эд}}. \tag{4.3}$$

Здесь

$$d_{э.с} = \frac{4(1-\varphi)}{a}; \qquad (4.4)$$

$$d_{э.с} = \frac{4\varphi}{a}; \qquad (4.5)$$

где а - удельная поверхность взаимодействия потоков.

Отношение перепада давления в двухфазном потоке к перепаду давления, вызванному движением однофазного сплошного потока через сечение (1 -φ)S′, дает следующее выражение:

$$\frac{\left(\frac{\Delta P_{тр}}{\Delta R}\right)_{с-д}}{\left(\frac{\Delta P_{тр}}{\Delta R}\right)_{с}} = 1 + \frac{\psi_{д}}{\psi_{с}}\left(\frac{V_{д}}{V_{с}}\right)^{2}\left(\frac{\rho_{д}}{\rho с}\right)\left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right). \qquad (4.6)$$

Для рассматриваемых условий двухфазного потока коэффициент сопротивления при движении дисперсной фазы $\psi_{д}$ можно представить в общем виде

$$\psi_{д} = A'\left(\frac{d^{2}\omega^{2}R\rho_{с}}{\sigma_{пф}}\right)^{a}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{с}}\right)^{в}, \qquad (4.7)$$

установленном нами при изучении движения капель в среде другой вращающейся жидкости.

Для легкой фазы, движущейся сплошным потоком в межтарелочном пространстве, гидродинамический режим характеризуется критерием вида

$$\frac{V_{с}h\rho_{с}}{\mu_{с}}\frac{h}{R}\cos\alpha .$$

Тогда коэффициент сопротивления ψ_c для сплошного потока можно записать как

$$\psi_c = \frac{C'}{\mathrm{Re}^c \left(\frac{h}{R}\right)^d (\cos\alpha)^e}, \qquad (4.8)$$

где h – расстояние между тарелками; α - угол наклона образующих тарелок; C' - константа. Подставляя в уравнение (4.6) значения ψ_c и $\psi_д$ из (4.8) и (4.7), а также значения V_c и $V_д$ из (4.1) и (4.2), с учетом (4.4) и (4.5) получим

$$\frac{(\Delta P_{тр})_{c-д} - (\Delta P_{тр})_c}{(\Delta P_{тр})_c} = A'\left(\frac{d^2\omega^2 R\rho_c}{\sigma}\right)^a \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^в \mathrm{Re}^c \left(\frac{h}{R}\right)^d (\cos\alpha)^e \left(\frac{Q_д}{Q_c}\right)^f \left(\frac{\rho_c}{\rho_д}\right)^g \left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right)^h. \qquad (4.9)$$

В последнем уравнении отношение $\left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right)$ характеризует площадь поперечного сечения щели, занятую сплошной жидкостью, по отношению к площади поперечного сечения, занятой дисперсной жидкостью. Учитывая, что в момент инверсии фаз в центробежном аппарате обе жидкости проходят через сечение на радиусе R_o (рис. 4.1) в дисперсном состоянии, это отношение можно выразить через объемные расходы дисперсной и сплошной фаз. Как показали наши исследования, при истечении жидкостей из отверстий контактных цилиндров центробежных экстракторов размер образующихся капель для одной и той же пары жидкостей одинаков как при диспергировании тяжелой фазы, так и при диспергировании легкой фазы. Помимо этого, величина центробежной силы инерции, действующей на каплю тяжелой жидкости, и архимедова сила вытеснения, действующая на каплю такого

же размера легкой жидкости, на рассматриваемом радиусе R_o будут численно равны.

Учитывая только что рассмотренный факт, а также то, что скорости движения капель будут отличаться лишь в силу различных плотностей сред, различие которых в жидкостной экстракции незначительно, можно допустить, что в момент захлебывания скорости капель сплошной фазы в среде обращенной дисперсной и дисперсной фазы в среде сплошной будут равны, то есть $|V'_с| = |V'_д|$. Из этого следует, что в момент инверсии фаз

$$\frac{1-\varphi}{\varphi} = \frac{Q_c}{Q_д}.$$

Тогда фактор гидродинамического состояния определяется как

$$f' = \frac{(\Delta P_{тр})_{с-д} - (\Delta P_{тр})_с}{(\Delta P_{тр})_с} = \varphi\left[We^a\ Re^c\left(\frac{h}{R}\right)^d(\cos\alpha)^e\left(\frac{Q_д}{Q_с}\right)^f\left(\frac{\rho_с}{\rho_д}\right)^g\right], \qquad (4.10)$$

где $$We = \frac{\Delta\rho\omega^2 R^3}{\sigma}.$$

В момент инверсии фаз линейная скорость легкой фазы как результат взаимодействия потоков должна определяться из соотношения тех же величин, которые определяют гидродинамическое состояние двухфазной системы. Вследствие этого можно записать

$$W'_с = \varphi_1\left[We^a\ Re^c\left(\frac{h}{R}\right)^d(\cos\alpha)^e\left(\frac{Q_д}{Q_с}\right)^f\left(\frac{\rho_с}{\rho_д}\right)^g\right]. \qquad (4.11)$$

Результирующую линейную скорость сплошного потока, отнесенную к полному проходному сечению при определяющем геометрическом

размере $d_э$ и при наличии движущей силы, создаваемой разностью между центробежной и архимедовой силами $\Delta\rho\omega^2 R$, целесообразно представить в безразмерной форме в виде аналога критерия Фруда:

$$\frac{Wc'^2\rho_с}{\Delta\rho\omega^2 Rd_э}.$$

Тогда по аналогии с зависимостью для линейной скорости в экстракционных колоннах в точке инверсии фаз уравнение (4.11) запишется в виде

$$\lg\left[Fr_ц We^a\, Re^c\left(\frac{h}{R}\right)^d(\cos\alpha)^e\right] = A' - B\left(\frac{Q_д}{Q_с}\right)^{1/4}\left(\frac{\rho_с}{\rho_д}\right)^{1/8}, \qquad (4.12)$$

где A′ и B – коэффициенты, определяемые экспериментально. Полученное выражение (4.12) использовалось для определения режима инверсии фаз экспериментальным путем для различных видов насадок [7, 46, 184, 359], данные по которым представлены при дальнейшем изложении материала исследований.

4.2. Производительность центробежных аппаратов при одно- и двухфазном истечении через круговые щели насадочных устройств

Уравнения (1.34) и (1.36) позволяют получить значения пропускной способности насадки только методом последовательного приближения, так как коэффициент расхода, в свою очередь, определяется взаимозависимыми величинами расхода слоя жидкости перед щелью истечения, которые зависят от тех же гидродинамических параметров,

что и коэффициент расхода. В связи с этим появилась необходимость проведения исследований по выявлению расчетной зависимости (удобной для технологических расчетов) производительности центробежного аппарата.

Известно, что лимитирующими элементами по производительности для имеющихся аппаратов являются центральные элементы, в данном случае это относится к диспергируемому устройству или к первому от центра кольцевому элементу (или цилиндру). С целью получения расчетной зависимости рассмотрим случай однофазного истечения, то есть при наличии слоя жидкости перед щелью или отверстием истечения (рис. 4.2).

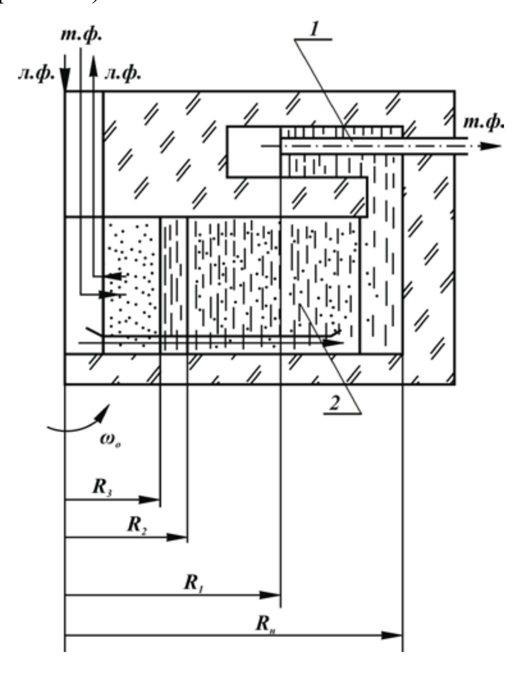


Рис. 4.2. Схема движения потоков в центробежном экстракторе:
1 - напорная трубка; 2 - насадочная зона ротора

Считаем, что по аналогии с работой [189] в общем случае гидродинамическое давление слоя ΔR расходуется на преодоление следующих сил: сил сжатия и расширения струи (ΔP_1), сил взаимодействия струй и среды в зоне контакта (ΔP_2), сил межфазного натяжения (ΔP_3), сил, направленных на взаимодействие потока среды (противоточное или спутное движение) ΔP_4, а также на преодоление сил Кориолиса (ΔP_5). Таким образом,

$$\Delta P_ц = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_4 + \Delta P_5. \qquad (4.13)$$

Ввиду невозможности опытного определения каждого компонента в отдельности, примем, что данные факторы (за исключением ΔP_4) учитываются общим фиктивным коэффициентом сопротивления потоку λ_o при противоточном движении двух контактирующих жидкостей. Отсюда следует, что

$$\Delta P_{сопр} = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_5 = \lambda_o \rho_{см} \frac{(W_c + V_д)^2}{2}, \qquad (4.14)$$

где $\Delta P_{сопр}$ – величина гидродинамического напора, необходимая для преодоления сил сопротивления истечению тяжелой жидкости при отсутствии противотока легкой фазы; $W_c = \frac{Q_c}{f_o'}$ - скорость движения легкой фазы; $V_д = \frac{Q_д}{f_o}$ - действительная скорость истечения тяжелой фазы при наличии противотока легкой фазы; f_o и f_o' - площадь проходного сечения соответственно тяжелой и легкой фаз в насадке.

С учетом выражения (4.13) зависимость (4.14) можно записать в виде

$$\Delta P_ц = \Delta P_{сопр} + \Delta P_4 \qquad (4.15)$$

Подставляя в уравнение (4.15) их значения для центробежного поля, получим

$$0{,}5\rho_д \omega_о^2\left(R_2 - R_3^2\right) = 0{,}5\rho_д \lambda_о \left(W_с + V_д\right)^2 + 0{,}5\omega_о^2 \rho_с \left(R_2 - R_3^2\right). \qquad (4.16)$$

Откуда, подставляя вместо $V_д$ и $W_с$ их значения и решая уравнение (4.16) относительно $Q_д$, получим

$$Q_д^2 = C \cdot \omega_о^2 \frac{\Delta\rho}{\rho_д} \cdot f_о^2\left(R_2^2 - R_3^2\right)\left(1 + K_Q\right)^2, \qquad (4.17)$$

где $K_Q = \dfrac{Q_с}{Q_д}$ - коэффициент соотношения фаз; $C = Q/\lambda_о$ – коэффициент пропорциональности. Соответственно для суммарного расхода фаз ($Q_\Sigma = Q_с + Q_д$)

$$Q_\Sigma^2 = C \cdot \omega_о^2 \frac{\Delta\rho}{\rho_д} \cdot f_о^2\left(R_2^2 - R_3^2\right). \qquad (4.18)$$

Величину $\left(R_2^2 - R_3^2\right)$ можно представить следующим образом:

$$\left(R_2^2 - R_3^2\right) = 2R^2\Delta R\left(1 - \frac{\Delta R}{2R_2}\right) \approx 2R_2 \cdot \Delta R_1, \qquad (4.19)$$

так как для исследуемого диапазона варьируемых параметров она не превышает погрешности опытных данных. Тогда выражение (4.18) можно упростить и записать в виде

$$Q_\Sigma^2 = C \cdot \omega_о^2 \frac{\Delta\rho}{\rho_д} \cdot f_о^2 \cdot R \cdot \Delta R \cdot \qquad (4.20)$$

Для удобства расчетов производительности аппарата зависимость (4.20) представим в безразмерном виде

$$\left(\frac{Q_\Sigma}{\omega_o f_o R}\right)^2 = C_1\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_д}\right)\left(\frac{\Delta R}{R}\right). \qquad (4.21)$$

Графическая обработка опытных данных в полулогарифмических координатах (рис. 4.3) показала, что зависимость (4.21) выражается в виде параллельных прямых и определяется в виде

$$\lg\left(\frac{Q_\Sigma}{\omega_o f_o R}\right) - \lg N = C_2\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_д}\right)\left(\frac{\Delta R}{R}\right). \qquad (4.22)$$

Величина N оказалась переменной и является, в свою очередь, функцией расхода дисперсной фазы (рис. 4.4), угловой скорости вращения ротора, площади проходного сечения дисперсной фазы и разности плотностей фаз:

$$N = f\left(\omega_o;\, f_o;\, \frac{\Delta\rho}{\rho_д}\right). \qquad (4.23)$$

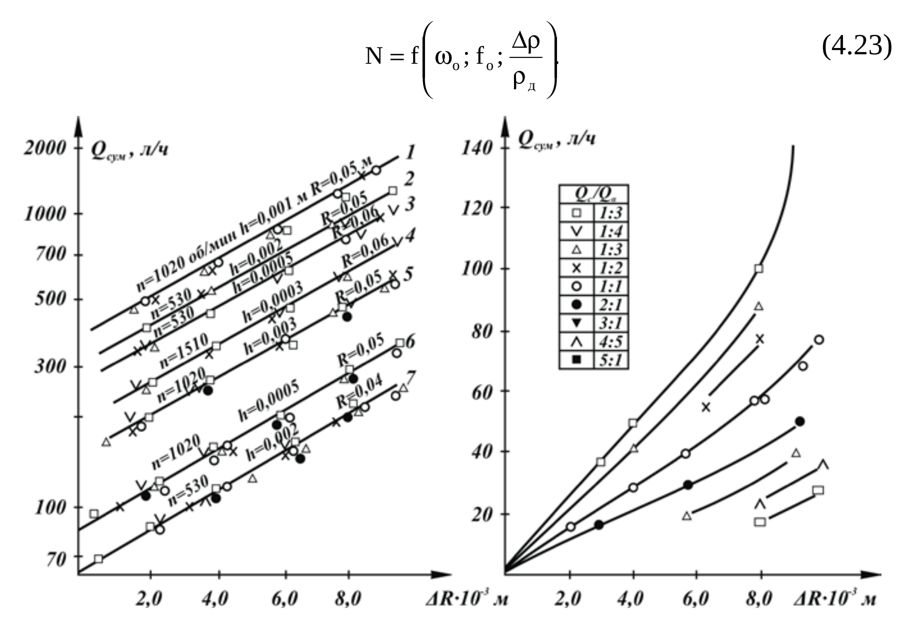


Рис. 4.3. Влияние суммарной нагрузки на величину слоя ΔR: 1- наклоненные назад лопатки; 2 и 3 – прямые радиальные лопатки; 4- 7 – наклоненные вперед лопатки

Рис. 4.4. Влияние расхода дисперсной фазы на слой ΔR при R= 0,05 м, h = 0,005 м, n = 1020 об/мин

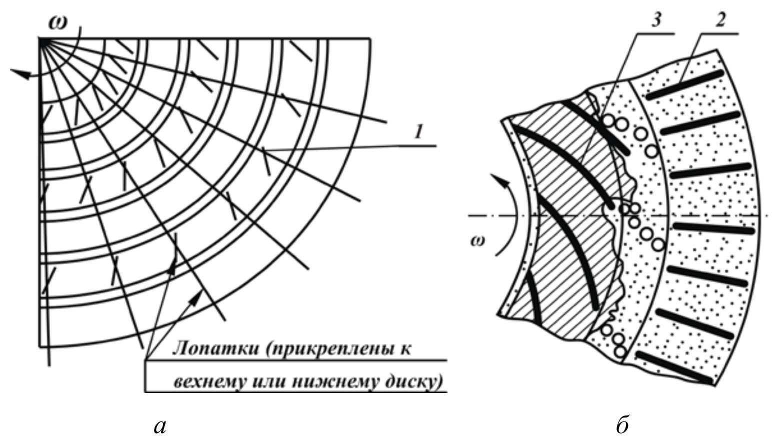


Рис. 4.5 Схема расположения радиальных перегородок в насадочной зоне ротора: а – схема аппарата; б – схема распределения потоков: 1 – лопатки, наклоненные по ходу вращения ротора; 2 – радиально направленные лопатки; 3 – лопатки, наклоненные против вращения ротора

В соответствии с вышеизложенным была предложена формула для расчета максимальной суммарной нагрузки Q_Σ^o, обеспечивающей двухфазное истечение через насадочные устройства (рис. 4.5):

$$Q_\Sigma^o = N = C_3 (f_o)^{0,6} \left(\omega_o \frac{\Delta\rho}{\rho_д} \right)^{0,93}, \qquad (4.24)$$

где $C_3 = 0{,}21 \cdot 10^{-3}$ – для насадки без перегородок; $C_3 = 0{,}696 \cdot 10^{-3}$ – для насадки с радиальными лопатками; $C_3 = 0{,}965 \cdot 10^{-3}$ – для насадки с наклоненными назад лопатками. При подстановке значения N в уравнение (4.22) выявлено, что опытные данные удовлетворительно группируются около прямой, определяемой зависимостью

$$\lg Q_\Sigma - \lg Q_\Sigma^o = 3{,}02 \left(\frac{\Delta R}{R} \right) \qquad (4.25)$$

или

$$\lg Q_{\Sigma} = \lg\left[C_3\left(f_o\right)^{0,6}\left(\frac{\omega_o \Delta\rho}{\rho_д}\right)^{0,93}\right] + 3{,}02\left(\frac{\Delta R}{R}\right), \qquad (4.26)$$

которая рассчитывает суммарную нагрузку, обеспечивающую однофазное истечение в насадочных элементах с рекомендуемым подпорным слоем дисперсной фазы в пределах 2-5 мм.

Глава 5. МАССООТДАЧА В КАПЛЯХ, ДВИЖУЩИХСЯ В СРЕДЕ ДРУГОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

5.1. Методы описания массопередачи в экстракционных аппаратах

Проблема описания явлений переноса в реальных аппаратах существует с давних пор и в каждом конкретном случае решается по-своему. К основным методам, используемым для описания массопередачи в аппарате, можно отнести следующие: теоретическое определение потока массы через поверхность раздела фаз в тех простейших случаях взаимодействия потоков, когда возможно аналитическое решение уравнений молекулярной и конвективной диффузии; экспериментальное определение массообменных характеристик, выражающих прямо или косвенно интенсивность процесса переноса – высоты эквивалентной теоретической тарелки, высоты единицы переноса, объемного или поверхностного коэффициента массопередачи; применение моделей гидродинамической структуры потока, приближенно и упрощенно представляющих поля скоростей и, следовательно, поля концентраций, и составление на этой основе балансовых соотношений переноса массы [192, 193- 201].

Метод аналитического решения уравнений молекулярной и конвективной диффузии совместно с уравнением движения используется в самых простейших случаях взаимодействия несмешиваемых сред. Даже с использованием определенного рода допущений для облегчения решения он позволяет с высокой точностью определять интенсивность массопереноса через фиксированные поверхности контакта. Это

относится к процессам переноса через поверхность раздела между несмешиваемыми потоками фаз в аппаратах и через поверхность одиночных капель. Возможность решения уравнений молекулярной диффузии имеется почти всегда для ламинарных течений. При турбулентных течениях задача решается с использованием теории пограничного слоя [31], что также дает хорошее совпадение с экспериментом.

Так как поверхность контакта фаз в реальных аппаратах трудно определима, а описание движения потоков в сечении аппарата довольно сложно, то для расчета аппаратов используется несколько методов, позволяющих получать информацию об интенсивности массообменного процесса в аппарате в целом по принципу «черного ящика». Отличие их друг от друга заключается лишь в способе выражения интенсивности массопереноса. Эти методы хорошо освещены в ряде монографий [12, 72, 140, 185]. Кратко изложим их суть.

1. Движущая сила процесса выражается через число теоретических ступеней контакта, или через число теоретических тарелок, а кинетика процесса – КПД или высотой, эквивалентной теоретической ступени контакта.

Под теоретической тарелкой понимают такой контакт между двумя неравновесными фазами, в результате которого между ними достигается состояние равновесия, соответствующее максимуму изменения концентрации в фазах при заданных начальных (входных) концентрациях [193]. То есть теоретическая тарелка является некоторым эталоном, с которым сравнивается реальный аппарат. При расчете числа теоретических тарелок в аппарате используется термин и величина

высоты, эквивалентная теоретической тарелке (ВЭТТ). ВЭТТ = H/n, где H – высота аппарата, n – число теоретических тарелок.

Для анализа кинетики насадочных колонн чаще всего применяется термин высоты, эквивалентной теоретической ступени (ВЭТС) и представляющей собой высоту слоя насадки, на котором происходит такое же разделение, как и на одной теоретической тарелке [194]. ВЭТТ и ВЭТС определяются из опыта и изменяются в зависимости от ряда факторов, определяющих условия протекания процесса: от свойств системы, расходов фаз и концентрации, геометрии исследуемого аппарата и т.д.

Действительное число тарелок, которое необходимо установить в аппарате, определяется с помощью КПД. При этом различают три вида КПД [185]: КПД аппарата, КПД ступени, точечный КПД.

КПД аппарата представляет собой отношение числа теоретических тарелок к числу реальных ступеней контакта в аппарате: $\eta = \frac{n}{n_д}$.

КПД ступени, или КПД по Мерфри представляет собой отношение разности концентраций в потоке на входе и выходе ступени к разности входной и максимально достижимой концентрации, равновесной с концентрацией другой фазы, покидающей ступень:

$$\eta_т = \frac{X_к - X_н}{X^* - X_н}.$$

Точечный КПД представляет собой безразмерную концентрацию, изменяющуюся по высоте ступени аппарата от 0 до $\eta_т$ или по высоте аппарата от 0 до η:

$$\eta_о = \frac{X - X_н}{X^* - X_н}.$$

КПД ступени и точечный КПД – понятия чисто условные. Более точно их можно определить как степень извлечения ψ или степень экстрагирования.

Остаток неизвлеченного (неэкстрагированного) вещества определяется аналогично:

$$\varphi = 1 - \psi = \frac{X^* - X}{X^* - X_н}.$$

Для многоступенчатого противоточного процесса известна зависимость, связывающая степень извлечения (экстрагирования) с числом теоретических ступеней контакта [195]:

$$\psi = \frac{\gamma^{*n+1} - \varepsilon^*}{\gamma^{*n+1} - 1} \text{ и } \varphi = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon^{n-1} - 1},$$

где ε - коэффициент экстракции, равный $\frac{mQ_E}{Q_R}$. Здесь Q_E и Q_R – расходы экстрагента и рафината, m – коэффициент распределения веществ (m = const). Отсюда становится ясно, какое влияние на массообменный процесс оказывают такие факторы, как соотношение фаз, коэффициент распределения и число ступеней.

2. В связи с трудностью определения межфазной поверхности в реальных аппаратах при наличии двухфазных потоков кинетика процесса часто выражается через объемный коэффициент массопередачи K_{Vx}, отнесенный к поверхности контакта, заключенной в единице объема аппарата. Уравнение массопередачи записывается в виде

$$dM = K_{Vy}a(y - y^*) \cdot S'dH = K_{Vx}a(X^* - X)S'dH\ , \qquad (5.1)$$

где dM – количество переданного вещества; $K_{Vx}\cdot a$, $K_{Vy}\cdot a$ – объемные коэффициенты массопередачи, выраженные через движущуюся силу в той или иной фазе.

При постоянных G_x, G_y, $K_{Vx}\cdot a$, $K_{Vy}\cdot a$ можно интегрированием уравнения (5.1) определить высоту зоны контакта:

$$H = \frac{M}{K_{Vx}aS}\int\frac{dx}{X^* - X};\ \ H = \frac{M}{K_{Vy}aS}\int\frac{dy}{y - y^*}. \qquad (5.2)$$

При линейной равновесной зависимости

$$H = \frac{M}{K_{Vx}aS}\frac{X_н - X_к}{\overline{\Delta X}};\ H = \frac{M}{K_{Vy}aS}\frac{У_н - У_к}{\overline{\Delta У}}, \qquad (5.3)$$

где $\overline{\Delta X}$ и $\overline{\Delta У}$ - средняя движущая сила по каждой фазе.

3. Другим распространенным способом расчета аппаратов с непрерывным процессом массообмена служит расчет через высоту единицы переноса (ВЕП), которая характеризует кинетику процесса. В уравнениях (5.2) и (5.3) правая часть состоит из двух комплексов. Вторые множители $\int\frac{dx}{X^* - X}$ и $\int\frac{dy}{y - y^*}$ в (5.2) или $\frac{X_н - X_к}{\overline{\Delta X}}$ и $\frac{У_н - У_к}{\overline{\Delta У}}$ в (5.3) являются величиной безразмерной, определяемой как результат совместного решения уравнений равновесия и рабочей линии процесса, задаваемой концентрациями на концах аппарата, и могут быть рассчитаны предварительно. Они носят название числа еди-

ниц переноса (ЧЕП). Первые комплексы $\frac{M}{K_{Vx}aS}$ и $\frac{M}{K_{Vy}aS}$ имеют размерность высоты и называются высотой единицы переноса. Обозначаются соответственно как $ВЕП_x$ и $ВЕП_y$. Таким образом, $H = ВЕП_x \cdot N_x = ВЕП_y \cdot N_y$. Чтобы от найденного числа единиц переноса перейти к высоте реального аппарата, необходимо знать высоту единицы переноса. К сожалению, эта величина также неточна, как и КПД для тарельчатых аппаратов. Она находится опытным путем и изменяется в широких пределах в зависимости от режимных параметров.

Основным недостатком приведенных методов расчета массообмена является то, что они базируются на схеме идеального противотока. В реальных же аппаратах встречное движение потоков характеризуется неравномерным профилем скорости по сечению аппарата, сопровождается продольным перемешиванием фаз и неодинаковым временем пребывания частиц обоих потоков в объеме аппарата. Отклонение от режима идеального противотока ведет к уменьшению движущей силы процесса и соответственно к понижению эффективности аппарата.

Кинетические коэффициенты процесса массообмена, базирующиеся на модели идеального противотока, характеризуют не истинные, а кажущиеся скорости протекания процесса и не могут быть приняты для моделирования и масштабирования реальных аппаратов или для оценки эффективности действующих, или для выбора и проектирования новых промышленных аппаратов. Степень отклонения реального профиля концентраций в аппарате от гипотетического может

быть весьма существенной и зависит от ряда факторов, к числу которых относятся конструктивные особенности аппарата, физико-химические свойства взаимодействующих фаз, их рабочие скорости и др. Надежными являются лишь те кинетические параметры и зависимости, которые установлены теоретическим или экспериментальным путем с учетом явлений продольного перемешивания, то есть реальной структуры взаимодействующих потоков.

Для количественной оценки эффекта продольного перемешивания в аппаратах предложен ряд методов, базирующихся на различных физических моделях гидродинамической структуры потоков [196-198].

Существует набор типовых моделей, позволяющих упрощенно описать структуру потоков в большинстве аппаратов химической технологии [196]. Образ структуры позволяет, не решая задачу гидродинамики, выбрать наиболее приемлемые уравнения для описания процесса массообмена. Системы уравнений, составляющие математическое описание – модель процесса массопередачи, записываются главным образом в виде соотношений, определяющих изменение концентрации вещества в потоке. Факторы, влияющие на характер изменения концентрации, находятся в зависимости от внутренней структуры потоков в аппарате, которая и определяет основные параметры модели процесса: направление и скорость потоков в аппарате, удерживающую способность, скорость массообмена и т.п.

5.2. Массопередача в центробежных экстракторах

Исследованию массопередачи в центробежных экстракторах посвящен ряд научных работ [4, 46, 353]. Большинство из них проводилось на непрозрачных моделях и сводилось в зависимости от режимных параметров и конструкции аппарата к определению ряда массообменных характеристик: высоты единицы переноса, высоты эквивалентной теоретической тарелки, числа теоретических ступеней контакта, коэффициента полезного действия, степени извлечения, фактора эффективности и т.п. Подобный подход позволил фирме «Подбильняк» создать ряд принципиально новых конструкций центробежных аппаратов [199]. Число теоретических ступеней, достигаемых в одном аппарате указанного типа, в зависимости от условий процесса составляет 3-10 [200]. При исследовании массообменной центрифуги фирмы «Лаваль» [201] было установлено, что в одном аппарате может быть получено до 20 теоретических ступеней контакта.

Имеются аналогичные работы отечественных авторов [202, 203], касающиеся только сравнительной оценки эффективности экстракторов с различными типами насадок по производительности, достигаемому числу теоретических ступеней, объему эквивалентной теоретической ступени и фактору эффективности. В ходе исследований были выявлены наиболее удачные конструкции контактных устройств для центробежных аппаратов. Однако перечень выбранных для сравнения насадок был узок и непредставителен, а выбор «оптимального» режима работы для каждой конструкции был довольно условным. Поэтому нельзя полностью полагаться на выводы этих работ.

Ряд работ [203-209] посвящен исследованию массопередачи при перемешивании в центробежном поле. Авторы работ [204, 205] отмечают, что процесс массопередачи при перемешивании в центробежном поле идет на порядок интенсивнее, чем при перемешивании в гравитационном поле. В [206] отмечается влияние разности скоростей мешалки и ротора Δn на степень извлечения в аппарате, причем в одинаковой степени как при опережении, так и при отставании ротора от мешалки. Подобное явление отмечается и в работе [207] при исследовании массопереноса через цилиндрическую поверхность раздела в контактном зазоре двух коаксиальных роторов, то есть в модернизированном роторно-пленочном экстракторе, где получены частные зависимости общего коэффициента массопередачи от $\Delta n/n$ для различных конструкций внутреннего ротора.

Исследование камерного экстрактора типа ЭЦД [208] с использованием метода математического планирования эксперимента (для экстракции антибиотиков) показало, что расходные характеристики (ΣQ_i, Q_1/Q_2) мало влияют на изменение интенсивности процесса массопередачи в аппарате. Основное влияние на интенсивность переноса оказывает разность частот вращения Δn. Однако отмечается наличие определенного предела интенсивности массопередачи при перемешивании в работе [209]. При исследовании экстракции пенициллина в аппарате «Робатель» наблюдался пропорциональный рост объемного коэффициента массопередачи K_{Vx} при $n = 1200$-1700 об/мин, а при $n = 2500$-3000 об/мин K_{Vx} практически не менялся.

Использование экстрактора Э-400-ТОР с перфорированными цилиндрами при экстракции антибиотиков [210] показывает, что начиная с определенной частоты вращения ротора она несущественно влияет на степень извлечения. Так, при увеличении числа оборотов ротора от 2000 до 4000 об/мин степень экстракции при различных расходных соотношениях возрастала на 3-5%. Некоторые исследователи [211] связывают это с чрезмерным дроблением капель, приводящим к затуханию в них турбулентных пульсаций. Однако, скорее всего, причина прекращения роста интенсивности процесса кроется в структуре потоков в аппарате и тесно связанной с ней движущей силе массообменного процесса, которая имеет предел.

Не ставя под сомнение утверждение авторов работы [204] о том, что время установления равновесия в центробежном экстракторе с мешалкой на один-два порядка меньше, чем в гравитационном поле, следует отметить, что время контакта фаз в аппарате (или же суммарная производительность) играет не последнюю роль при экстракции в центробежных аппаратах. Зависимость эффективности экстракции от времени пребывания жидкостей в аппарате отмечена при использовании экстрактора «Робатель» [209]. Так, для получения удовлетворительной степени извлечения ψ = 97,7% в исследуемом процессе требовалась длительность контакта порядка 80 с. Поэтому экстрактор был эффективен только при малых расходах фаз.

Таким образом, большинство работ по исследованию массопередачи в центробежных экстракторах посвящено качественной оценке протекающего процесса и получению характеристик, косвенно отражающих его эффективность. Оценка интенсивности массообменного

процесса в аппарате, выражаемая через коэффициент массопередачи, используется редко ввиду сложности определения поверхности контакта фаз в центробежных аппаратах.

5.3. Вывод функциональной зависимости по определению массопередачи в каплях в среде другой вращающейся жидкости

При наличии свободных поверхностей, возникающих в движущихся двухфазных потоках, в частности жидкость-жидкость (экстракция), необходимо предположить существование как молекулярной, так и турбулентной диффузии во всем потоке вплоть до границ раздела фаз [212]. Коэффициент массопередачи при этом характеризует совместный молекулярный и турбулентный перенос вещества, а критерий Нуссельта выражает отношение количества вещества, переданного молекулярным и турбулентным переносом, к количеству вещества, переданным чисто молекулярным переносом:

$$Nu = \frac{K\ell}{D} \approx \left(\frac{D + E_q}{\ell}\right)\frac{\ell}{D} \approx \frac{D + E_q}{D},$$

где К – коэффициент массопередачи; D – коэффициент молекулярной диффузии; E_q – коэффициент турбулентной диффузии; ℓ - характерный линейный размер. Преобладание одного вида диффузии над другим в массе потока определяется гидродинамической обстановкой процесса, что дает возможность объяснить степень интенсификации процесса ростом турбулентной компоненты переноса.

Более высокие экспериментальные значения критериев Нуссельта для капель, движущихся в поле центробежных сил, в сравнении с каплями, движущимися в поле тяжести (при равенстве физико-химических характеристик систем и эквивалентных диаметров капель), свидетельствует о снижении роли молекулярной диффузии в процессе массопереноса в центробежном поле. Однако, как будет показано позже, при движении капель в сплошной фазе внутри вращающегося ротора (условие эксперимента) режим развитой свободной турбулентности [2,35], при которой можно пренебречь молекулярной диффузией, не достигается.

Предполагая, таким образом, что проявляется конвективный и молекулярный перенос вещества, опишем процесс массопередачи в капле (из капель) посредством критериев подобия.

Массообмен в поле массовых сил (центробежных и гравитационных) описывается системой дифференциальных уравнений: уравнениями движения, сплошности, конвективной диффузии и массопередачи. Массовые силы входят только в уравнения движения [213], поэтому они отражаются на распределении скоростей в системе, которое, в свою очередь, влияет на массопередачу. Поскольку движение жидкости в движущейся капле и вне ее в поле действия массовых (центробежных) сил имеет сложный характер, вывод уравнений выполним сначала для равновесного состояния, а затем для состояния движения.

Пусть капля одинаковой со сплошной фазой плотностью находится на радиусе ротора R и вращается совместно со сплошной фазой с угловой скоростью ротора ω. При этом движение жидкости относительно ротора отсутствует. Для написания уравнения состояния рав-

новесия воспользуемся сферическими координатами (r, φ, θ) с началом, помещенным в центре тяжести капли (рис. 5.1).

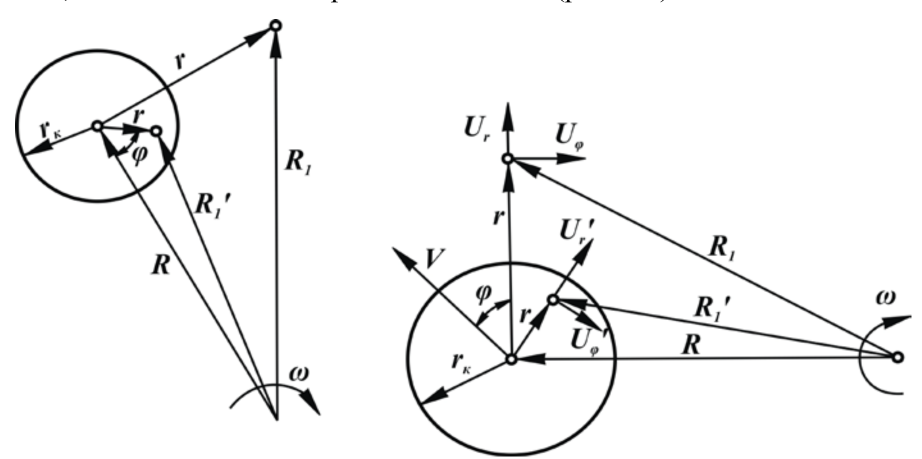


Рис. 5.1. Сферические координаты, с началом, помещенным в центре тяжести капли.

Рис. 5.2. Схема движения капли в сферических координатах

Учитывая, что в нашем случае центробежные силы инерции намного превышают силу тяжести, последней можно пренебречь. Тогда уравнения равновесного состояния жидкости вне капли будут иметь вид

$$\pm\rho\omega^2 R_1 \cos\beta - \frac{\partial P}{\partial r} = 0; \tag{5.4}$$

$$\pm\rho\omega^2 R_1 \cos\gamma - \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 0; \tag{5.5}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0, \tag{5.6}$$

где ρ - плотность жидкости; β - угол между вектором центробежной силы и координатой r; γ - угол между вектором центробежной си-

лы и координатой φ. А состояние равновесия внутри капли опишется уравнениями

$$\pm\rho\omega^2 R_1' \cos\beta - \frac{\partial P'}{\partial r} = 0\,; \tag{5.7}$$

$$\pm\rho\omega^2 R_1' \cos\gamma - \frac{1}{r}\frac{\partial P'}{\partial \varphi} = 0\,; \tag{5.8}$$

$$\frac{\partial P'}{\partial \theta} = 0\,. \tag{5.9}$$

При этом на границе раздела капля-среда будет соблюдаться условие равенства нормальных напряжений, которое с учетом поверхностного натяжения [214] запишется при $r = r_к$ в виде

$$P = P' + \frac{2\sigma}{r_к}\,. \tag{5.10}$$

Как и в предыдущем случае, используем сферическую систему координат с началом, помещенным в центре массы движущейся капли [215] (рис. 5.2). На каплю при ее движении во вращающейся жидкости действуют внешние силы: центробежная сила инерции $\Delta\rho\upsilon\omega^2 R$, сила инерции Кориолиса $2\rho_д\upsilon\omega V$, поперечная сила Тейлора $k\rho_д\upsilon\omega V$ (в этих значениях υ - объем капли). Эти силы в уравнения движения вводить не будем, а заменим их эффективным давлением $\Pi = M r_r \cos\varphi$, являющимся дополнительным к давлению во внешней жидкости. В этом случае $\overrightarrow{M} = \overrightarrow{\Delta\rho\omega^2 R} = \overrightarrow{(2-k)\rho_д\omega V}$. Тогда движение жидкости вне капли и условия сплошности опишутся уравнениями

$$\rho_c\left(\frac{\partial U_r}{\partial t}+U_r\frac{\partial U_r}{\partial r}+\frac{U_\varphi}{r}\frac{\partial U_r}{\partial \varphi}+\frac{U_\theta}{r\sin\theta}\frac{\partial U_r}{\partial \theta}-\frac{U_\varphi^2+U_\theta^2}{}\right)=\pm\rho_c\omega^2R_1\cos\beta-\frac{\partial P}{\partial r}+\mu_c\cdot \tag{5.10}$$

$$\cdot\left(\begin{array}{l}\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_r}{\partial \varphi^2}+\frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial U_r}{\partial r}+\frac{ctg\varphi}{r^2}\frac{\partial U_r}{\partial \varphi}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi}-\frac{2}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}-\\ -\frac{2U_r}{r^2}-\frac{2ctg\varphi}{r}=0\end{array}\right)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{d\varphi}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}+\frac{2U_r}{r}+\frac{U_\varphi ctg\varphi}{r}=0. \tag{5.11}$$

Если принять, что компоненты скорости внутри капли $U'_r, U'_\varphi, U'_\theta$, вязкость жидкости $\mu_д$, плотность $\rho_д$, а давление P', то движение жидкости внутри движущейся капли опишется уравнениями, тождественными уравнениям (5.10) и (5.11).

Для формулировки граничных условий примем, что капля как целое неподвижна, а внешняя жидкость находится в движении в сторону, противоположную направлению фактического движения капли, со скоростью V. Предположим, что поля течения являются невязкими. Поскольку рассматриваются только большие числа Рейнольдса, то приближение невязкого течения справедливо [216]. Будем считать, что движение капли обладает симметрией относительно $\vec{V}$. В этом случае граничные условия на поверхности капли запишутся следующим образом [51]:

$$U_r=U'_r=0; \tag{5.12}$$

$$U_\varphi=U'_\varphi=\frac{3}{2}V\sin\varphi; \tag{5.13}$$

$$-P+Mr_k\cos\varphi=-P'+\frac{2\sigma}{r_к}. \tag{5.14}$$

При этом к давлению во внешней жидкости (5.14) мы прибавили эффективное давление П, заменяющее внешние силы.

Преобразование уравнения движения и уравнения сплошности к виду функции от критериев подобия приводит к зависимости

$$f\left(Ho, Eu, \mathrm{Re}, Fr'_ц\right) = 0, \quad (5.15)$$

где $\mathrm{Ho} = \frac{\mathrm{Vt}}{\mathrm{d}}$; $\mathrm{Eu} = \frac{\mathrm{P}}{\rho \mathrm{V}^2}$; $\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Vd}}{\nu}$; $\mathrm{Fr}'_ц = \frac{\omega^2 \mathrm{Rd}}{\mathrm{V}^2}$; d – диаметр капли. Преобразование же уравнения (5.14)* дает зависимость

$$f\left(Eu, We, \frac{\Delta\rho}{\rho_Д}\right) = 0, \quad (5.16)$$

где $\mathrm{We} = \frac{\rho_д \mathrm{V}^2 \mathrm{d}}{\sigma}$. Таким образом, движение жидкости внутри капли и вне ее в общем случае описывается функциональной зависимостью

$$f\left(Ho, Eu, \mathrm{Re}, Fr'_ц, \frac{\Delta\rho}{\rho_Д}\right) = 0. \quad (5.17)$$

Так как нами рассматривается установившееся движение капель в роторе (условия образования и начальное движение капель одинаковые), то для этого случая критерий гомохронности Но из уравнения (5.17) исключается. Критерий Эйлера Eu, учитывающий влияние сил давления, может быть записан как

$$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta \mathrm{P}}{\rho \mathrm{V}^2},$$

---

* Другие уравнения граничных условий не имеют критериев подобия.

где ΔP – разность давлений в каких-либо двух точках. Изменение давления, то есть ΔP, при движении жидкостей во вращающемся роторе обусловлено: а) превращением потенциальной энергии движущейся жидкости в кинетическую ΔP_v; б) трением $\Delta P_{тр}$; в) изменением давления $\Delta P_ц$, вызванного действием центробежного поля.

Известно, что первую часть перепада давления ΔP_v можно не учитывать при подобных полях давлений и скоростей, а вторая часть $\Delta P_{тр}$ является функцией критерия Рейнольдса [218]. Влияние же сил гидростатического перепада давления по радиусу за счет действия центробежных сил $\Delta P_ц = \frac{1}{2}\rho\omega^2\left(R_2^2 - R_1^2\right)$ учитывается в нашем случае критерием Фруда.

Влияние сил межфазного натяжения выразим, как это принято в большинстве случаев в поле гравитационных сил [217], через относительную величину $\frac{\sigma}{\sigma_{пс} + \sigma_{пд}}$. В этом комплексе $\sigma_{пс}$ и $\sigma_{пд}$ – поверхностное натяжение соответственно среды и капли на границе с воздухом. С учетом отмеченного, а также принимая, что $\frac{\Delta\rho}{\rho_д} \sim \frac{\Delta\rho}{\rho_с}$, движение жидкости внутри капли и вне ее для рассматриваемого случая опишется функциональной зависимостью

$$f\left(\mathrm{Re},\, \mathrm{Fr}'_ц,\, \frac{\Delta\rho}{\rho_с},\, \frac{\sigma}{\sigma_{пс} + \sigma_{пд}}\right) = 0. \qquad (5.18)$$

Как уже указывалось, процесс массообмена может быть описан системой дифференциальных уравнений: движения, сплошности, конвективной диффузии, массопередачи. При этом влияние массовых сил сказывается лишь на характере движения. Преобразование дифференциального уравнения конвективной диффузии при установившемся режиме, а также уравнения массопередачи приводят к функциональной зависимости критериев в виде

$$f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Nu}\right) = 0\,. \tag{5.19}$$

где $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{D}$; $\mathrm{Nu} = \dfrac{Kd}{D}$; D – коэффициент диффузии; К – коэффициент массопередачи; d – диаметр капли.

С учетом уравнения (5.18) процесс массопередачи в каплях (из капель), движущихся в равномерно вращающейся жидкости, опишется зависимостью

$$\mathrm{Nu} = A' \mathrm{Re}^{a}\, \mathrm{Pr}^{в}\, \mathrm{Fr}_{ц}'^{\,c} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{с}}\right)^{d} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{пс} +_{пд}}\right)^{e}. \tag{5.20}$$

5.4. Экспериментальное определение параметров, обусловливающих массопередачу в каплях

В зависимости от величины коэффициента распределения ($К_р$ << 1 или $К_р$ >> 1) массопередача лимитируется диффузионным сопротивлением одной из фаз [223]. На основании этого были выбраны системы с сопротивлением в дисперсной ($К_р$ << 1) и в сплошной ($К_р$ >> 1)

фазах. Используемые для исследования реактивы были марки «Ч» или «ЧДА», а водной фазой служил дистиллят. Во избежание взаимного растворения сплошная и дисперсная фазы перед опытом взаимно насыщалась при отсутствии распределяемого компонента.

Для расчета коэффициента массопередачи в каплю принимаем выражение

$$К = -\frac{\upsilon}{Ft}\ln\left(1 - B_1\right), \tag{5.21}$$

где $B_1 = \dfrac{У_{R_{КОН}} - У_{R_{Н}}}{У_{Р} - У_{R_{Н}}}$ - степень насыщения. Следует заметить, что в случае сферических капель уравнение (5.21) переходит в формулу Гедеса [219].

Как уже указывалось ранее, при исследовании массопередачи из капель, движущихся в другой жидкости под действием гравитационных сил, не представляется возможным провести раздельный анализ влияния размера капли и ее скорости движения на коэффициент массопередачи. Однако это оказывается возможным при исследовании массопередачи из капель, движущихся в жидкости под действием центробежных сил.

Путем смены числа оборотов ротора и внутреннего диаметра каплеобразующих сопел было осуществлено изменение коэффициента массопередачи от скорости движения капель и их размера раздельно в достаточно широких пределах (табл. 5.1). На рис. 5.3 и 5.4 представлены экспериментальные зависимости коэффициента массопередачи от диаметра капель при одинаковой скорости их движения и от скорости

капель с равными эквивалентными диаметрами. Зависимости имеют вид степенных функций и соответствуют уравнениям

$$К_д = a_1 d^{0,72}; \qquad (5.22)$$

$$К_д = a_2 V^{2,1}. \qquad (5.23)$$

Скорость движения капли, как видно из уравнений (5.22) и (5.33) и рис. 5.3 и 5.4, является превалирующим фактором, обеспечивающим интенсивный массоперенос в капли за счет увеличения конвективной составляющей диффузии. Существующая зависимость коэффициента массопередачи от диаметра капли объясняется, видимо, степенью ее деформации.

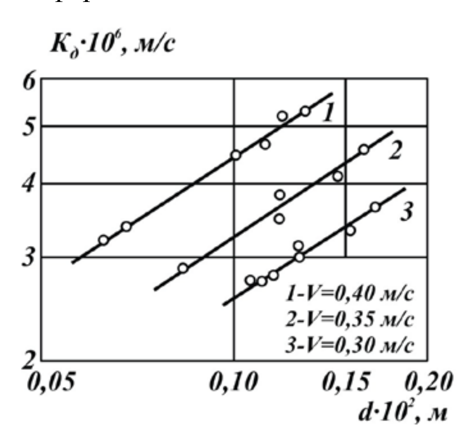


Рис. 5.3. Зависимость коэффициента массоотдачи от размера капель

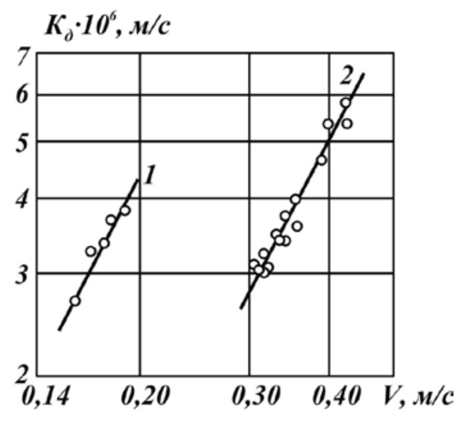


Рис. 5.4. Зависимость коэффициента массоотдачи от размера капли Системы: 1 - №5; 2 - №1

Таблица 5.1

Физико-химические характеристики исследованных систем

№ п/п	Система	$K_р$	$\rho_с$, кг/м^3	$\rho_Д$, кг/м^3	$\mu_с \cdot 10^3$, Н·с/м^2	$\mu_д \cdot 10^3$, Н·с/м^2	$\sigma_{пс} \cdot 10^3$, Н/м	$\sigma_{по} \cdot 10^3$, Н/м	$\sigma_{мф} \cdot 10^3$, Н/м	$D \cdot 10^9$, м^2/с
1	Вода – уксусная кислота – CCl_4	0,0575	1028	1594	1,095	0,962	48,04	25,68	18,43	1,31
2	Вода – монохлоруксусная кислота - CCl_4	0,00375	1020	1594	1,206	0,962	48,67	25,68	26,78	1,89
3	Вода – трихлоруксусная кислота - CCl_4	0,00345	1020	1594	1,102	0,962	48,67	25,68	22,25	1,96
4	Н.Бутиловый спирт - вода	-	845	998	3,300	0,998	24,23	68,75	2,20	1,00
5	Диизопропиловый эфир – бензойная кислота - вода	0,0345	730	998	0,349	0,998	19,09	68,75	17,07	1,02
6	Этилацетат - вода	-	901	998	0,374	0,998	24,03	68,75	7,73	1,05
7	Диизопропиловый эфир – фенол - вода	0,0364	794	998	0,438	0,998	22,11	68,75	10,36	0,96
8	Бензол – уксусная кислота - вода	0,086	882	998	0,634	0,998	28,07	68,75	30,00	1,92
9	Толуол – уксусная кислота – вода	0,097	870	998	0,578	0,998	28,07	68,75	31,43	2,44
10	Диизопропиловый эфир – уксусная кислота - вода	0,200	730	998	0,348	0,998	18,93	68,75	16,99	2,45
11	Вода – пропионовая кислота - CCl_4	0,440	1000	1594	1,148	0,962	48,33	25,68	20,24	0,944

При изучении массопередачи в одиночных каплях в поле тяжести [220] было выявлено наличие двух режимов массообмена: для средних (сферических) и для крупных (колеблющихся) капель. При переходе от сферических капель к колеблющимся наблюдался резкий рост коэффициента массопередачи. Очевидно, большие скорости движения капель в поле действия центробежных сил, влекущие за собой деформацию даже мелких капель, позволяют отнести их по интенсивности массообмена к режиму «крупных» (в сравнении с полем тяжести). Это

дает возможность получать в центробежных аппаратах высокие коэффициенты массопередачи в сочетании с развитой поверхностью контакта.

Поскольку вопрос о стационарности процесса массопередачи в жидкостной экстракции является до сих пор дискуссионным, представляется интересным проверить, стационарен ли процесс массопередачи в условиях движения капель в поле центробежных сил. Так как $K_д \sim V^{2,1}$, а $V \sim R^{0,18}$, если процесс массопередачи протекает стационарно и концевые эффекты одинаковы для всех исследованных радиусов ротора, изменению коэффициента массопередачи для капли, движущейся по радиусу ротора, должно соответствовать значение $K_д \sim R^{0,38}$. Выразим это соответствие через степень насыщения. Для этого запишем уравнение (5.21) в форме

$$K(R) = \frac{\upsilon}{Ft} \ln\left(\frac{1}{1 - B_1}\right).$$

Если d и ω постоянны, а $\frac{\upsilon}{F} = a_1$, последнее уравнение можно записать:

$$\ln\left(\frac{1}{1 - B_1}\right) = a_1 \int_{R_н}^{R_{кон}} \frac{K(R)}{V(R)} dR = a'_2 \int_{R_н}^{R_{кон}} R^{0,2} dR = a'_2 R^{1,3} \Big|_{R_н}^{R_{кон}},$$

где a'_2 - параметр, обусловленный физико-химическими свойствами системы и размером капли. Таким образом, если процесс массопередачи протекает стационарно, то в логарифмических координатах $\ln\left(\frac{1}{1 - B_1}\right) - R$ опытные точки должны лечь на прямую с наклоном $tg\alpha$ = 1,2.

Для проверки этого предположения были проведены эксперименты с различными радиусами полета капель (R_1 = 0,06 м, R_2 = 0,08 м, R_3 = 0,11 м). Технически это осуществлялось путем приближения отборных воронок к центру ротора до соответствующих радиусов. Исследования проведены на системе вода - пропионовая кислота - CCl_4, которая обеспечивает наиболее стабильный режим процесса и более высокую степень точности химического анализа проб в сравнении с другими системами. Как видно из рис. 5.5, выполненного на основании экспериментальных данных, опытные точки ложатся на прямую с тангенсом угла наклона, равным 1,2. Таким образом, можно принять, что процесс массопередачи в каплях, движущихся в равномерно вращающейся жидкости, имеет стационарный характер, то есть коэффициент массопередачи зависит только от гидродинамических условий и не зависит от степени насыщения капли.

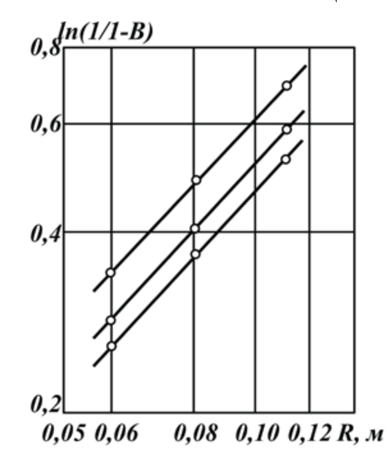


Рис. 5.5. Зависимость степени насыщения капель от радиуса вращения жидкости

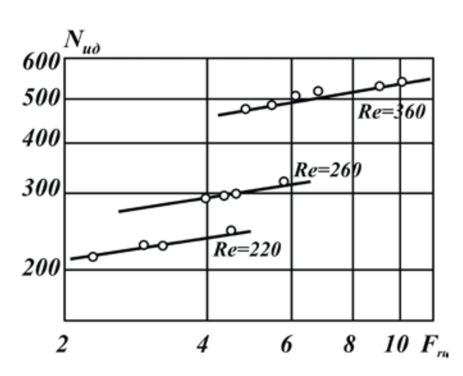


Рис. 5.6. Зависимость критерия Нуссельта от критерия Фруда при постоянном значении числа Re. Система: вода-уксусная кислота-четыреххлористый углерод

Обобщение экспериментальных данных по массопередаче при лимитирующем диффузионном сопротивлении в дисперсной фазе выполняется решением критериального уравнения (5.20), полученного ранее на основе теоретического анализа процесса диффузии в каплю, движущуюся в равномерно вращающейся жидкости. С целью раскрытия этой функциональной зависимости было проведено исследование массопередачи на семи системах при переменных значениях размеров капель и скорости их движения. Показатели степеней и постоянный коэффициент в уравнении (5.20) были найдены методом наименьших квадратов. Для того чтобы уравнение после решения точно определяло зависимость коэффициента массопередачи от скорости, размера капли и радиуса вращения, было раздельно определено влияние входящих в уравнение параметров.

При построении зависимости Nu от $Fr_ц$ при Re = const (рис. 5.6) и Nu от Re при $Fr_ц$ = const было установлено, что уравнение $Nu = a\,Re^{1,35}\,Fr_ц^{0,21}$, удовлетворительно описывает экспериментальные данные для каждой системы (рис. 5.7). Эпюры для четырех систем (системы 4-7 из табл. 5.1) с практически равными значениями критерия Прандтля (среднее значение = 1000) были найдены (решением на ЭВМ) показатели при физических комплексах $\frac{\Delta\rho}{\rho_с}$ и $\frac{\sigma}{\sigma_{пс}+\sigma_{пд}}$.

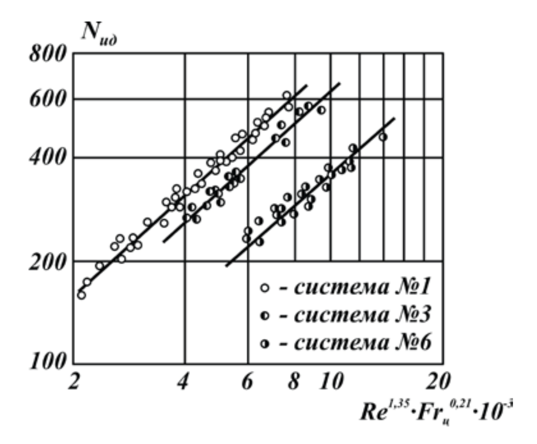


Рис. 5.7. Зависимость критерия Нуссельта от влияющих параметров

Окончательное уравнение, определяющее массопередачу в капле, движущейся в равномерно вращающейся жидкости при лимитирующем диффузионном сопротивлении в дисперсной фазе:

$$Nu_2 = 2{,}6\cdot 10^{-3}\,\mathrm{Re}^{1{,}35}\,Fr_{ц}^{0{,}21}\,\mathrm{Pr}^{0{,}7}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^{0{,}34}\left(\frac{\sigma}{\sigma_{nc}+\sigma_{nд}}\right)^{0{,}47} \tag{5.24}$$

удовлетворительно обобщает экспериментальные данные для исследованных систем (отклонение ±10%). Уравнение (5.24) при подстановке в него значения угловой скорости, взятого из уравнения движения капли (3.39), можно представить в виде

$$\mathrm{K_д} = 1{,}36\cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}^{2{,}1}\mathrm{d}^{0{,}72}\mathrm{D_д^{0{,}3}}\sigma^{0{,}1}\left(\sigma_{пс}+\sigma_{пд}\right)^{-0{,}47}\left(\frac{\mu *}{\rho *}\right)^{0{,}7}\rho_с^{1{,}03}\mu_с^{-0{,}65}, \tag{5.25}$$

где $\mu * = \dfrac{\mu_д}{\mu_с};\quad \rho * = \dfrac{\rho_д}{\rho_с}$.

Как следует из последнего уравнения, коэффициент массопередачи при диффузионном сопротивлении в дисперсной фазе определяется скоростью и размером капель, коэффициентом диффузии, межфазным натяжением, плотностью среды и уменьшается с ростом вязкости сплошной фазы.

Следует отметить, что не все системы описываются уравнением (5.24). Объясняется это малыми значениями критериев Рейнольдса для этих систем (Re = 30-50), не соответствующими сделанной предпосылке о невязких полях течения при выявлении связи между скоростью движения основного потока и скоростью движения жидкости на поверхности капли [уравнения (5.12) и (5.13)].

Исследование массопередачи из капель при лимитирующем диффузионном сопротивлении в сплошной фазе проводилось по методике проведения экспериментов и расчета опытных значений коэффициентов массопередачи так же, как и в случае сопротивления в дис персной фазе.

Проверка применимости существующих моделей массопередачи (теория Хигби [221] и теория Левича [51]) для случая сопротивления массопереносу в сплошной фазе позволила сделать вывод о их непригодности для расчета коэффициента массопередачи в каплях (из капель), движущихся в равномерно вращающейся жидкости. Формула Хигби, которая в критериальной форме имеет вид

$$Nu = 1{,}13Re^{0{,}5}Pr^{0{,}5} \qquad (5.26)$$

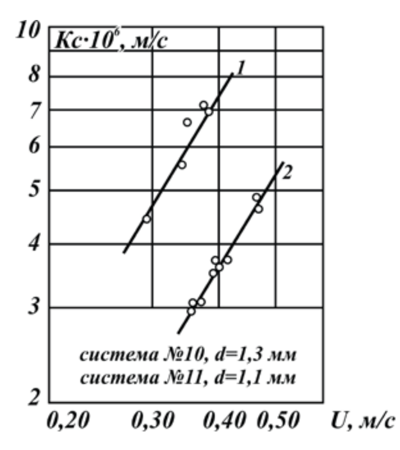
выражает скорость массопередачи для «полностью циркулирующих» жидких сфер, что в нашем случае недостижимо. Так, значения коэф-

фициентов массопередачи, рассчитанных по уравнению (5.26), выше экспериментальных.

Формула Левича $$\mathrm{Nu} = 0{,}62\,\mathrm{Re}^{0,5}\,\mathrm{Pr}^{0,5}\left(\frac{\mu_с}{\mu_с + \mu_д}\right)^{0,5},$$

которая получена автором теоретическим анализом для случая Re <1, наоборот, дает заниженные результаты в сравнении с экспериментом. Хотя эта формула и дает хорошее совпадение с экспериментальными результатами в поле тяжести при Re >> 1 (Re ≈ 120 [222]), однако применение ее ограничено областью сферических капель. Для несферических капель гидродинамические характеристики, а следовательно, и закономерности массообмена отличны. Так, исследованиями массопередачи в одиночных каплях в гравитационном поле экспериментально показано [220], что в области сферических капель $\mathrm{Nu} \sim \mathrm{Re}^{0,63}$, что близко к уравнению Левича, а в области «крупных» капель $\mathrm{Nu} \sim \mathrm{Re}^{2,0}$. Анализ экспериментальных данных по скорости массопередачи при лимитирующем диффузионном сопротивлении в сплошной фазе показал, что влияние скорости движения капли (рис. 5.8), ее размера (рис. 5.9) на коэффициент массопередачи, а также изменение его по радиусу ротора соответствует степенным функциям, полученным для случая лимитирующего сопротивления массопереносу в дисперсной фазе:

$$К_с = a_1 V^{2,1}; \quad К_с = a_2 d^{0,72}; \quad К_с = a_3 R^{0,38}. \qquad (5.27)$$



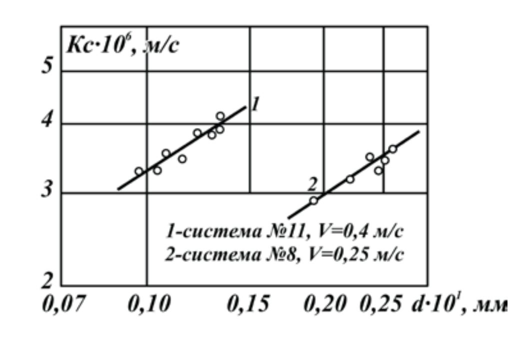


Рис. 5.8. Зависимость k=f(u)

Рис. 5.9. Зависимость k=f(d)

Одинаковое влияние диаметра капель, а также скорости их движения на коэффициент массопередачи при диффузионном сопротивлении как в дисперсной, так и в сплошной фазах указывает на идентичность гидродинамических характеристик процесса и дает возможность подтвердить сделанное при теоретическом анализе диффузионного процесса массопередачи предположение о том, что общим процесс массопереноса в обоих случаях определяется гидродинамическими условиями непосредственно у поверхности раздела фаз.

На основании вышеизложенного корреляция экспериментальных данных, полученных при исследовании систем с лимитирующим сопротивлением в сплошной фазе, была проведена по критериальному уравнению (5.24) с сохранением показателей при критериях и симплексах. Как видно из рис. 5.10, полученная зависимость удовлетворительно обобщает опытные данные для всех исследованных систем. Уравнение имеет вид

$$Nu_{c} = 1{,}48 \cdot 10^{3}\, Re^{1,35}\, Fr_{ц}^{0,21}\, Pr^{0,7} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{c}} \right)^{0,34} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{пс} + \sigma_{пд}} \right)^{0,47}. \quad (5.28)$$

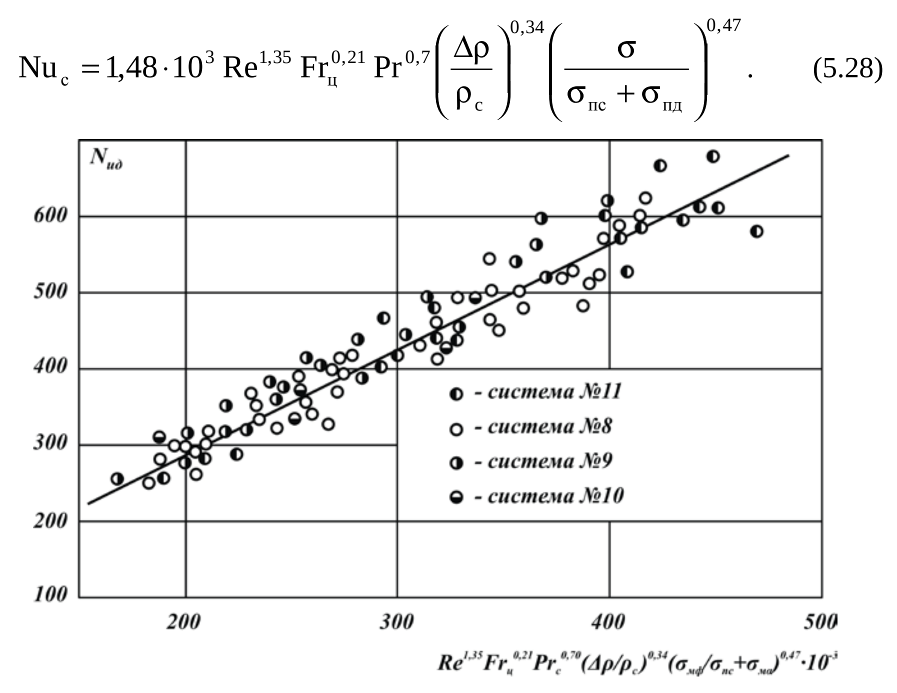


Рис. 5.10. Корреляционная зависимость коэффициента массоотдачи при лимитирующем диффузионном сопротивлении в сплошной фазе

5.5. Массоперенос в капях, движущихся по конусу в равномерно вращающейся жидкости (диффузионное сопротивление в дисперсной фазе)

Как уже указывалось ранее [2, 223], в некоторых экстракционных аппаратах центробежного типа движение капель дисперсной фазы происходит по поверхности насадки, в том числе по коническим поверхностям. В случае движения капель по вращающейся конической поверхности вследствие взаимодействия движущихся капель с по-

верхностью конуса деформация их отличается от деформации капель при свободном полете, то есть капли прижимаются к поверхности конуса. Последнее приводит к тому, что обтекание капель осуществляется несимметричным сплошным потоком при дополнительном сплющивании и перекатывании их по конической поверхности [317]. Указанные особенности поведения капель при их движении по конической поверхности, естественно, сказываются на закономерностях массопередачи, установленных выше для условий свободного полета капель. Данный факт диктует необходимость самостоятельного изучения скорости массопередачи при движении капель по конической поверхности вращающегося ротора.

Поскольку массопередача при диффузионном сопротивлении в дисперсной фазе определяется гидродинамикой жидкости внутри капли, то особенности массопередачи в рассматриваемом случае, как и при описании движения капель по конической поверхности, можно выразить через $(\cos\alpha)^a$. Тогда обобщение экспериментальных данных для систем с лимитирующим диффузионным сопротивлением в дисперсной фазе с учетом уравнения (5.24) можно выполнить по формуле

$$Nu_g = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Re}^{1,35}\,Fr_ц^{0,21}\,\mathrm{Pr}^{0,7}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^{0,34}\left(\frac{\sigma}{\sigma_{nc}+\sigma_{nд}}\right)^{0,47}(\cos\alpha)^a\ . \qquad (5.29)$$

Изучение скорости массопередачи в капле (или из капли), движущейся по конической поверхности в равномерно вращающейся жидкости, проведено на двух специальных конусообразных роторах с углом между образующей и основанием конуса $\alpha = 70°$ и $\alpha = 30°$ (рис. 5.11). Корпуса обоих роторов выполнены из органического стекла, что позволило вести наблюдение за режимом процесса и осуществлять

фотосъемку движущихся капель при стробоскопическом освещении (рис. 5.12). Рассматриваемые роторы содержат в себе основные конструктивные узлы цилиндрического ротора: диспергирующий узел со сменными соплами, пробоотборник, систему гидравлического затвора. Вдоль образующих конуса на равных радиусах вращения установлены две воронки для улавливания капель.

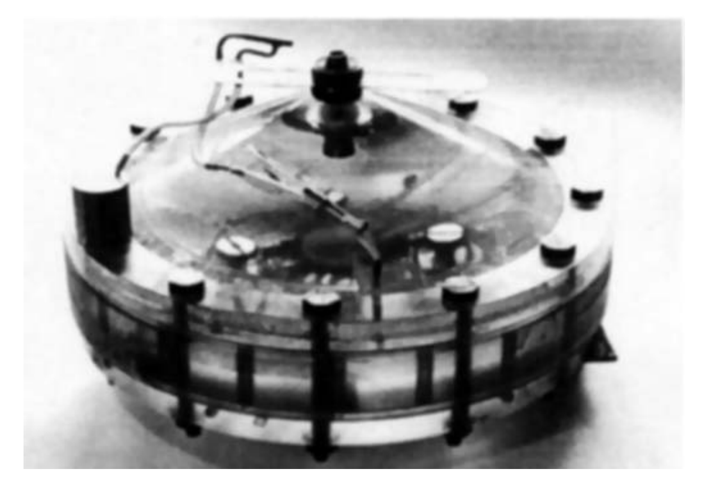


Рис. 5.11. Внешний вид конического ротора

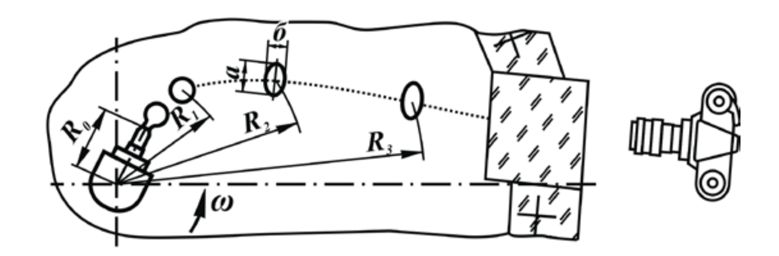


Рис. 5.12. Схема фотосъемки капель в торец

Методика проведения эксперимента на конических роторах аналогична описанной ранее: ротор заполнялся сплошной фазой, выво-

дился на требуемое число оборотов вращения, и затем в диспергирующий узел подавалась тяжелая фаза. Сопла устанавливались на таком расстоянии от поверхности конуса, чтобы капля после отрыва от сопла сразу же начинала движение по поверхности конуса. Замер концентраций по пути движения капли за счет соответствующего расположения воронок дал возможность исключить влияние «концевых эффектов». Основные геометрические параметры рабочих участков роторов приведены в табл. 5.2.

Исследования проведены на системах с лимитирующим диффузионным сопротивлением в дисперсной фазе: диизопропиловый эфир – бензойная кислота – вода (направление массопередачи как в капли, так и из них), вода - монохлоруксусная кислота – CCl_4 (массопередача в капли) диизопропиловый эфир – фенол – вода (массопередача из капель). Опыты проводились на соплах с различным внутренним диаметром и при различной скорости вращения ротора. Скорость движения капли рассчитывалась по уравнению (3.43), полученному при исследовании движения капель по конической поверхности вращающегося ротора. Объем капли определялся методом подсчета числа капель из известного объема дисперсной фазы. Приравниванием полученного объема объему шара вычислялся эквивалентный диаметр капли. Степень деформации капель, то есть соотношение осей, определялась путем фотографирования капель с последующим замером осей капли на экране.

Таблица 5.2

Геометрические параметры исследованных роторов

№ п/п	Угол между образующей и основанием конуса α, °	Начальный радиус отбора проб $R_н$, м	Конечный радиус отбора проб $R_{кон}$, м	Путь капли по образующей конуса, м
1	70	0,065	0,105	0120
2	30	0,050	0,100	0,060

При свободном движении капли во вращающейся жидкости она, как было показано, имеет форму шара или эллипсоида вращения. В случае движения капли по конической поверхности вращения ее форма будет иной, так как в результате действия центробежной силы капля прижимается частью своей поверхности к поверхности конуса.

Сравнение объема капли, рассчитанного по методу подсчета числа капель, образовавшихся из известного объема дисперсной фазы, с объемом эллипсоида вращения (рис. 5.13), рассчитанного по замеренным осям сфотографированной капли, показало, что в случае, когда угол между образующей и основанием конуса сравнительно мал (α = 30°),

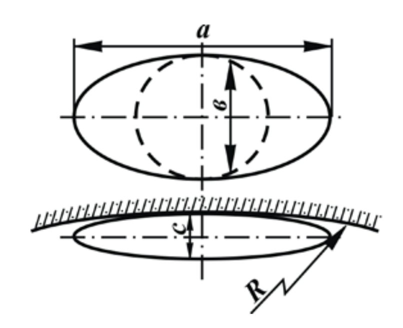


Рис. 5.13. Форма капли при движении по конусу

форму капли можно принять эквивалентной эллипсоиду вращения. При увеличении угла ($\alpha = 70°$) капля прижимается настолько, что принимает форму эллипсоида, у которого минимальная ось направлена перпендикулярно к поверхности конуса. Величина этой малой оси эллипсоида *С*, которая не могла быть определена непосредственно замером, определится по формуле $\upsilon = \frac{\pi}{6} авс$ при известном υ и замеренных осях *а, в*. Расчеты показывают, что при d > 1,0 мм ось капли *с*, перпендикулярная поверхности конуса, меньше замеренной средней оси *в* в 2,8 раза.

Для выявления величины поверхности эллипсоида, участвующей в массообмене, сначала графическим путем были определены поверхности эллипсоида с осями: большой *а*, средней *в* = а/2 и малой *с*. Указанное соотношение является типичным для угла конуса $\alpha = 70°$ для исследованного диапазона диаметров капель. Затем в предположении, что при принятом соотношении потоков величина поверхности капли, соприкасающейся с конусом, равна $\frac{\pi}{4} в^2$ (рис. 5.13), была найдена эффективная поверхность капли, которая равняется поверхности эллипсоида вращения с замеренными осями *а* и *в*. Таким образом, поверхность капли, участвующей в массообмене, принималась как поверхность эллипсоида вращения, имеющего для каждой капли замеренные оси *а* и *в*.

Экспериментальное значение коэффициента массопередачи рассчитывалось по формуле (5.21). Количественная оценка эксперимен-

тальных значений коэффициентов массопередачи для капель, движущихся во вращающейся жидкости, при свободном полете и при движении по конической поверхности приводит к выводу о снижении значений коэффициентов массопередачи в последнем случае. Причем это уменьшение тем больше, чем больше угол между образующей и основанием конуса.

Снижение значений коэффициента массопередачи при движении капли по поверхности конуса связано, очевидно, со своеобразным характером деформации капель для каждого угла конусности и условиями обтекания последних сплошной фазой, что приводит в каждом конкретном случае к иной гидродинамической обстановке на поверхности капли и внутри ее. Так, при движении капель по поверхности конуса с углом $\alpha = 30°$ капля, имея форму эллипсоида вращения, практически всей поверхностью контактирует со сплошной фазой, и значения коэффициентов массопередачи в этом случае снижаются в сравнении со свободным полетом капель в среднем всего лишь в 1,12 раза. При увеличении угла α до 70° капля деформируется до эллипсоида с тремя различными осями, прижимаясь к поверхности конуса в направлении радиуса ротора, что ведет к уменьшению конвективной компоненты массопереноса в результате одностороннего обтекания капли потоком сплошной фазы. В этом случае снижение значений коэффициентов массопередачи в сравнении со свободным полетом происходит в среднем в 2,48 раза.

Значения коэффициентов массопередачи для исследованных систем на конических роторах с углами $\alpha = 70°$ и $\alpha = 30°$, а также имею-

щиеся значения для цилиндрического ротора α = 0° позволили представить зависимость (5.29) в явном виде:

$$Nu_g = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\, \mathrm{Re}^{1{,}35}\, Fr_ц^{0{,}21}\, \mathrm{Pr}^{0{,}7} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c} \right)^{0{,}34} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{пс} + \sigma_{пд}} \right)^{0{,}47} (\cos\alpha)^{0{,}84} \qquad (5.30)$$

или

$$К'_д = К_д (\cos\alpha)^{0{,}84}, \qquad (5.31)$$

где $К'_д$ - коэффициент массопередачи в каплю (из капли), движущуюся по конической поверхности вращающегося ротора; $К_д$ – коэффициент массопередачи в каплю (из капли), свободно движущуюся во вращающемся роторе; α - угол между образующей и основанием конуса. Как видно из корреляционного графика (рис. 5.14), опытные значения коэффициентов массопередачи с удовлетворительной точностью (±10%) описываются уравнением (5.30).

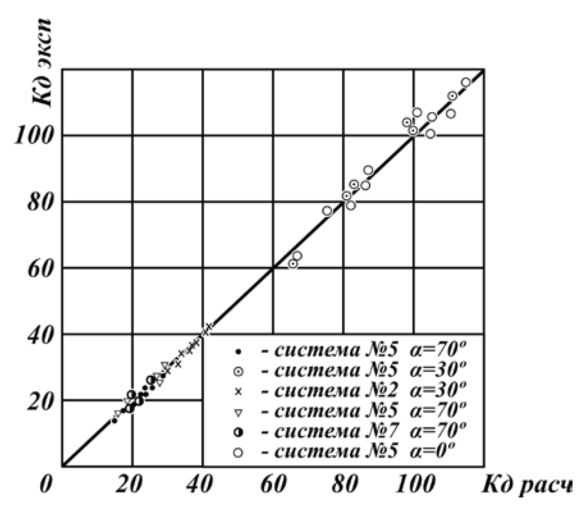


Рис. 5.14. Корреляционный график коэффициента массоотдачи среды в каплю, движущуюся по конусу

5.6. Массоперенос в одиночных каплях, движущихся в равномерно вращающейся вязкой жидкости

Запишем в системе координат, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω, движение жидкости уравнениями Навье-Стокса и неразрывности:

$$\begin{cases} \rho_c \dfrac{\partial \overline{U}}{\partial t} + \left(\overline{U}\nabla\right)\overline{U} + 2\rho_c\left[\overline{\omega}\overline{U}\right] = -\nabla p + \mu_c \nabla^2 \overline{U} & (5.32) \\ \left(\nabla^\circ \overline{U}^\circ\right) = 0 & (5.33) \end{cases}$$

Считая процесс движения установившимся и выбрав в качестве характерного размера диаметр частицы d, характерной скорости – поступательную скорость движения частицы, характерного давления – величину $\rho_c U^2$, приведем систему уравнений (5.32) и (5.33) к безразмерному виду:

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\left(\overline{U}^\circ \nabla^\circ\right)\overline{U}^\circ + \dfrac{1}{\mathrm{Ek}} 2\left[\overline{\omega}^\circ \overline{U}^\circ\right] = -\mathrm{Re}\,\nabla^\circ p^\circ + \nabla^{\circ 2}\overline{U}^\circ; & (5.34) \\ \left(\nabla^\circ \overline{U}^\circ\right) = 0. & (5.35) \end{cases}$$

Кроме безразмерных переменных, отмеченных индексом °, полученное уравнение (5.34) содержит два числа подобия: $\mathrm{Re} = \dfrac{Ud\rho_c}{\mu_c}$ - число Рейнольдса и $\mathrm{Ek} = \dfrac{\mu_c}{\rho_c \omega d^2}$ - число Экмана, характеризующие движение жидкости в поле центробежных сил.

Для описания процесса движения одиночных капель во вращающейся жидкости, кроме уравнений движений, в каждой из фаз необхо-

димо учитывать граничные условия, которые в сферической системе координат можно записать:

а) на поверхности капли, при r = e:

$$U_o = U'_o; \tag{5.36}$$

$$U_r = U'_r = 0; \tag{5.37}$$

$$\mu_д\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U'_r}{\partial\theta}+\frac{\partial U'_\theta}{\partial r}-\frac{U'_\theta}{r}\right)=\mu_c\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_r}{\partial\theta}+\frac{\partial U_\theta}{\partial r}-\frac{U_\theta}{r}\right); \tag{5.38}$$

б) вдали от поверхности капли, при $r\rightarrow\infty$:

$$U_r = U\cos\theta; \tag{5.39}$$

$$U_\theta = -U\sin\theta, \tag{5.40}$$

где r и θ - радиальная и угловая координаты с началом в центре капли.

При формулировке граничных условий принято, что начало координат вместе с каплей остается неподвижным, а сплошная жидкость движется, омывая каплю со скоростью U, в направлении, противоположном действительному направлению движения капли. Капля при этом предполагается сферической, частицы жидкости в ней имеют скорость U′, а в сплошной жидкости – U. Подобное преобразование граничных условий (5.36)-(5.40) дает один параметр – симплекс вязкостей $\frac{\mu_д}{\mu_c}$, получаемый из уравнения (5.38). Таким образом, уравнение движения капли в поле центробежных сил в критериальной форме может быть записано в виде

$$\varphi\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Ek}, \frac{\mu_д}{\mu_с}\right) = 0\,. \tag{5.41}$$

Применяя аналогичный метод к дифференциальному уравнению конвективного переноса внутри капли

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(\overline{U}'\nabla C\right) = D_д \nabla^2 C \tag{5.42}$$

с граничным условием на поверхности капли

$$-D_д\left(\frac{\partial C}{\partial r}\right)_{r=ч} = k_д\left(C_{гр} - C\right) \tag{5.43}$$

и считая процесс массопередачи стационарным, получим три числа подобия, характеризующие процесс массоотдачи в каплях: $\mathrm{Re}_д = \frac{Ud\rho_д}{\mu_д}$ - число Рейнольдса; $\mathrm{Sc}_д = \frac{\mu_д}{\rho_д D_д}$ - число Шмидта и

$\mathrm{Sh}_д = \frac{k_д d}{D_д}$ - число Шервуда. Последнее выражение содержит искомый коэффициент массоотдачи $k_д$, поэтому $\mathrm{Sh}_д$ является определяемым. И уравнение конвективной диффузии в критериальной форме запишется:

$$\mathrm{Sh}_д = f_1\left(\mathrm{Re}_д, \mathrm{Sc}_д\right). \tag{5.44}$$

Отсюда с учетом (5.41), в котором можно принять $\mathrm{Re} \approx \frac{\mathrm{Re}_д\,\mu_д}{\mu_с}$, уравнение массоотдачи в каплях в поле центробежных сил может быть представлено в виде

$$Sh_д = f\left(Re_д, Ek, Sc_д, \frac{\mu_д}{\mu_с}\right). \quad (5.45)$$

Учет особенностей движения капель во вращающейся жидкости позволяет предсказать некоторые качественные изменения процесса массоотдачи в поле центробежных сил. Так, из-за действия двумерных эффектов следует ожидать, что коэффициенты массоотдачи в поле центробежных сил могут оказаться заниженными по сравнению с полем тяжести, поскольку наличие столба Тейлора может привести к уменьшению доли поверхности, участвующей в конвективном переносе, в связи с экранированием части поверхности столбом, где из-за заторможенности или полной подавленности циркуляции перенос будет осуществляться главным образом молекулярной диффузией. Количественная оценка влияния указанных эффектов на процесс массоотдачи в настоящее время может быть проведена только на основе экспериментов.

Поскольку движение капель во вращающейся жидкости в большинстве случаев сопровождается их деформацией, соответствующее изменение поверхности при этом может быть учтено введением поправочного коэффициента β, представляющего собой отношение поверхности капли к поверхности эквивалентной сферы. В таком случае уравнение массопередачи для деформированной капли запишется в виде

$$dM = K_д (C^* - C)\pi d^2 \beta dt. \quad (5.46)$$

С другой стороны, количество переданной массы может быть выражено через изменение концентрации во всем объеме капли:

$$dM = \frac{\pi d^3}{6} dC. \qquad (5.47)$$

Тогда из уравнения материального баланса получим соотношение

$$K_д \beta dt = \frac{d}{6} \frac{dC}{(C^* - C)}, \qquad (5.48)$$

интегрирование которого в пределах от $t_н$ до $t_к$ и от $C_н$ до $C_к$ дает возможность получить уравнение для коэффициентов массопередачи в каплях в случае постоянства концентрации в сплошной фазе:

$$K_д = \frac{d}{6\beta\tau} \ln \frac{1 - A_н}{1 - A_к}, \qquad (5.49)$$

где $\tau = t_к - t_н$ – время полета капли на рассматриваемом участке движения; $A_н = \frac{C_н}{C^*}$, $A_к = \frac{C_к}{C^*}$ - степень насыщения капли соответственно в начале и в конце указанного участка.

С целью определения вида зависимости для коэффициента массоотдачи были проведены экспериментальные исследования по влиянию деформации капель при движении их в центробежном поле методом фотографирования капель в торец (см. рис. 5.14). Со следующими изменениями параметров: $\rho_с$ – от 792 до 1189 кг/м^3; $\Delta\rho$ - от 94 до 461 кг/м^3; $\mu_с$ – от 0,00188 до 0,0305 Па·с; $\mu_д$ – от 0,000962 до 0,00168 Па·с; σ - от 0,0195 до 0,0482 Н/м; ω - от 41,9 до 157 рад/с; d – от 0,0005 до 0,0035 м; R – от 0,02 до 0,15 м. Тогда с учетом (5.53) получим уравнение

$$\beta = 1 + 0,0032 \left(\frac{\omega^2 R d^2 \Delta\rho}{\sigma} \right)^{1,78} \left(\frac{\mu_д}{\mu_с} \right)^{0,41} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_с} \right)^{0,52}, \qquad (5.50)$$

Таблица 5.3

Физико-химические параметры исследуемых систем

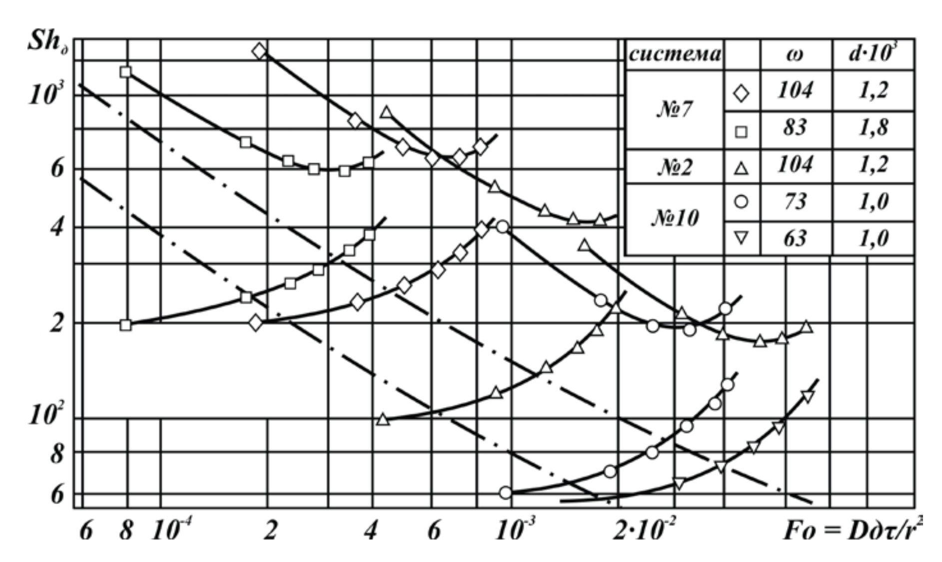
Условное обозначение	Система (сплошная фаза -распред. компонент - дисперсная фаза)	ρ_c	$\rho_д$	$\mu_c \cdot 10^3$	$\mu_д \cdot 10^3$	$\sigma \cdot 10^3$	$D_д \cdot 10^9$	Sc_θ
		кг/м^3	кг/м^3	Па·с	Па·с	Н/м	М$^{2/с}$	-
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	ТФМ-БК-В	884	998	22,27	1,000	30,20	1,02	982
2	7,7%К+ТФМ-БК-В	874	998	13,25	1,000	33,74	1,02	982
3	30%К+ТФМ-БК-В	850	1000	5,293	1,000	27,40	1,02	980
4	80%К+ТФМ-БК-В	803	1000	1,882	1,000	22,31	1,02	980
5	7,8%К+5%ЧХУ-БК-В	906	1000	10,57	1,000	24,12	1,02	980
6	ТБМ-БК-В	877	1000	118,4	1,000	35,80	1,02	980
7	15%К+15%ЧХУ+ТБМ-БК-40%Г+В	952	1072,5	14,93	2,484	22,55	0,40	5790
8	75%Г+В-УК-ЧХУ	1189	1594	30,48	0,962	25,64	1,31	461
9	60%Г+В-УК-ЧХУ	1160	1594	13,94	0,962	19,50	1,31	461
10	85%Г+В-УК-ЧХУ	1211,7	1594	74,98	0,962	17,62	1,31	461

Примечание ТФМ – трансформаторное масло; ТБМ – турбинное масло; ЧХУ – четыреххлористый углерод; БК – бензойная кислота; УК – уксусная кислота; В – вода; Г – глицерин; К - керосин

которое дает возможность непосредственно определить величину β по условиям опытов с максимальной погрешностью ±0,5%.

В результате анализа полученных данных установлено, что коэффициенты массоотдачи не зависят от длины рассматриваемых участков, а следовательно, от времени контактирования и степени насыщения.

Для сравнения полученных данных с моделями Кронига, Бринка-Ньюмена (рис. 5.15) представлены некоторые результаты расчетов, полученные в предположении отсутствия (сплошные линии) и для случая наличия концевого эффекта, определенного методом экстраполяции на нулевой радиус ротора (штриховые линии). Из рис. 5.15 следует, что полученная зависимость $Sh_д$ от Fo в обоих случаях как качественно, так и количественно отличается от указанных моделей.



система		ω	$d \cdot 10^3$
№7	◇	104	1,2
	□	83	1,8
№2	△	104	1,2
№10	○	73	1,0
	▽	63	1,0

Рис. 5.15. Сравнение экспериментальных данных с моделями Кронига и Бринка-Ньюмена

Однако оценка влияния особенностей вращающейся жидкости на процесс массоотдачи в каплях по таким данным не представляется возможной из-за отсутствия в настоящее время надежных методов определения концевых эффектов во вращающейся жидкости.

Такая оценка может быть сделана на основе сравнения со стационарными моделями, когда нет необходимости определения концевого эффекта, а коэффициенты массоотдачи могут быть вычислены по двум значениям концентраций в капле. На рис. 5.16 представлены полученные таким образом экспериментальные данные для ряда систем и линии, соответствующие известным теоретическим моделям Левича (1), Хандлоса и Барона (2), Хигби (3), а также эмпирической зависимости Розена и Беззубовой (4) для мелких и средних капель. Как и следовало ожидать, модель Хандлоса и Барона и модель Хигби дают суще-

ственно завышенные результаты, особенно при низких числах Рейнольдса, так как первая из них получена для турбулентного режима, а вторая – для случая массоотдачи в сплошной фазе. Наиболее близкие к опытным значениям коэффициенты массотдачи дают модель Левича и уравнение Розена и Беззубовой.

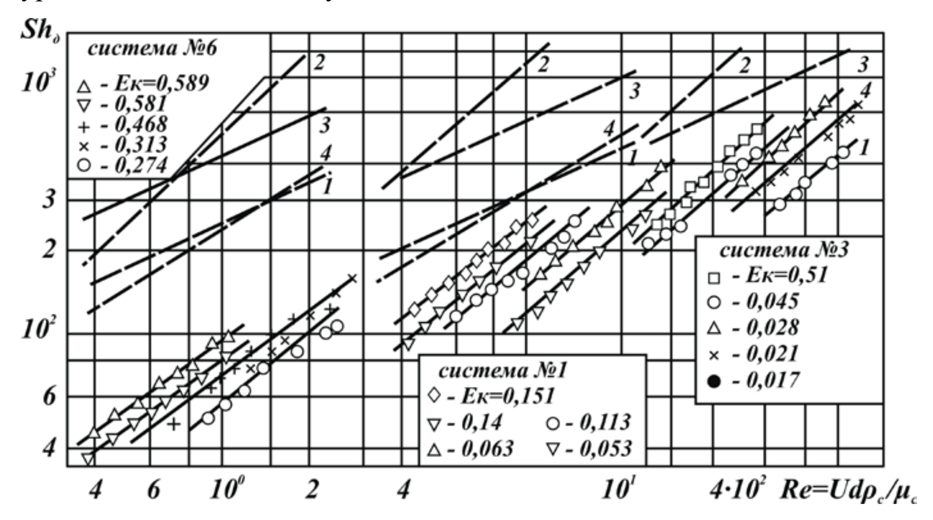


Рис. 5.16. Сравнение опытных данных со стационарными моделями

Из приведенного рисунка следует, что экспериментальные точки находятся в основном несколько ниже указанных моделей, особенно при низких числах Рейнольдса. С переходом в область более высоких чисел Рейнольдса опытные данные постепенно приближаются к этим моделям, а в ряде случаев даже несколько превосходят их. Из рис. 5.16 видно, что экспериментальные данные не обобщаются одной зависимостью $Sh_д$ от Re из-за явного расслоения их в указанных координатах, причем во всех системах наблюдается тенденция увеличения $Sh_д$ с возрастанием Ek при Re = const. Эти особенности свидетельствуют о

влиянии двумерных эффектов на процесс массоотдачи, то есть подтверждаются выводы теоретического анализа, сделанные нами ранее на основе рассмотрения особенностей движения капель во вращающейся жидкости.

Математической обработкой экспериментальных данных получено расчетное уравнение

$$Sh_{\partial} = 1{,}0 \cdot \mathrm{Re}_{\partial}^{0,88} Ek^{0,5} Sc_{\partial}^{0,5} \left(\frac{\mu_{\partial}}{\mu_{c}} \right)^{0,54}, \qquad (5.51)$$

удовлетворительно описывающее процесс массоотдачи в одиночных каплях, движущихся во вращающейся вязкой (0,002÷0,12 Па·с) жидкости, в области чисел Re от 0,25 до 250. Отклонение экспериментальных точек от расчетных не превышает ±17,5%. Как следует из этого уравнения, $k_{д} \sim D_{д}^{0,5}$, что согласуется с выводами теории диффузионного пограничного слоя. Из уравнения также вытекает, что для повышения эффективности разделения в центробежных экстракторах необходимо добиваться проведения процесса при больших числах Ek. Это может быть достигнуто, например, за счет уменьшения диаметра капель путем применения эффективных насадок, обеспечивающих тонкое диспергирование фаз в зоне контакта.

5.7. Массопередача в каплях при наличии «концевого эффекта»

Проведенные исследования [36] по изучению интенсивности массопередачи как функции радиуса центробежного экстрактора доказали, что при извлечении фенола из воды диизопропиловым эфиром на

входе свежего экстрагента в аппарат наблюдается резкое изменение коэффициента массопередачи (рис. 5.17). Подобная картина изменения коэффициента массопередачи по длине аппарата имела место у некоторых других исследователей при изучении процесса массопередачи в экстракторах гравитационного типа [225-232]. Это явление получило название «концевого эффекта». Было замечено, что за счет «концевого эффекта» в некоторых системах достигается извлечение экстрактива до 80%. Ясно, что если «концевой эффект» не является результатом только проявления продольного перемешивания, то полное математическое описание процесса в аппарате возможно лишь с количественным учетом этого явления. Данное обстоятельство вынуждает провести специальный анализ по выявлению причин возникновения «концевого эффекта» и найти возможность приблизительной количественной его оценки.

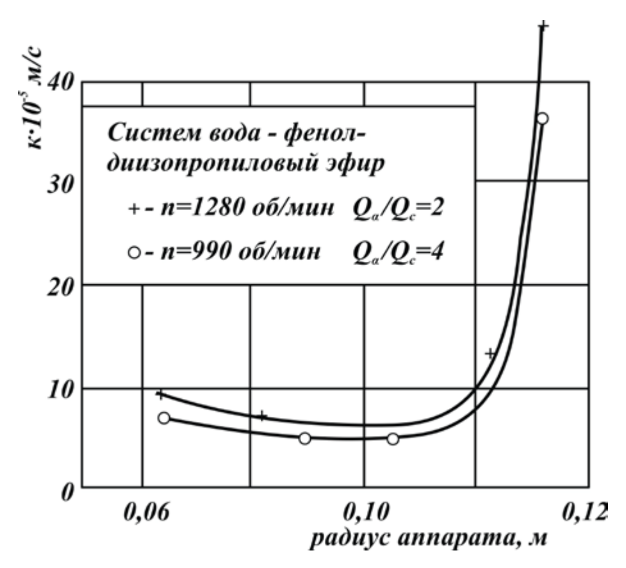


Рис. 5.17. Изменение коэффициента массоотдачи по радиусу аппарата

В литературе имеется мало сведений о причинах проявления резкого изменения концентраций на входе жидкостей в аппарат. Некоторыми исследователями [232-236] «концевые эффекты» рассматриваются как результат только продольного перемешивания. Однако Гаверс и Эванчина [231] полагают, что в этом случае проявляется не только продольное перемешивание, но и спонтанная конвекция на границе раздела фаз.

Интересные сведения о влиянии спонтанной конвекции на коэффициент массопередачи приведены в работе Пратта [237]. Автором при исследовании массопередачи в диффузионной ячейке с перемешиванием выявлено, что из 32 исследованных систем для 15 коэффициент массопередачи соответствует расчетному, для 9 систем - ниже расчетного, а для 8 – выше расчетного. Причем было обнаружено, что при проведении других опытов с отдельными каплями массопередача для последних систем сопровождалась самопроизвольной турбулизацией поверхности раздела.

Кинематографические исследования «концевого эффекта», проведенные Коннеке и Цвиншером [238], показали, что на системе монометилформамид – гептан – бензол происходит наложение двух эффектов в момент каплеобразования: эффективной диффузии благодаря внутренним потокам в капле и спонтанной турбулентности на границе раздела фаз.

В разработанной В.В.Кафаровым теории межфазной турбулентности [185] процесс массопередачи определяется состоянием поверхности контакта фаз, что обусловливается иногда не только гидродина-

мическим воздействием фаз, но и изменением поверхностного натяжения за счет локального изменения концентраций, то есть спонтанной конвекцией. Количественно спонтанная конвекция характеризуется резким повышением коэффициента массопередачи, и процесс при этом не описывается ни одной из существующих теорий массопередачи [232].

Явление самопроизвольной конвекции изучалось многими исследователями [239-244]. Однако эти исследования носят в основном качественный характер и позволяют выделить следующие характерные особенности спонтанной конвекции (СПК):

1) в момент появления СПК на поверхности раздела возникают беспорядочные пульсации, эрупции и интенсивная внутренняя циркуляция в фазах, при этом скорость массопередачи возрастает в 10 раз и более;

2) СПК преимущественно возникает при определенном направлении массопередачи и заметно подавляется поверхностно-активными веществами;

3) возникновению СПК могут способствовать низкое межфазное натяжения в системе и переход распределяемого компонента из фазы, в которой коэффициент диффузии экстрактива ниже, чем в принимающей фазе.

Обычно основной причиной СПК считают эффект Марангони-Гиббса, обусловливающий выброс вещества из одной фазы в другую при массопереносе за счет местных понижений межфазного натяжения. В качестве другой возможной причины поверхностной неста-

бильности указывается на возможность возникновения при массопереносе разности плотностей у поверхности раздела фаз.

Работами ленинградских ученых А.А.Абрамзона и др. [245-247] установлено, что условием возникновения нестабильности межфазной поверхности (спонтанной турбулентности) является превышение удельной энергии массового потока М над свободной энергией межфазной поверхности Н:

$$\frac{M}{H} = \frac{\left(1 - \frac{C_2}{C_1 k_p}\right) R_r T_o}{\sigma S_o} \geq 1, \qquad (5.52)$$

где C_1 и C_2 – концентрации отдающей и принимающей фаз соответственно; S_o – поверхность, занимаемая конденсированным монослоем вещества; σ - межфазное натяжение; k – коэффициент распределения; R_r - универсальная газовая постоянная; T_o – температура, К.

Таким образом, базируясь на соотношении (5.52), можно установить, имеет ли место межфазная турбулентность в жидкостных системах при проявлении резкого скачка концентраций в аппаратах. С этой целью нами выполнены расчеты значений $\frac{M}{H}$ для некоторых жидкостных систем, при работе с которыми разными авторами наблюдались «концевые эффекты» в аппаратах (табл. 5.3). В этой таблице показаны значения концентраций в рафинатной фазе, полученные нами методом экстраполяции к поверхности раздела фаз, и значения межфазного натяжения при указанных концентрациях, полученные методом отрыва кольца на тензиометре ДЮ-НУИ.

Как видно из таблицы, для приведенных систем условия возникновения самопроизвольной конвекции $\left(\frac{M}{H} \geq 1\right)$ в основном соблюдаются, и можно считать, что в данном случае одной из причин наблюдавшихся «концевых эффектов» является спонтанная конвекция.

Как показали наши исследования, для системы вода + фенол – диизопропиловый эфир имеющийся скачок концентраций на входе свежего экстрагента в аппарат (а в этом месте имеются условия возникновения СПК) полностью не описывается математической моделью с учетом лишь влияния продольного перемешивания. Для систем же вода + уксусная кислота – CCl_4 и диизопропиловый эфир + фенол – вода, у которых отсутствуют условия возникновения СПК, экспериментальный профиль концентраций удовлетворительно описывается математической моделью с учетом продольного перемешивания.

Таблица 5.3

Расчетные значения М/Н для некоторых жидкостных систем

Системы	Коэффициент распределения $k_к$	Концентрация в фазах, кг/м		$\sigma \cdot 10^3$, Н/м	$\frac{M}{H}$	Концевой эффект, %%	Лит источник
		C_1	C_2				
Вода – фенол - диизопропиловый эфир	28	15-2	6-9	16	1,2	88	[232]
Вода – фенол - диизопропиловый эфир	«	7-13	0	17	0,98	40-80	[226]
Керосин – фенол – вода	4	17-8	1-2	13-18	0,9-1,2	40	[232]
Нитробензол - уксусная кислота – вода	1-16	70	0	14,3	1,33	17-36	[328]
НБК – уксусная кислота - вода	2	45-73	0	3-4	4,9	40	[239]

Примечание C_1 C_2 – концентрации рафинатной и экстрактной фаз перед уровнем раздела в аппарате

Поскольку интенсивность спонтанной конвекции от гидродинамики процесса не зависит [245], представляется возможным использовать количественные зависимости, полученные для СПК в диффузионной ячейке, для описания «концевых эффектов» в аппарате, вызванных проявлением спонтанной конвекции. Естественно, что использование этих результатов для расчета процесса в аппарате возможно лишь для зоны аппарата, где имеются условия для возникновения СПК.

Экспериментальные данные, приведенные в работе [245], показывают, что условие возникновения спонтанной конвекции, выраженное через $\frac{М}{Н}$, для различных жидкостных систем колеблется в пределах $\frac{М}{Н} \geq 0,7 \div 1,2$. Поэтому для уточнения пределов $\frac{М}{Н}$, в которых происходит спонтанный массоперенос в исследуемой системе (вода – фенол – диизопропиловый эфир), а также для получения зависимости коэффициента массопередачи от начальной концентрации фенола в воде $С_о$ и межфазного натяжения σ при СПК нами были проведены специальные исследования в диффузионной ячейке по методике, использованной в работах [245-248].

По результатам опытов определялась зависимость коэффициента массопередачи при спонтанной конвекции от времени $К_т = f(t)$ при нескольких значениях начальной концентрации фенола. Одновременно с этим подсчитывалось значение $\frac{М}{Н}$ для каждого опыта. Межфазное натяжение определялось методом отрыва кольца на весах ДЮ-НУИ

при концентрациях, имеющих место в опытах. Результаты опытов, выполненных в диффузионной ячейке, представлены на рис. 5.18, откуда видно, что при всех исследованных начальных концентрациях фенола C_o при $t < 2$ мин наблюдается резкое изменение $K_т$, а при $t > 2$ мин, $K_т$ = const. Очевидно, первая зона соответствует спонтанному механизму массопередачи, а вторая – диффузионному. С другой стороны, как следует из рис. 5.18, области спонтанной массопередачи для исследованной системы соответствует значение $\frac{M}{H} \geq 0{,}91$.

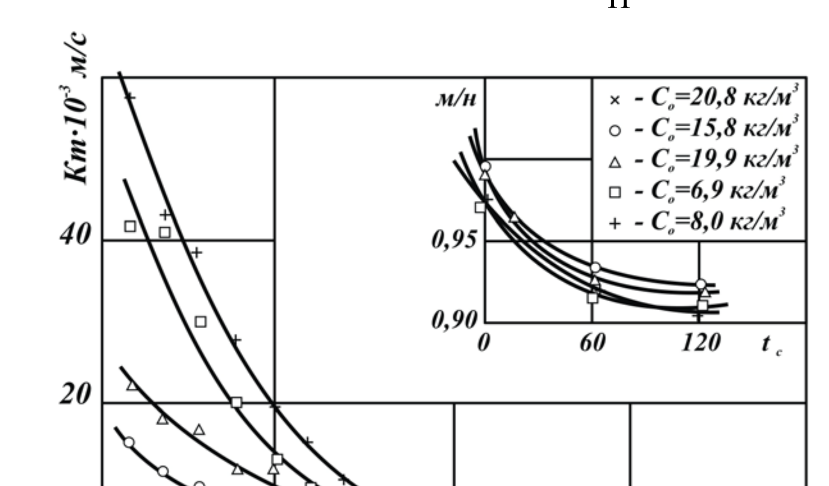


Рис. 5.18 Зависимость коэффициента массопередачи и соотношения $\frac{M}{H}$ от времени

Обработка результатов исследования в ячейке процесса спонтанной массопередачи, выполненная по аналогии с работой [248], в виде зависимости коэффициента массопередачи $K_т$ от начальной концен-

трации фенола $C_о$ в отдающей фазе и межфазного натяжения σ позволила получить следующую зависимость:

$$\lg K_т = (4{,}5 - 0{,}08C_о) - \frac{0{,}73 \cdot 10^{10}}{R_г T_о}\sigma, \tag{5.53}$$

где $R_г$ – универсальная газовая постоянная, $R_г = 8{,}31 \cdot 10^7$ (кг/мол °К); $T_о$ - температура опыта, равная 138 °К. Отклонение опытных значений $K_т$ от рассчитанных по уравнению (5.53) не превышает ±8%. Использование уравнения (5.53) для расчета коэффициента $K_т$ возможно лишь для исследованной системы (вода + фенол – диизопропиловый эфир) и в случаях, когда имеет место спонтанный массоперенос.

Таким образом, если выявлены условия возникновения спонтанной конвекции и зона аппарата, где она проявляется, то использованием уравнения (5.53) представляется возможным рассчитать процесс массопередачи в аппарате с учетом имеющего место спонтанного массопереноса.

Глава 6. ПРОДОЛЬНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В КОНТАКТНОЙ ЗОНЕ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ЭКСТРАКТОРА

В главе приведено описание методики проведения и результатов экспериментального исследования продольного перемешивания при импульсном вводе трассера в каналы центробежного экстрактора и обратного заброса фаз с канала на канал.

6.1. Продольное перемешивание в экстракторе. Методика проведения исследования

Процесс перераспределения экстрагируемого или метящего (трассер) веществ в потоке одной фазы при перемешивании отдельных частей потока друг относительно друга и проникновения элементов потока друг в друга за счет образующихся и разрушающихся вихрей называется перемешиванием. Так как образование, перемещение и разрушение вихрей подчиняются статистическим законам, то и перемешивание описывается законами этого типа. Другими словами, для описания перемешивания возможно применение уравнений молекулярной диффузии [249, 250]. Поэтому описание перемешивания (продольного и поперечного) возможно уравнением типа Фика [251]:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -\mathrm{div}\left(C\overline{V}\right) + \mathrm{div}\left(\zeta \mathrm{qrad} C\right), \tag{6.1}$$

где C – концентрация трассера в потоке; τ - время; $\overline{V}$ - скорость; ζ - коэффициент перемешивания, являющийся как функцией свойств сре-

ды, так и функцией характеристик потока и, следовательно, функцией координат. Уравнение (6.1) не поддается аналитическому решению при произвольных значениях входящих в него параметров и любых границах. В зависимости от принимаемых для упрощения задачи допущений приходят к различным моделям описания структуры потока.

6.2. Основные математические модели структуры потоков

Диффузионная модель. Для нее приняты следующие допущения [252-256]:

1) средняя скорость потока V_c постоянна по высоте и сечению аппарата;

2) коэффициент продольного перемешивания ζ постоянен по высоте и сечению аппарата;

3) градиент концентрации в плоскости, ортогональной вектору скорости, равен нулю.

При этих допущениях уравнение (6.1), когда скорость направлена по координате z, перепишется в виде

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -V_c \frac{\partial C}{\partial z} + \zeta \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \qquad (6.2)$$

в котором число параметров, характеризующих перемешивание, сведено к одному - ζ, и оно описывает однопараметрическую диффузионную модель.

Введем безразмерные координаты $\bar{z} = \frac{z}{H}$, $t = \frac{\tau V_c}{H}$, $Pe = \frac{HV_c}{\zeta}$ - число Пекле; H – высота аппарата, тогда (6.2) перепишется:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial C}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{Pe}\frac{\partial^2 C}{\partial \bar{z}^2}. \quad (6.3)$$

Однако в аппаратах большого размера или при подводе внешней механической энергии возможно нарушение первого допущения, то есть появляется неравномерность скорости потока по сечению аппарата. Для таких случаев коэффициент продольного перемешивания разбивается [255, 258-260] на две составляющие, и математическая модель носит название двухпараметрической диффузионной модели.

Ячеечная модель [261, 262]. Данная модель предполагает, что аппарат состоит из ряда равновеликих ячеек полного перемешивания, соединенных последовательно, перенос вещества осуществляется основным потоком. Тогда для i-й ячейки уравнение (6.1) перепишется следующим образом:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = -\frac{nV_c}{H}\left(C_i - C_{i-1}\right)$$

или в безразмерном виде

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -n\left(C_i - C_{i-1}\right),$$

где n – число ячеек смешения.

Рециркуляционная модель [260, 263-266]**.** Предполагает, что аппарат разделен на n равновеликих ячеек, в каждой из которых происходит полное перемешивание, а между ячейками наблюдается огра-

ниченное перемешивание. Уравнение (6.1) в этом случае запишется как

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = -\frac{nV_c}{H}\left(\left(2f+1\right)C_i - fC_{i+1} - \left(f+1\right)C_{i-1}\right); \qquad (6.4)$$

в безразмерном виде:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -n\left(\left(2f+1\right)C_i - fC_{i+1} - \left(f+1\right)C_{i-1}\right), \qquad (6.5)$$

где $f = \frac{\overline{V}_c}{V_c}$ - доля обратного потока между ступенями; $\overline{V}_c$ - средняя скорость рециркуляции. В уравнении (6.5) параметры f и n характеризуют продольное перемешивание.

При сопоставлении рециркуляционной модели с диффузионной получена связь между параметрами [262]:

$$\frac{1}{Pe} = \frac{1}{n} + \frac{f}{n}.$$

Это выражение использовалось рядом авторов [260, 264, 266, 267] для расчета доли обратного потока по значению Pe. При отсутствии обратного потока рециркуляционная модель сводится к ячеечной, и для нее связь между параметрами приобретает вид n = 0,5Pe. Безразмерные параметры Pe, n, f определяются экспериментально. В свою очередь, они зависят от физико-химических свойств систем, гидродинамики аппарата, его геометрических размеров и конструктивных особенностей. В зависимости от этого та или другая математическая модель лучше или хуже описывает процесс, происходящий в аппарате.

Так, диффузионная модель наиболее пригодна [260, 261] для описания несекционированных аппаратов или секционированных, у которых секционирование не сильно влияет на поле концентраций или изменение концентраций между соседними секциями незначительно по сравнению с изменением по всей высоте аппарата. Рециркуляционная модель лучше описывает процесс в секционированных аппаратах или в аппаратах, содержащих постоянные крупномасштабные вихри [262]. Ячеечная модель применима в аппаратах, имеющих явно выраженное секционирование [14].

Так как в реальных аппаратах структура потоков бывает очень сложна (наличие байпасов, застойных зон, циркуляционных потоков), появились так называемые комбинированные модели. При построении такой модели считают, что аппарат состоит из отдельных зон, соединенных последовательно или параллельно, и в этих зонах наблюдаются различные структуры потоков. При этом увеличивается число степеней свободы, что приводит к более точному описанию. Но при этом появляется большое число влияющих на процесс параметров, которые подлежат экспериментальному определению.

6.3. Основные методы определения структуры потоков в аппаратах

Основным методом определения параметров продольного перемешивания является анализ реакции системы (аппарат с определенными граничными условиями) на возмущающее воздействие. К таким воздействиям относится ввод в аппарат какого-либо трассера (напри-

мер, красящих веществ, флюоресцирующих и др.), то есть вещества, химически не реагирующего со средой и не участвующего в массообмене. При этом анализу подлежит реакция системы, которая представляет собой запись концентрации трассера на выходе из аппарата. Возмущающие сигналы могут быть различными: случайными, циклическими, ступенчатыми, импульсными.

Метод ступенчатого и импульсного ввода трассера. Реакция системы на импульсное возмущение называется С-кривой, на ступенчатое – F-кривой. Эти понятия были введены в [254] для оценки характера потоков в химических аппаратах. Согласно этой работе F-кривая представляет собой функцию распределения доли частиц, покинувших аппарат за время $[0,\tau]$. Другими словами, является функцией времени пребывания частиц. Если $F(\tau)$ дифференцируема, то $\frac{dF}{d\tau} = C(\tau)$, где С – плотность распределения, и характеризует возраст частиц. Ранее показано, что существует связь между параметрами различных моделей, поэтому определенный интерес представляет решение уравнения (6.3). Так, в работе [268] найдено решение для случая импульсного ввода трассера в неограниченный канал (рис. 6.1а). Решение для этого случая имеет вид

$$S = \frac{\sqrt{Pe}}{2\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{Pe(1-t)^2}{4t}\right), \tag{6.6}$$

где $S = \dfrac{HC}{V_c \int\limits_0^\infty C d\tau}$.

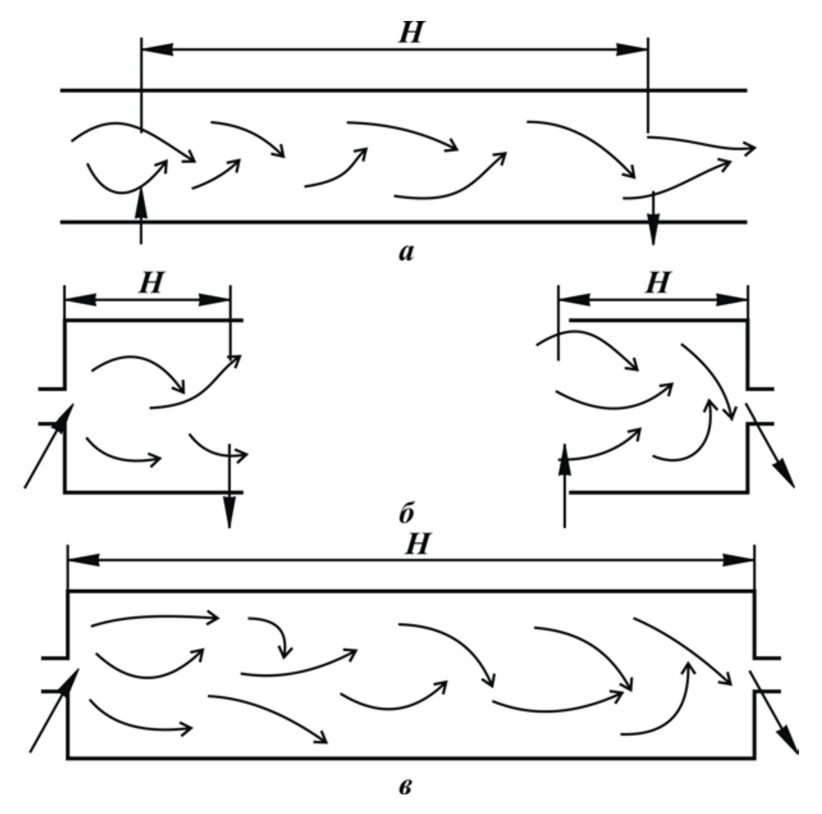


Рис. 6.1. Схема аппаратов для исследования продольного перемешивания в каналах: а) неограниченном; б) полуограниченном; в) ограниченном

Для полуограниченного канала (рис. 6.1б) задача решена при граничных условиях: z = 0: $-\zeta\frac{\partial C}{\partial z} + V_c C = 0$; z → ∞: C → 0. Для аппаратов с ограниченным каналом (рис. 6.1в) граничные условия предложены в виде z = 0: $C_o = C - \frac{\zeta}{V_c}\frac{\partial C}{\partial z}$; z = L: C = C_1, $\zeta\frac{\partial C}{\partial z} = 0$ [92, 254].

Решения в двух вышеприведенных случаях сложны и здесь не приводятся. Эти решения показывают, что параметр Pe, характеризующий интенсивность продольного перемешивания, связан с кривой распределения трассера в аппарате. Однако определение ζ по координате C-кривой, соответствующей среднему времени пребывания, или по F-кривой дает низкую точность из-за значительных погрешностей эксперимента [265].

Для описания структуры потока в аппарате, как правило, на основе интегральных оценок из семейства теоретических F- или C-кривых подбирают наиболее близкую к экспериментальной. Среди таких методов наибольшее применение нашел метод моментов. При этом сравниваются значения первого и второго центрального моментов для исследуемой и теоретической кривых. Статистические моменты распределения следует определять по следующей формуле:

$$M_4 = t_{ср} = \int_0^\infty t S_2 dt,\ M_2 = \int_0^\infty t^2 S_2 dt,\ \sigma^2 = M_2 - [M_1]^2, \qquad (6.7)$$

где $t_{ср}$ – среднее время пребывания частицы в аппарате.

Соответствия между параметром Pe и моментами распределения найдены в работах [268-270] в зависимости от условий на границе аппарата. Для наиболее часто встречающихся случаев связь между дисперсией σ^2 безразмерной C-кривой отклика и числом Pe имеет вид

$$\sigma^2 = \frac{1}{Pe^2}\left[2Pe - 2 + 2e^{-Pe} + 2(\chi + \theta)\left(1 + e^{-Pe}\right) + 3\left(\chi^2 + \theta^2\right) + 2\chi\theta e^{-Pe}\right]. \qquad (6.8)$$

Для аппаратов с ограниченным каналом ($\chi + \theta = 0$) уравнение (6.8) принимает вид

$$\sigma^2 = \frac{2}{Pe^2}\left[Pe - 1 + e^{-Pe}\right]. \qquad (6.9)$$

Для аппаратов с неограниченным каналом ($\chi = \theta = 1$)

$$\sigma^2 = \frac{2}{Pe} + \frac{8}{Pe^2}. \qquad (6.10)$$

Для аппаратов с полуограниченным каналом, представляющим собой комбинацию двух вышеприведенных случаев ($\chi = 1$, $\theta = 0$ или $\chi = 0$, $\theta = 1$), получим

$$\sigma^2 = \frac{2}{Pe} + \frac{3}{Pe^2}. \qquad (6.11)$$

Зависимость между статистическими моментами, вплоть до четвертого, и параметром Pe для различных граничных условий приведена в [271]. Отметим, что чем больше статистических моментов теоретической и экспериментальной кривых совпадают между собой, тем точнее модель описывает реальную структуру потоков в аппарате.

Импульсное возмущение произвольной формы. Рассмотренный выше метод определения структуры потоков основан на возмущении, имеющем форму прямоугольной ступеньки (F-кривая) или прямоугольного выступа (C-кривая) бесконечно малой толщины (δ-функция Дирака). Однако на практике бывает очень тяжело получить такой возмущающий сигнал, так как трассер вводится в поток за конечный промежуток времени, кроме того, поток при этом искажается и т.д. Авторами ряда работ [272-274] получено, что величиной, характеризующей структуру потока в этом случае, является приращение

дисперсии $\Delta\sigma^2$. Это приращение определяется в двух различных точках потока:

$$\Delta\sigma^2 = \left(\sigma^2\right)_1 - \left(\sigma^2\right)_2.$$

При этом также можно получить связь между приращением дисперсии и числом Pe, в которое в качестве линейного масштаба войдет уже не высота контактной зоны H, а расстояние между двумя точками снятия сигнала Δz. Зависимость для неограниченного канала получена в [273]: $\Delta\sigma^2 = \frac{2}{\mathrm{Pe}}$, для аппаратов с полуограниченным и ограниченным каналом – в [274]:

$$\Delta\sigma^2 = \frac{2}{\mathrm{Pe}} + \frac{1}{\mathrm{Pe}^2}\left(e^{-2\mathrm{Pe}} + 4e^{-\mathrm{Pe}} + 4\mathrm{Pe}e^{-\mathrm{Pe}} - 5\right). \qquad (6.12)$$

Метод амплитудно-частотных характеристик. В работах [261, 265, 270, 275-278] исследуется возможность применения амплитудно-частотного метода для получения информации о числе Pe системы. При этом используется возмущающий сигнал в виде синусоиды. Так, например, для полуограниченного канала решается уравнение (6.3) при следующих граничных условиях: z = 0; $C(0,\tau) = A_o \sin(\omega\tau)$; $z \to \infty$: $C(\omega\tau) \to 0$. Зная значения амплитуды и фазы при z = 0 и z = H (A_o, A_H, φ_o, φ_H), можно найти среднее время пребывания τ_c и число Pe:

$$\tau_c = \frac{\varphi_н}{\omega}, \quad Pe = \frac{\tau_c \omega^2}{\ln A_o / A_н}.$$

Метод стационарного ввода трассера. В работе [252] рассмотрен случай, когда в стационарном потоке трассер подается непрерыв-

но в точку, расположенную непосредственно у выхода потока из аппарата. В этом случае уравнение (6.2) приобретает вид

$$\zeta \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - V_c \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \qquad (6.13)$$

с граничными условиями $z = \ell : C = C_1$; $z \to \infty$: $V_c C - \zeta' C' = 0$, где ℓ - расстояние от начала до точки ввода трассера. Решение имеет вид

$$C(z) = C_1 e^{-\frac{V_c(1-z)}{\zeta}}. \qquad (6.14)$$

Полученное выражение свидетельствует о распространении трассера в направлении, обратном направлению основного потока, что и служит для определения коэффициента продольного перемешивания. Для практической реализации метода пробы отбираются в нескольких точках по потоку выше точки ввода трассера. По результатам замеров строится зависимость в полулогарифмических координатах log C – z. Если угол наклона построенной кривой равен θ, то $\frac{V_c}{\zeta} = 2{,}302\mathrm{tg}\theta$.

Этот метод применялся ранее для исследования продольного перемешивания в центробежных экстракторах [14, 279-281].

Метод регулярного режима. Исследуется поведение «хвоста» С-кривой в координатах lgS-t. Авторами работы [280] показано, что для аппарата с неограниченным каналом существует связь

$$\frac{\partial \lg S}{\partial t} = 0{,}2172\left[\frac{\ell}{t} - \frac{Pe}{2}\left(\ell - \frac{\ell}{t^2}\right)\right]. \qquad (6.15)$$

для полуограниченного канала:

$$\frac{\partial \lg S}{\partial t} = 0{,}8686\frac{S_1}{S_2}\left[2.302\frac{\partial \lg S}{\partial t} - \frac{Pe}{4}\left(\ell - \frac{\ell}{t}\right)\right]. \qquad (6.16)$$

Для больших t опытные данные подчиняются зависимости

$$\frac{\partial \lg S}{\partial t} = tg\psi = const.$$

Откуда, определяя ψ, находим Pe.

Для аппаратов без концевых застойных зон там же предложена зависимость

$$tg\psi = -\frac{\lg e}{Pe}\left(\vartheta^2 - \frac{Pe^2}{2}\right), \qquad (6.17)$$

где $\frac{\vartheta}{2} tg \frac{\vartheta^2}{2} = \frac{Pe}{4}$, при Pe ≤ 16 и t ≥ 1 значения tgψ практически не зависят от t, что обеспечивает высокую точность определения Pe.

Несмотря на большое количество различных методов исследования продольного перемешивания в контактной зоне, наиболее эффективный – это метод импульсного ввода трассера.

6.4. Продольное перемешивание в каналах центробежного экстрактора при равномерном вращении

При экспериментальном исследовании продольного перемешивания в каналах центробежного экстрактора, работающего с постоянным угловым вращением, был сделан вывод [14], что структура потока в каждом канале соответствует модели идеального перемешивания. В то же время более поздние исследования [282] показали, что при наличии в канале радиальной перегородки (увеличивается длина зоны послойного течения) распределение скорости потока соответствует ламинарному режиму течения, что противоречит выводу об идеальном пере-

мешивании. Для разрешения этого противоречия были проведены исследования продольного перемешивания в канале с радиальной перегородкой при равномерном вращении экспериментального сосуда.

Опыты по исследованию продольного перемешивания по сплошной легкой и тяжелой фазам проводились методом импульсного ввода трассера. Кривые отклика, фиксируемые на входе и выходе из зоны послойного течения, свидетельствуют о том, что в исследуемой зоне продольное перемешивание не соответствует модели идеального смешения (рис. 6.2).

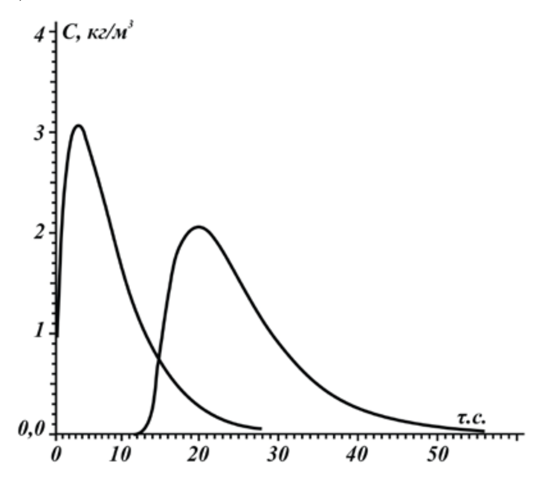


Рис. 6.2. Кривые отклика при равномерном вращении аппарата

Эксперименты проведены при следующих значениях параметров: суммарный расход фаз в питании $3 \cdot 10^{-6}$, $7 \cdot 10^{-6}$, $14 \cdot 10^{-6}$ $м^3/с$; отношение расхода тяжелой жидкости к расходу легкой 1/3, 1/1, 3/1, при вращении с угловой скоростью - 74,8 1/с, 106,8 1/с, 157 1/с. Для определения значения числа Пекле использован метод Ариса. В нашем случае мы имеем полуограниченный канал, для которого справедлива зависимость (6.3) [283]. Определение числа Пекле проводилось численно,

результаты экспериментального исследования обработаны в виде зависимости

$$Pe_{т,л} = f(Q_т, Q_л, \omega, \nu_т, \nu_л, h, b, H_к). \qquad (6.18)$$

При использовании переменных $Q_т$, $\nu_т$, h как независимых (6.18) можно переписать в виде

$$Pe_{т,л} = F\left[\left(\frac{Q_л}{Q_т}\right),\left(\frac{\nu_л}{\nu_т}\right),\left(\frac{Q_л}{\nu_л b}\right),\left(\frac{b}{h}\right),\left(\frac{Q_л}{\omega h}\right),\left(\frac{H_к}{h}\right)\right]. \qquad (6.19)$$

Зависимость для числа Пекле представим в виде степенной функции. Тогда

$$Pe_{т,л} = A\left(\frac{Q_л}{Q_т}\right)^a\left(\frac{\nu_л}{\nu_т}\right)^b\left(\frac{Q_т}{\nu_л b}\right)^c\left(\frac{b}{h}\right)^d\left(\frac{Q_л}{\omega h}\right)^e\left(\frac{H_к}{h}\right)^g. \qquad (6.20)$$

Определяя методом наименьших квадратов неизвестные величины, получим уравнения для определения числа Пекле:

$$Pe_т = 2{,}16\left(\frac{Q_л}{Q_т}\right)^{0.16}\left(\frac{\nu_л}{\nu_т}\right)^{-0.21}\left(\frac{Q_т}{\nu_л b}\right)^{-0{,}11}\left(\frac{b}{h}\right)^{0{,}32}\left(\frac{Q_л}{\omega h}\right)^{0{,}09}\left(\frac{H_к}{h}\right)^{0{,}18}; \qquad (6.21)$$

$$Pe_л = 1{,}91\left(\frac{Q_л}{Q_т}\right)^{0.12}\left(\frac{\nu_л}{\nu_т}\right)^{-0.23}\left(\frac{Q_л}{\nu_л b}\right)^{-0{,}11}\left(\frac{b}{h}\right)^{0{,}28}\left(\frac{Q_л}{\omega h}\right)^{0{,}12}\left(\frac{H_к}{h}\right)^{0{,}16}. \qquad (6.22)$$

Таким образом, по уравнениям (6.21) и (6.22) можно определить значения числа Пекле для зоны послойного течения, а структура потока соответствует диффузионной модели.

6.5. Продольное перемешивание в дисперсной фазе

Изучение продольного перемешивания в аппаратах, работающих по принципу противотока фаз, проводится на основе той или иной фи-

зической модели. Обычно продольное перемешивание описывается с помощью диффузионной однопараметрической модели [249, 260], при составлении которой принимаются следующие допущения:

1) изменение концентрации субстанции является непрерывной функцией координаты (расстояния);

2) концентрация субстанции постоянна по сечению аппарата;

3) местная линейная скорость потока и коэффициент продольного перемешивания не меняются по длине и сечению аппарата.

Зависимость коэффициента продольного перемешивания от различных факторов (размер аппарата, скорость потока, физические свойства систем и др.) устанавливается, как правило, опытным путем с помощью выходных кривых [284-299].

При составлении математической модели для дисперсной фазы в центробежных экстракционных аппаратах использование допущения о постоянстве линейной скорости потока и коэффициента продольного перемешивания по длине потока неправомерно, поскольку в общем случае обе эти величины являются функцией радиуса аппарата. Для центробежных экстракторов можно постулировать следующее:

1) изменение концентрации субстанции – непрерывная функция радиуса аппарата;

2) концентрация субстанции во всех точках сечения аппарата постоянна.

Рассмотрим некоторый j-й объем между элементами насадки (рис. 6.3) центробежного экстракционного аппарата при высоте h (рис. 6.4).

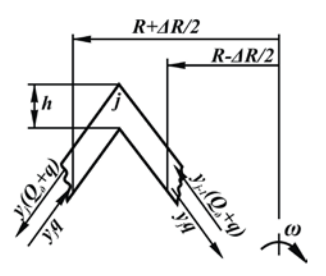


Рис. 6.3. Схема элемента волнообразной насадки

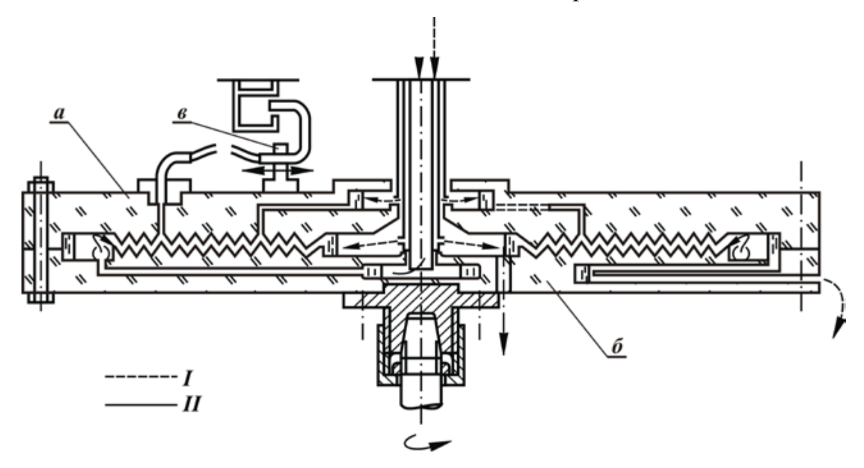


Рис. 6.4. Схема цилиндрического ротора:

б - основание ротора; в - узел регулирования количества отбираемой из аппарата сплошной фазы. I - тяжелая фаза, II - легкая фаза

Приращение концентрации трассера в указанном объеме аппарата определится следующим образом:

$$\Delta C_j = \frac{1}{\Delta \upsilon_j \bar{\varepsilon}_j} \int_0^t \left(y_{j-1} - y_j \right) dt, \qquad (6.23)$$

где C_j – концентрация трассера в объеме j-го элемента аппарата; $\bar{\varepsilon}_j$ - среднеинтегральное значение объема трассера в j-м элемента аппара-

та; $\Delta\upsilon_j$ – объем j-го элемента; y_{j-1}, y_j – входной и выходной потоки для j-го элемента.

В свою очередь $y_j = Q_д C_j - q_д(y_j - y_{j+1})$; y_{j-1} $Q_д C_{j-1} - q_д(C_{j-1} - C_j)$, где $Q_д$ – средний расход трассера через сечение j-го элемента; $q_д$ – обратный расход трассера через сечение j-го элемента. Таким образом, уравнение (6.23) принимает вид

$$\Delta\upsilon_j \frac{dC_j}{dt} = Q_д\left(C_{j-1} - C_j\right) + q_д\left(C_{j-1} - 2C_j + C_{j+1}\right)$$

или

$$\frac{dC}{dt} = \frac{Q_д\left(C_{j-1} - C_j\right)}{2\pi Rh\bar{\varepsilon}_j \Delta R} + \frac{q_д \Delta R\left(C_{j+1} - 2C_j + C_{j-1}\right)}{2\pi Rh\bar{\varepsilon}_j \Delta R^2};$$

$$\frac{dC}{dt} = -V_д(R)\frac{dC}{dR} + E_д(R)\frac{d^2C}{dR^2}, \qquad (6.24)$$

где $V_д(R) = \dfrac{Q_д}{2\pi Rh\bar{\varepsilon}}$ - линейная скорость дисперсной фазы на радиусе R; $E_д(R) = \dfrac{q_д \Delta R}{2\pi Rh\bar{\varepsilon}}$ - коэффициент продольного перемешивания на радиусе R.

Записывая уравнения материального баланса по трассеру для элементарных объемов в начале и в конце аппарата, получим граничные условия для решения уравнения (6.24):

1) $V_д(R)C_{вх} = V_д(R)C - E_д(R)\dfrac{dC}{dR}$ при $R = R_o$;

2) $\dfrac{dC}{dR} = 0$ при $R = R_{кон}$.

Очевидно, что начальные условия для уравнения (6.24) запишутся следующим образом:

1) $C = 0$ при $t \le 0$; 2) $C \ne 0$ при $t > 0$.

Отметим, что для случая центробежных экстракторов установить в явном виде связь между моментами статистической функции распределения трассера при нанесении импульсного, ступенчатого или частотного возмущения и параметрами модели не представляется возможным, поскольку неизвестен вид функции $E_д = E_д(R)$. Помимо этого, в центробежных экстракционных аппаратах время пребывания потоков контактируемых фаз мало и соизмеримо с временем ввода индикатора в систему, что приводит к необходимости учитывать деформацию входного сигнала. Однако практически реализовать это крайне трудно. По вышеуказанным причинам методы исследования продольного перемешивания, используемые для аппаратов гравитационного типа, оказываются неприемлемыми для центробежных экстракторов.

Пространственный перенос индикатора потоком дисперсной фазы неотделим от перемещения капель внутри свободного объема аппарата. Давление же последних в поле центробежных сил обладает рядом характерных признаков, которые необходимо учесть при разработке методов определения параметров модели. Так, например, в гравитационных аппаратах капли движутся под влиянием гравитационных сил и вместе с тем подвержены влиянию крупномасштабных турбулентных пульсаций сплошной фазы. Перенос капель вихрями сплошной фазы является одним из основных источников перемешивания в дисперсной фазе для случая аппаратов гравитационного типа.

Помимо обратного перемешивания $E_{т.д}$, вызванного влиянием крупномасштабных пульсаций на скорость осаждения частиц дисперсной фазы, имеет место явление поперечной неравномерности, обусловленное тем, что капли разных размеров обладают различными скоростями осаждения. Указанное явление получило название поступательного перемешивания [300] $E_{п.д}$. Так как и поступательное, и обратное перемешивание характеризуют неравномерность времени пребывания капель в аппарате, возможно объединить эти два коэффициента:

$$E_{д} = E_{т.д.} + E_{п.д.}. \qquad (6.25)$$

Таким образом, в реальных экстракционных аппаратах среднее время пребывания отдельных частиц дисперсной фазы различно, что является следствием, во-первых, образования местных циркуляционных токов, во-вторых, неравномерности распределения скоростей частиц дисперсной фазы в элементах насадки аппарата.

Представляет интерес оценка каждого из слагаемых уравнения (6.25). Так, например, для аппаратов центробежного типа, к которым относится и рассматриваемый аппарат с волнообразной насадкой, $E_{т.д.}$ = 0 и $E_{д} = E_{п.д.}$, поскольку капли дисперсной фазы движутся в насадке строго поступательно и исключен перенос частиц дисперсной фазы вихрями сплошной. Следовательно, неравномерность времени пребывания капель, или продольное перемешивание по дисперсной фазе, в противоточных центробежных экстракторах определяется единственно разницей сопротивлений движению капель в элементах насадки аппарата, то есть разницей их скоростей. Указанное обстоятельство дает возможность определять коэффициент продольного перемешива-

ния в дисперсной фазе центробежных экстракционных аппаратов по следующей методике.

Положим, что известно распределение размера капель на некотором радиусе R, а также аналитическая зависимость скорости капли от ее диаметра, физико-химических свойств контактируемых фаз и режимов работы аппарата. В этом случае оказывается возможным рассчитать дисперсию S^2 C-кривой в безразмерных координатах времени для некоторого участка аппарата ΔR. Рассмотрим некоторый участок аппарата ΔR, полагая, что капли в пределах этого участка не распадаются и не коалесцируют, а скорость капли диаметром d_v равна

$$\overline{V}_{\partial j} = \frac{1}{\Delta R} \int_{R}^{R+\Delta R} V_{\partial j}(R) dR.$$

Тогда концентрация трассера в безразмерных единицах на выходе участка ΔR определится как

$$C_j = \frac{n_j d_j^3}{\sum n_j d_j^3},$$

где n_j – число капель диаметром d_j на радиусе R; Σn_j – общее число капель на радиусе R. Для построения C-кривой значения абсцисс определятся из уравнения

$$t_j = \frac{\Delta R}{\overline{V}_{\partial j}}.$$

Рассмотрим два случая законов распределения капель:

1) Спектр капель представлен для уровня начала контактной зоны аппарата на $R = R_o$. По среднеинтегральным значениям скоростей для

участка ΔR подсчитывается $\overline{V}_{дj}$ и определяются величины C_j. Очевидно, данный случай соответствует рассмотрению модели с полубесконечным каналом при условии, что $\overline{V}_д = \text{const}, \overline{E}_д = \text{const}$. Дисперсия S_θ^2 С-кривой в безразмерных координатах времени будет связана с критерием Пекле $\left(\overline{Pe} = \frac{\overline{V}д\Delta R}{\overline{E}_д}\right)$ соотношением [250]

$$S_\theta^2 = \frac{\sum \overline{V}_{дj}^2 n_j d_j^3 \sum n_j d_j^3}{\left[\sum \overline{V}_{дj}^{-1} n_j d_j^3\right]^2} - 1 = \frac{2}{Pe}. \quad (6.26)$$

2) Спектр капель получен на некотором радиусе $R > R_o$. При этом рассматривается элемент ΔR аппарата бесконечной длины. Дисперсия S_θ^2 С-кривой в этом случае связана с критерием $\overline{Pe}$ соотношением

$$S_\theta^2 = \frac{\sum \overline{V}_{дj}^2 n_j d_j^3 \sum n_j d_j^3}{\left[\sum \overline{V}_{дj}^{-1} n_j d_j^3\right]^2} - 1 = \frac{2}{Pe} + \frac{8}{\overline{Pe}^2}. \quad (6.27)$$

Таким образом, если известен закон распределения капель в аппарате и скорость их движения, то по уравнениям (6.25) или (6.26) могут быть подсчитаны среднеинтегральные значения коэффициента продольного перемешивания, по которым находится вид функции $E_д = E_д$ (R).

Результаты исследования скорости движения капель по конической поверхности вращающегося ротора показали, что скорость капель по образующей конуса при отсутствии противотока описывается уравнением

$$V_к = 1{,}74\frac{\Delta\rho^{0,29}\sigma^{0,32}\omega^{0,36}R^{0,18}}{\rho_c^{0,62}d^{0,14}}(\cos\alpha)^{0,3}.$$

А проекция этой скорости на плоскость, перпендикулярную оси вращения, будет составлять

$$V'_к = 1{,}74\frac{\Delta\rho^{0,29}\sigma^{0,32}\omega^{0,36}R^{0,18}}{\rho_c^{0,62}d^{0,14}}(\cos\alpha)^{1,3} = A(R)\cdot d^{-0,14}.$$

Поскольку в аппаратах движение капель осуществляется также по конической поверхности вращения, то это уравнение будет правомерным для описания относительной скорости движения капель в экстракторе.

Для дальнейшего теоретического анализа принимаем $V'_к = V'_R$ с погрешностью 5%. Тогда с учетом скорости сплошного потока уравнение для радиальной составляющей скорости капли относительно ротора аппарата может быть записано в виде

$$V'_{дj}(R) = V'_{Rj}(R) - \frac{Q_c}{2\pi Rh[1-\varphi(R)]} \qquad (6.28)$$

или

$$V'_{дj} = \frac{1}{\Delta R}\int\left\{A(R)d_j^{-0,14} - \frac{Q_c}{2\pi Rh[1-\varphi(R)]}\right\}dR, \qquad (6.29)$$

где Q_c – нагрузка по сплошной фазе; h – ширина контактной зоны аппарата по нормали к радиусу аппарата; φ(R) – удерживающая способность дисперсной фазы на радиусе R.

Допуская, что скорость дисперсной фазы в аппарате определяется значением скорости капель среднеобъемного диаметра d, удерживаю-

щая способность φ(R) на радиусе R аппарата, как будет показано в работе [184], определится соотношением

$$\varphi(R) = 1 - \frac{\left(V_R + W_c - W_g\right) + \left[\left(V_R + W_c - W_g\right)^2 - 4V_R W_c\right]^{0,5}}{2V_R},$$

где V_R – проекция скорости среднего размера капель на образующую конуса при отсутствии противотока; W_c – фиктивная скорость сплошной фазы; $W_д$ – фиктивная скорость дисперсной фазы. Предварительные расчеты показали, что среднеинтегральное значение $\overline{Pe}$ не зависит от радиуса аппарата. Последнее объясняется, очевидно, тем, что с увеличением радиуса аппарата, с одной стороны, возрастает скорость капель, с другой – уменьшается дисперсия распыла.

По результатам предварительных расчетов значения S_θ^2 не превосходят величину $1 \cdot 10^{-3}$, а это означает, что коэффициентом продольного перемешивания, соответствующим вышеуказанным значениям S_θ^2, при расчете процессов массопередачи можно пренебречь.

Для окончательного решения вопроса о значимости коэффициента продольного перемешивания в уравнении диффузионной модели возникает необходимость нахождения $S_{\theta\max}^2$ в зависимости от физико-химических свойств контактируемых жидкостей и режимов работы аппарата. Для решения этой задачи оптимизации прежде всего должен быть выбран метод, который приводил бы к конечным результатам при наличии наименьшего объема информации об искомом решении.

Нами использован метод сканирования [301], который входит в группу безградиентных методов нелинейного программирования и

заключается в последовательном просмотре значений критерия оптимальности в ряде точек, принадлежащих области изменения независимых переменных, и нахождении среди этих точек такой, в которой критерий оптимальности имеет максимальное значение. Расчеты, связанные с определением $S^2_{\theta\max}$, проводились на ЭВМ. При этом принималось, что в сечении аппарата на радиусе R объем капли – величина нормально распределенная. При расчете $S^2_{\theta\max}$ по формуле (6.27) значения $\upsilon_j = \frac{\pi d_j^3}{6}$ варьировались в пределах $\overline{\upsilon} \pm 3\overline{S}$ с шагом, равным $0{,}5\overline{S}$. Пределы изменения независимых переменных – физико-химических свойств контактируемых фаз и режимов работы аппарата – приведены в табл. 6.1

Таблица 6.1

Физико-химические свойства исследуемых систем

$(Q_д+Q_c)\cdot 10^4$	$\sigma\cdot 10^3$, н/м	$h\cdot 10^3$, м	ω, 1/c	$\rho_д$, кг/м^3	ρ_c, кг/м^3	$Q_д/Q_c$
4,18	5-50	2,2-4,5	100-500	1000-1600	400-900	0,5-5

В результате решения поставленной задачи установлено, что $S^2_{\theta\max}$ не превосходит величины $1{,}49\cdot 10^{-3}$ (Pe ≈ 1350), что дает основание пренебречь им вследствие малости коэффициентов продольного перемешивания в дисперсной фазе центробежного экстрактора дифференциально-контактного типа.

6.6. Продольное перемешивание в сплошной фазе

Представленные выше исследования показали, что величиной коэффициента продольного перемешивания в дисперсной фазе центробежного экстрактора с волнообразной насадкой можно пренебречь. Однако предварительные исследования интенсивности продольного перемешивания в сплошной фазе вышеуказанного аппарата с использованием метода стационарного потока выявили наличие обратного заброса трассера, особенно значительного при высоких нагрузках по дисперсной фазе.

Оценка интенсивности продольного перемешивания в сплошной фазе центробежных экстракторов может быть проведена на основании однопараметрической диффузионной модели, при выводе которой можно постулировать следующее:

1) изменение концентрации субстанции – непрерывная функция координаты (радиуса аппарата);

2) концентрация субстанции в каждой точке сечения аппарата на радиусе R постоянна.

В результате рассмотрения приращения концентрации трассера в сплошной фазе некоторого j-го объема центробежного экстракционного аппарата выявлено, что уравнение диффузионной модели для сплошной фазы имеет вид

$$\frac{\partial X}{\partial t} = V_c(R)\frac{\partial X}{\partial R} + E_c(R)\frac{\partial^2 X}{\partial R^2}, \qquad (6.30)$$

где V_c (R) – скорость сплошной фазы в сечении аппарата на радиусе R, $V_c(R)=\dfrac{Q_c}{2\pi Rh[1-\varphi(R)]}$; E_c(R) – коэффициент продольного перемешивания на радиусе R, $E_c(R)=\dfrac{q_c\Delta R}{2\pi Rh[1-\varphi(R)]}$; q_c – обратный поток сплошной фазы; X – концентрация трассера в сплошной фазе. Записав уравнения материального баланса по трассеру для элементарных объемов в начале и в конце радиуса аппарата и приняв величину этих объемов, равных нулю, получим граничные условия для решения уравнения (6.30):

1) $V_c(R)X_{вх}=V_c(R)X+E_c(R)\dfrac{\partial X}{\partial R}$ при $R = R_{кон}$;

2) $\dfrac{\partial X}{\partial R}=0$ при $R = R_o$.

Очевидно, что начальные условия для уравнения (6.30) запишутся следующим образом:

1) $X = 0$ при $t < 0$; 2) $X \neq 0$ при $t > 0$.

Как уже указывалось ранее, значения коэффициента продольного перемешивания для аппаратов гравитационного типа и средняя скорость потоков постоянны по длине аппарата, что подтверждается опытным путем с помощью анализа выходных кривых при импульсном или ступенчатом возмущении.

Отметим, что для случая центробежных экстракционных аппаратов установить в явном виде связь между моментами статистической функции распределения трассера при нанесении импульсного или сту-

пенчатого возмущения и параметрами модели не представляется возможным, поскольку уравнение (6.30) не имеет общего решения, в силу того что неизвестен вид функции $E_c = E_c(R)$. Помимо этого, практическая реализация задания импульсного или ступенчатого возмущения на входе сплошной фазы в контактную полость аппарата, а также регистрация отклика на этот сигнал аппаратов центробежного типа крайне затруднительна. Поэтому для определения коэффициента продольного перемешивания в сплошной фазе центробежных экстракторов используем метод стационарного ввода трассера. В этом случае для определения интенсивности продольного перемешивания в сплошной фазе центробежных аппаратов уравнение (6.30) принимает вид

$$V_c(R)\frac{\partial X}{\partial R} = -E_c(R)\frac{\partial^2 X}{\partial R^2}. \qquad (6.31)$$

Следует отметить, что метод стационарного потока позволяет определить не коэффициент продольного перемешивания E_c, а его составляющую - обратное перемешивание $E_{тс}$. Однако при интенсивных гидродинамических режимах для аппаратов с внешним подводом энергии обратное перемешивание $E_{тс}$ имеет решающее значение, а второй составляющей продольного перемешивания $E_{пс}$, вызванной поперечной неравномерностью, можно пренебречь [297, 299].

Допустим, что при использовании вышеуказанного метода по результатам анализа концентрации трассера в сплошной фазе в ряде сечений по радиусу аппарата получено решение уравнения, например, как полином вида

$$X(R) = \sum d_i R^i .$$

Тогда при выполнении соответствующих граничных условий отношение $\frac{V_c(R)}{E_c(R)}$ получается непосредственно как $\frac{V_c(R)}{E_c(R)} = -\frac{\left[\sum d_i R^i\right]^{II}}{\left[\sum d_i R^i\right]^{I}}$.

Отметим, что значения функции $V_c = V_c(R)$ могут быть рассчитаны по расходу сплошной фазы и удерживающей способности дисперсной фазы в аппарате.

Нахождение зависимости коэффициента продольного перемешивания от ряда факторов (режимов работы аппарата, физико-химических свойств контактируемых фаз) в виде функции от критериев в рассматриваемом случае не представляется возможным, поскольку для центробежных экстракторов она неизвестна. Поэтому возникает необходимость организовать экспериментальные исследования так, чтобы каждый из выделенных параметров, который потенциально может влиять на процесс, был независимым управляемым переменным. В этом случае при использовании полного факторного эксперимента [302, 303] представляется возможным построить математическую модель процесса продольного перемешивания с проведением минимума экспериментальных опытов и установить значимость коэффициентов при независимых переменных.

Как уже указывалось, для математического описания коэффициента продольного перемешивания в сплошной фазе использован полный факторный эксперимент 2^n (где n – число независимых параметров), позволяющий найти раздельные оценки коэффициентов в уравнении регрессии

$$У = в_o + \sum в_i X_i + \sum в_{ij} X_i X_j \,. \qquad (6.32)$$

В качестве независимых переменных нами приняты следующие параметры:

$$\overline{X}_1 = \frac{Q_с}{Q_д}; \overline{X}_2 = \omega; \overline{X}_3 = h; \overline{X}_4 = \frac{\mu_д}{\mu_с}; \overline{X}_5 = \frac{\Delta\rho}{\vartheta_с}; \overline{X}_6 = \sigma; \overline{X}_7 = Q_с,$$

где $Q_д$ и $Q_с$ – нагрузка по дисперсной и сплошной фазам соответственно; ω - угловая скорость ротора; h – ширина контактной зоны по нормали к радиусу аппарата; $\mu_{g,}$, μ_c – вязкость дисперсной и сплошной фаз соответственно; ρ_g, ρ_c – плотность дисперсной и сплошной фаз соответственно; σ - межфазное натяжение. При планировании эксперимента проведем преобразование независимых переменных $\overline{X}_i$ к безразмерному виду $X_i = \frac{2\overline{X}_i - \left(\overline{X}_{i\max} + \overline{X}_{i\min}\right)}{\overline{X}_{i\max} - \overline{X}_{i\min}}$, что дает возможность легко построить ортогональную матрицу планирования и значительно облегчить дальнейшие расчеты, так как в этом случае верхние и нижние уровни варьирования в относительных единицах будут равны соответственно +1 и -1.

Однако на первом этапе исследований представляет несомненный интерес реализация не полного факторного эксперимента, а дробных реплик от него, поскольку возникает необходимость в приближенной линейной аппроксимации изучаемого явления при минимальном количестве экспериментов, что позволит в нашем случае выделить доминирующие из семи взятых под подозрение параметров. Выбираем две дробные реплики 2^{7-4} с генерирующими соотношениями: $X_4 = -X_1X_2$; $X_5 = -X_1X_3$; $X_6 = -X_2X_3$; $X_7 = -X_1X_2X_3$; $X_4 = X_1X_2$; $X_5 = X_7X_3$; $X_6 = X_2X_3$; $X_7 = X_1X_2X_3$. Матрица планирования 2^{7-4} с указанными ге-

нерирующими соотношениями составлена по методике, изложенной в работе [303].

Экспериментальные исследования по определению численных значений коэффициентов продольного перемешивания в экстракторе проводились также на аппарате, представленном на рис. 6.4. Подача трассера в рабочую полость ротора осуществлялась через вертикальную щель шириной 0,5 мм на радиусе 78 мм. Сплошная фаза отбиралась из аппарата на радиусе 89,6; 100,2; 111,8 и 124,4 мм и отводилась в четыре расположенных один над другим кармана приемного коллектора. Количество отбираемой в процессе эксперимента сплошной фазы регулировалось положением подвижного устройства.

Непосредственному проведению опытов при заданных ширине щели контактной зоны аппарата, числах оборотов ротора и нагрузках по фазам предшествовало регулирование уровня раздела фаз в сепарационной зоне аппарата и регулирование количества отбираемой на анализ сплошной фазы. При этом количество отбираемой на анализ сплошной фазы составляло $3 \cdot 10^{-2}$ л/ч. Подача трассера (водного раствора метилена голубого) и подача сплошной фазы (воды) относились в опыте, как 1:15.

Результаты исследований показали, что спустя 5-6 мин после ввода трассера в аппарат распределение концентраций трассера в потоке сплошной фазы соответствует условиям стационарности, то есть $\frac{\partial x}{\partial t} = 0$. Через 10 мин работы аппарата в условиях стационарного режима проводился отбор проб для анализа концентраций трассера в сплошной фазе в указанных выше точках отбора. Эксперименты про-

водились на системе вода с добавками (сплошная фаза) – четыреххлористый углерод с добавками (дисперсная фаза). В качестве трассера использовался водный раствор метилена голубого (х = 0,5 г/л), анализ концентрации которого в сплошной фазе проводился на фотоэлектрокалориметре ФЭК-56.

Изменение физико-химических свойств контактирующих фаз в диапазоне, характерном для процессов жидкостной экстракции, достигалось добавкой в воду глицерина (для изменения вязкости сплошной фазы) и добавкой керосина и автола в четыреххлористый углерод для изменения плотности и вязкости дисперсной фазы. Изменение межфазного натяжения в процессе реализации матрицы дробных реплик 2^{7-4} обеспечивалось добавкой в сплошную фазу поверхностно-активного вещества стирального порошка «Новость».

Результаты анализа на содержание метилена голубого в сплошной фазе в точках отбора [решение уравнения (6.31)] для каждого опыта описывались уравнением $\ln X = \sum \alpha_i R^i$. При этом рассматривали случай, когда степень многочлена i заранее неизвестна и определяется наряду с коэффициентами α_i по заданной выборке. При такой постановке задачи уравнение регрессии (6.32) устанавливалось путем последовательных уточнений [304]. В качестве критерия прекращения вычислений рассматривалась дисперсия

$$D_i = \frac{1}{m_i - i - 1} \sum_{1}^{m_1} \left(\ln X_i - \alpha_o - \alpha_1 R .... - \alpha_i R^i \right)^2 ,$$

где m_i – число результатов наблюдений, $m_i = 5$. Увеличение степени i прекращалось, как только D_{i+1} переставало быть значимо меньше

D_i. Значимость различия между D_{i+1} и D_i проверялась по критерию Фишера.

Выполненная на ЭВМ программа поиска оптимальной степени полинома (6.32) показала, что для рассмотренных случаев линейное описание экспериментальных данных в координатах lnX – R является оптимальным, то есть

$$\ln X = \alpha_o - \alpha_1 R \quad \text{или} \quad X = X_o e^{-\alpha_1 R_i}.$$

Как следует из (6.31),

$$У = \frac{V_c(R)}{E_c(R)} = -\frac{\left[X_o e^{-\alpha_1 R}\right]^{II}}{\left[X_o e^{-\alpha_1 R}\right]^{I}} = +\alpha_1.$$

Таким образом, дальнейшая задача свелась к нахождению функции У в зависимости от физико-химических свойств контактируемых фаз и режимов работы аппарата. Тангенс угла наклона прямой в координатах lnX – R заносился в соответствующую графу составленной матрицы планирования. Поскольку У носит случайный характер, в каждой точке факторного пространства проводилось $K_1 = 3$ опытов, и результаты наблюдений соответственно усреднялись.

Известно, что реализация первой дробной реплики 2^{7-4} позволяет найти коэффициенты регрессии $в'_1.....в'_7$, которые будут совместимы оценками [303]. Реализация второй дробной реплики 2^{7-4} также позволяет найти лишь совместно оценки $в''_1.....в''_7$ для коэффициентов регрессии. Взяв среднюю из сумм для первой и второй системы совместных оценок

$$\hat{a}_1' + \hat{a}_1'' = 2\hat{a}_1;$$
$$\text{.......................} \qquad , \tag{6.33}$$
$$\hat{a}_7' + \hat{a}_7'' = 2\hat{a}_7$$

мы получим коэффициенты $в_1$…….$в_7$, которые будут уже оценками линейных членов уравнения регрессии. Для получения совместных оценок для коэффициентов регрессии $в_i'$ и $в_i''$ использовались формулы

$$в_i' = \frac{\sum_{N=1}^{8} X_i \overline{У}'}{8}; \qquad в_i'' = \frac{\sum_{N=1}^{8} X_i \overline{У}''}{8}.$$

После определения коэффициентов $в_i'$ и $в_i''$ находились коэффициенты при линейных членах $в_i$ по формуле (6.33). Значения коэффициентов $в_i$, $в_i'$ и $в_i''$ приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Значения коэффициентов $в_i$, $в_i'$ и $в_i''$

i	0	1	2	3	4	5	6	7
$в_i'$	42,40	28,50	-4,20	3,25	-0,10	2,20	0,10	-0,35
$в_i''$	41,25	27,55	-11,38	2,38	-10,50	-1,63	-0,75	-0,38
$в_i$	41,83	28,03	-7,79	2,81	-5,30	0,29	-0,33	-0,36

После определения коэффициентов регрессии для линейных членов $в_i$ проверялась гипотеза о значимости этих коэффициентов (проверка нуль-гипотезы $в_i = 0$). Проверку гипотезы выполняли с помощью критерия Стьюдента, который при проверке нуль-гипотезы формули-

руется следующим образом [302]: $t'_i = \frac{[в_i]}{S\{в_i\}}$, где $S\{в_i\}$ - дисперсия ошибки определения коэффициента$в_i$ при полном и дробном факторном планировании.

В нашем случае $S^2\{в_i\} = \frac{\sum_1^N S_1^2}{N^2 K_1} = 0{,}447$, где N = 16 – число точек факторного пространства, в которых проводился эксперимент. Для рассматриваемого случая, то есть при числе степеней свободы ν' = N·(K_1 – 1) = 32 и уровне значимости q_1 = 5% значение $t'_{кр} = 2{,}03$.

Выполненные расчеты значений для каждого коэффициента уравнения регрессии $в_i$ показали, что для $в_5$, $в_6$, $в_7$ $t'_i < t'_{кр}$. Очевидно, эти коэффициенты следует признать незначительными, а переменные X_5, X_6, X_7 не имеют функциональной связи с параметром $У = \frac{V_c(R)}{E_c(R)}$. Таким образом, планирование 2^7 возможно заменить планированием 2^4 и тем самым резко сократить число экспериментов.

Использование матрицы планирования 2^4, которая получена путем смешения двух дробных реплик 2^{7-4}, позволяет не проводить дополнительных экспериментов для определения коэффициентов в уравнении регрессии

$$У = \frac{V_c(R)}{E_c(R)} = в_o + \sum_{i+1}^{4} в_i X_i + \sum_{i<j}^{4} в_{ij} X_i X_j \ .$$

После определения коэффициентов регрессии гипотеза о значимости этих коэффициентов проверена с помощью критерия Стьюдента.

С учетом значимых коэффициентов уравнение регрессии, описывающее связь выходного параметра У и переменных, приняло вид

$$У = \frac{V_c(R)}{E_c(R)} = 41{,}8 + 28X_1 - 7{,}8X_2 + 2{,}8X_3 - 5{,}2X_4 - 5{,}3X_1X_2 + 2X_1X_3 - 3{,}7X_1X_4 \left[\frac{1}{м}\right]. \quad (6.34)$$

Выполненная оценка отклонений величины У, рассчитанной по уравнению регрессии (6.34), от экспериментально полученной в точках факторного пространства показала удовлетворительную сходимость результатов (±8%).

Глава 7. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКЦИОННЫХ АППАРАТАХ

7.1. Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах

Основная тенденция развития промышленных аппаратов - увеличение единичной производительности и интенсификация массообменного процесса. Однако существующие способы повышения эффективности аппаратов не позволяют значительно повысить их производительность и эффективность. Предлагаемые новые и усовершенствованные аппараты в большинстве случаев увеличивают производительность в пределах 5÷10% .

Анализ имеющихся данных по способам повышения интенсивности массообмена показал, что многие конструкции центробежных экстракторов достигли определенного «насыщения» интенсивности процесса массопередачи. Интенсификация процессов в аппаратах решается в основном за счет совершенствования конструкции аппарата, усложнения конструкции насадочных элементов путем добавления различных контактных элементов с целью придания двухфазному потоку локальных колебаний, пульсаций, вращательных и сложных винтообразных (спиралевидных) движений одной из фаз или увеличения количества редиспергирований контактирующих жидкостей.

Использование внешней кинетической энергии для придания насадочным элементам или непосредственно потоку механических колебаний, пульсаций, вихревых движений, в том числе с использованием

пневматических, электромагнитных, электростатических и ультразвуковых устройств, для центробежного аппарата не нашло широкого применения из-за экономической целесообразности. В общем случае эффективность массообмена фаз зависит от следующих параметров:

1) диспергирование, многократное редиспергирование фаз;

2) организация структуры потоков конструктивными элементами насадочных устройств;

3) гидродинамические параметры потоков;

4) физико-химические свойства систем.

Первый и второй факторы полностью составляют внутренние задачи проектирования конструкций насадочных устройств, в которые частично входят и гидродинамические параметры (п. 3). К внешним задачам относятся 3-й и в основном 4-й параметры. Наибольший интерес для исследования представляют внешние задачи.

Соответственно интенсификация процессов массообмена выполнялась с учетом следующих факторов:

• совершенствование способов осуществления контакта фаз (турбулентное взаимодействие, многократное редиспергировании фаз);

• повышение скорости относительного движения контакта фаз;

• использование нестационарных режимов межфазного обмена, обеспечивающих достижение высоких мгновенных значений коэффициентов массопередачи;

• использование неравновесных систем с большим температурным и концентрационным градиентами;

• проведение процессов массообмена в условиях гидродинамической неустойчивости межфазной поверхности;

• увеличение удерживающей способности, поверхности контакта фаз и увеличение нагрузки «захлебывания»;

• проведение процесса массообмена в режиме с регулярной нестационарностью;

• ведение процесса массообмена при рециркуляции фаз и введение растворителя циклично малыми дозами;

• создание условий для термодиффузии (проведение процесса экстракции при повышенной температуре);

• повышение массоотдачи за счет повышения давления и т.д.

Собственно интенсификация процессов массопереноса в двухфазных потоках достигается путем создания определенных условий обтекания капель несущей средой при наложении различных возмущений внешними кинетическими условиями. Известно, что часто производительность, эффективность и энергозатраты различных типов аппаратов в решающей степени зависят от локальных гидродинамических характеристик взаимодействия фаз, определяющих структуру двухфазного потока аппарата. Закономерно, что при исследовании и совершенствовании конструкции массообменных аппаратов для создания рациональной организации потоков необходимы знания не только о закономерностях массопереноса, но и о локальных гидродинамических процессах в элементах насадки используемого типа аппарата.

Наряду с решением «макрозадач» при разработке конструкции аппаратов в настоящее время определяется значительность вклада таких элементарных процессов, как дробление капель, полидисперсность, неравномерность микроциркуляции и стесненность потока капель в насадных элементах аппарата, а также влияние условий обтека-

ния капель несущей средой и их участие в сложном движении потока и явлений диффузионного характера, обусловленных локальными флуктуациями капель в элементах насадок.

В конечном итоге интенсификация процесса массообмена осуществляется за счет рациональной скорости и турбулизации контактирующих фаз, обеспечения условий ускоренного обновления контактной поверхности частиц (капель) со свежим реагентом, то есть за счет создания условий для наиболее благоприятного интенсивного контакта частицы дисперсной фазы со сплошной средой [148, 205-309].

Решение вопросов интенсификации процесса экстракции предопределяет постановку задач оптимизации и унификации контактной (насадочной) зоны центробежного аппарата с целью обеспечения проведения экстракционного процесса при наиболее благоприятных условиях (рациональное использование внутрироторного пространства, минимальные гидравлические потери при движении потоков в межнасадочном пространстве, при интенсивном взаимодействии контакта фаз и значительном увеличении пропускной способности контактных элементов). К тому же отсутствие кинетических закономерностей процессов для целого ряда устройств вызывает необходимость экспериментального исследования процессов массообмена и уточнения имеющихся расчётных зависимостей для определения геометрических размеров насадочной зоны центробежных аппаратов.

Основным условием интенсификации процесса в центробежном аппарате является увеличение пропускной способности центральной части центробежного ротора, где наименее интенсивное поле действия центробежных сил, что является наиболее существенным недостатком

безнапорного центробежного аппарата, вызывающим увеличение диаметра аппарата или его высоты.

Избежать этого недостатка можно следующим образом:

• изменением геометрических размеров насадочных элементов по направлению радиуса аппарата;

• профилированием контактной зоны аппарата согласно постоянству потока из условия постоянства радиальной скорости двухфазного потока:

$$f_{R_o} = f_{R_i} = f_{R_{i+1}} = \text{const};$$

• максимальной интенсивностью взаимодействия за счёт увеличения относительных скоростей фаз:

$$\frac{\Delta Ug_{R_o}}{\Delta Wc_{R_o}} = \frac{\Delta Ug_{R_i}}{\Delta Wc_{R_i}} = \text{const};$$

• приданием контактным устройствам одинаковой интенсивности взаимодействия потоков в центробежном поле для секционированных насадок с индивидуальным приводом:

$$\omega_в^2 R_в = \omega_i^2 R_i = \omega_o^2 R_o = \text{const}.$$

Создание оптимальной структуры потоков в насадочной зоне определяется конкретными требованиями к проведению процесса экстракции: необходимым временем общего контакта, временем массопереноса в фазах, соответствующими условиями турбулизации. Например, для легкоэмульгирующих и трудноразделимых систем турбулизация вообще стоит под вопросом. Иногда необходимо, чтобы диспергирующие устройства обеспечивали максимальную скорость выхода жидкости, максимальный распыл за счёт изменения профиля или угла

закрутки канала и в случае необходимости создавали минимальный диаметр дисперсной фазы, максимальную поверхность контакта фаз, а также обеспечивали образование капли в среде с минимальной плотностью (в воздухе) и минимальный путь образовавшейся капли до поверхности контакта её с жидкой средой. При наличии концевого эффекта (спонтанной конвекции фаз) целесообразно, наоборот, чтобы сопло входило в слой сплошной фазы. Тогда необходимо для увеличения эффективности массообмена в момент диспергирования придать элементам насадки вибрацию или пульсации подачи фаз, что создаёт оптимальные условия для увеличения турбулентности потока и создания нестационарной массопередачи.

Элементы насадок должны при высокоэффективном проведении процесса массообмена иметь минимальные геометрические размеры, с тем чтобы наиболее полно было использовано внутрироторное пространство. Известно, что для легкоэмульгирующих систем предпочтительно создание более мягких условий при сохранении высокоинтенсивного процесса массообмена, тогда наиболее благоприятными условиями является рециркуляция фаз (полная или частичная рециркуляция одной из фаз). Данное условие выполняется за счет введения в контактную зону насадок отсосных трубок (неподвижных или с меньшей скоростью вращения). Приданием отсосным трубкам возвратно-поступательного движения можно способствовать процессу массообмена в нестационарном режиме, который обеспечивает максимальную эффективность массообмена за счет колебания подаваемого объема фаз, изменения как расхода, так и уровня раздела фаз. Иногда целесообразно проведение процесса массообмена при повышенной темпера-

туре в случае наличия термодиффузии (процесс может осуществляться с предварительно подогретыми контактирующими жидкостями или с обеспечением нагрева корпуса аппарата).

Таким образом, в фактор оптимизации контактной зоны аппарата входят следующие основные величины:

- изменение высоты насадочной зоны по направлению радиуса;
- постоянство удерживающей способности;
- оптимальность гидравлических условий движения фаз;
- создание условий для радикальной интенсивности взаимодействия фаз.

Все названные факторы в конечном итоге обеспечивают идентичность гидродинамических, гидравлических и массообменных условий образования капель, режим их движения и взаимодействия со сплошной фазой, что, в свою очередь, создает благоприятные условия для образования устойчивых капель в контактной зоне аппарата и позволяет значительно облегчить технологические расчёты аппаратов.

Решению проблемы интенсификации посвящен данный раздел. В качестве объектов исследования взяты базовые образцы разнообразных конструкций безнапорных центробежных экстракторов дифференциально-контактного типа. Весь процесс экстракции в аппарате, подвод и отвод контактирующих потоков исследовался по отдельным этапам процесса - от прохождения жидкостей из напорных емкостей до выхода из аппарата. Проведено исследование по определению влияния значимых параметров на процесс массообмена и эффективности экстрактора и характерных особенностей влияния элементов кон-

струкций насадочных устройств на структуру и гидросопротивление радиальных потоков.

7.2. Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов

Центробежным аппаратам с плоскоцилиндрическим ротором присущи следующие особенности структуры потоков во внутрироторном пространстве, в радиальном направлении. Под структурой двухфазных потоков мы рассматриваем общую совокупность ингредиентов, обеспечивающих режим движения радиальных потоков через элементы насадок в контактной зоне ротора, в зависимости от конструктивных особенностей насадок:

1) изменение площади поперечного сечения аппарата от центра к периферии, что ведет к неравномерности загрузки рабочего объема аппарата;

2) лимитирующей для предельной загрузки аппарата является центральная его часть контактной зоны ротора для радиальных потоков;

3) изменение скоростей движения потока частиц и сплошной фазы по направлению радиуса, что усложняет технологический расчет аппарата;

4) изменение удерживающей способности и поверхности контакта фаз по направлению радиуса ротора;

5) зависимость коэффициента массопередачи от радиуса [2].

Следовательно, в целом структура потоков, реализованная в центробежных аппаратах, несмотря на высокоэффективные конструкции контактных элементов насадок, далека от совершенства.

Исходя из вышеизложенного рассмотрим более подробно влияние геометрических, физико-химических и гидродинамических параметров на интенсивность массообмена в роторе центробежного аппарата.

Все многообразие центробежных аппаратов по наиболее общему признаку можно разделить на напорные и безнапорные, которые, в свою очередь, могут быть безнасадочными и насадочными. В общем случае движение потока фаз осуществляется путем истечения одной или двух фаз через сопла и отверстия перфорированных цилиндров, круговые щели и отверстия различных насадок, движения фаз в межнасадочных элементах и камерах при последовательном или одновременном диспергировании или коалесценции одной из фаз в потоке другой. Соответственно весь сложный поток можно представить в виде элементарных актов, осуществляемых в элементах насадок центробежного аппарата:

- истечение одной или двух фаз как в направлении радиуса ротора, так и в направлении оси аппарата, то есть $\alpha = 0° - 90°$ движения двухфазного потока (одна в виде капель или струй, другая в виде сплошного потока), как в направлении радиуса ротора, так и в направлении оси между элементами насадок;

- однократное или многократное редиспергирование одной или обеих фаз и последующая сепарация их.

Наряду с другими определяющими факторами, влияющими на процесс массообмена, такими как структура потока, скорость фаз,

размеры частиц, время и поверхность контакта фаз, существенным также является наличие и величина присоединенной массы и форма следа частиц при движении ее в сплошной среде.

В конечном итоге вышеперечисленные меры по интенсификации процесса массообмена приводят к значительному уменьшению «присоединенной массы» и «следа» частицы (турбулизации её движения). Создаются условия для уменьшения влияния присоединенной массы частиц за счет интенсивной турбулизации потоков и уменьшения пути движения капель между насадочными элементами.

Разработка более совершенных конструкций аппаратов и увеличение интенсивности их работы за счет придания насадочным элементам или потоку фаз сложных движений, наложения вращательного, винтообразного или зигзагообразного движения потоков в сочетании с пульсацией приводят не только к повышению их эффективности, но и к значительному усложнению насадок, увеличению металлоемкости, гидросопротивления насадок и соответственно энергозатрат.

С этой точки зрения в целях интенсификации процессов массообмена наиболее доступным и приемлемым выходом является использование аппарата центробежного типа. В центробежном аппарате практически может быть достигнута наибольшая интенсивность массообмена за счет значительно больших скоростей фаз под действием центробежных сил. Однако усложнение взаимосвязей основных параметров, влияющих на производительность и эффективность работы центробежных экстракторов, вызывает необходимость обобщения результатов исследований на основе поэлементного анализа протекающих в них процессов.

7.3. Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах

Имеющиеся эмпирические зависимости по определению гидродинамических и массообменных характеристик процесса экстракции в центробежных аппаратах применимы только для исследованных типов насадок, поэтому каждый раз возникает необходимость проведения экспериментальных исследований по определению оптимальных характеристик новой насадки. Соответственно представляется, на наш взгляд, целесообразным обобщить выявленные закономерности движения потоков в центробежных аппаратах с целью определения расчетной зависимости, включающей в себя совокупные требования к оптимизации структуры потоков с точки зрения энергетических, гидродинамических, гидравлических, массообменных и конструктивных параметров процесса, присущих многим центробежным аппаратам. Рассмотрим движение (противоточное) фаз в контактной зоне центробежного аппарата с точки зрения повышения эффективности массообмена.

Проведем анализ основных параметров, влияющих на эффективность массопередачи: удерживающей способности, поверхности контакта фаз, скорости движения обеих фаз (режим течения потоков), размера частиц дисперсной фазы и потери напора потоков при прохождении их во внутрироторном пространстве центробежного аппарата в радиальном направлении.

Движение потоков в плоскоцилиндрическом роторе центробежного аппарата (рис.7.1) можно рассматривать аналогично движению по-

токов в диффузоре гравитационной насадки [310-312] (рис. 7.2), которая имеет относительно большие гидравлические потери (в среднем коэффициенты $\mu_c = \mu = 0{,}45$ и $\xi = 4$). Для рассмотрения выбираем наиболее оптимальные конструкции насадок: коническую (рис. 7.2, поз. 9), сходящуюся форму и сопло Лаваля (рис.7.2, поз. 7), то есть типа конфузора.

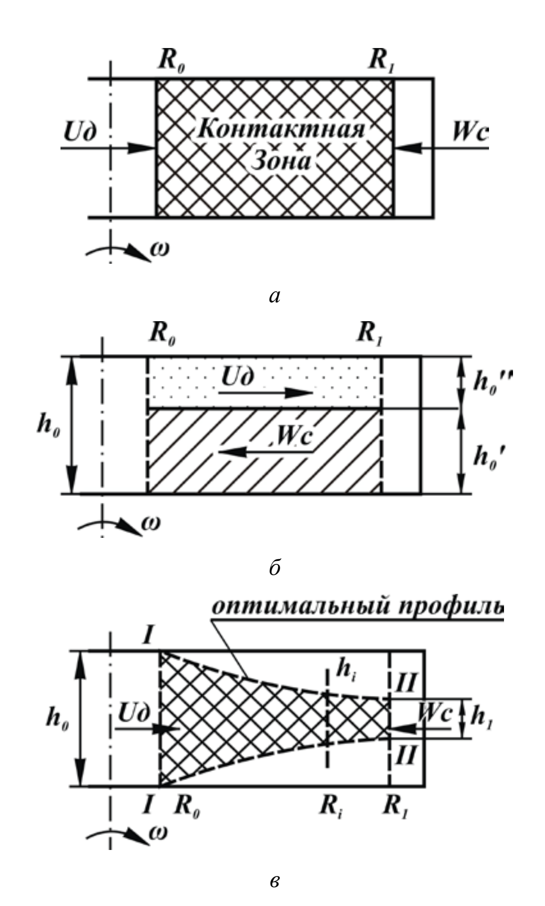


Рис. 7.1. Движение радиальных потоков в центробежном экстракторе: а – схема аппарата; б – схема движения жидких фаз; в – отностиельный профиль ротора

Имеем несколько случаев движения потоков в плоскоцилиндрическом роторе с различными видами насадок. Например, для безнасадочного ротора плоскоцилиндрической формы ($\alpha_1 = 0$) проходное сечение насадки растёт с увеличением радиуса (рис. 7.2, поз. 8), то есть имеем тип расширяющейся насадки.

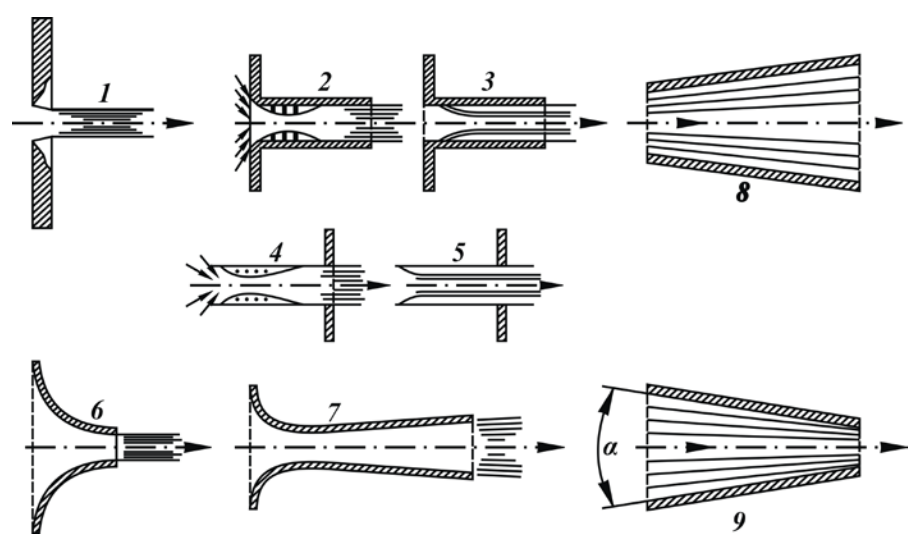


Рис. 7.2. Истечение жидкостей из отверстий и насадок: 1, 4 и 5 - отверстия в тонкой стенке; 2 и 3 - цилиндрическая насадка; 6 - конфузор; 7 - сопло Лаваля; 8 - диффузор; 9 - коническая насадка

Соответственно, изменяя угол раствора от 0 до 180°, получим различного вида насадки: от расширяющейся при $\alpha_1 = 0°$ и до случая истечения жидкостей в осевом направлении через плоскую цилиндрическую щель (при $\alpha_1 = 90°$).

Форма плоскоцилиндрического ротора центробежного аппарата для радиально направленных потоков представляет собой, с одной стороны, расширяющуюся насадку для потока, направленного от центра к периферии, и, с другой - сужающуюся насадку для потока, направленного от периферии к центру, то есть имеет разные гидравлические характеристики для потоков. К тому же, следует отметить, что наименьшее проходное сечение насадки приходится на наименьшие центробежные силы давления. Исходя из особенностей течения радиальных потоков в центробежном аппарате проведем исследование зависимости формы насадки от структуры потоков в радиальном направлении. Учитывая, что гидродинамические, гидравлические закономерности также присущи радиальным потокам (так как, как правило, ротор снабжается радиальными перегородками), то влиянием сил Кориолиса можно пренебречь и движение потоков можно принять радиальными. Однако оптимальный угол раствора для гравитационной насадки (конфузора), равный 13° [313], не будет соответствовать радиальному потоку в насадке центробежного экстрактора, так как наличие центростремительного ускорения способствует с увеличением радиуса росту скорости потока. Тогда согласно условию неразрывности потока сечение его с изменением радиуса будет также меняться. Следовательно, оптимальный угол будет несколько отличаться от значения величины 13° в зависимости от числа оборотов ротора и скоростей фаз.

Итак, движение потоков в плоскоцилиндрическом роторе центробежного аппарата аналогично движению потоков в конфузоре грави-

тационной насадки [314], которая имеет относительно большие гидравлические потери.

Представляется целесообразным определить применимость данных рекомендаций для насадки, работающей в условиях наложения воздействия на поток поля центробежных сил (имеется в виду воздействие его на поток, движущийся в направлении радиуса ротора), интенсивность которого изменяется с изменением радиуса. Таким образом, подлежат учету три составляющие угла наклона насадки:

$$\alpha = \alpha' + \alpha'' + \alpha''', \qquad (7.1)$$

где α' - коническая сходящаяся насадка для гравитационного поля; α'' - цилиндрическая насадка для центробежного поля, обеспечивающая равенство сечений канала для плоскоцилиндрического ротора; α''' - угол, обеспечивающий соответствие профиля потока в насадке (сопле).

Принимая во внимание особенности течения жидкостей в центробежном аппарате и используя аналогию с насадками для гравитационного поля, определим оптимальный угол раствора элементов для центробежного аппарата следующим образом. Для гравитационного поля, исходя из гидродинамического режима истечения жидкостей через различного вида насадки, установлено [314], что наиболее благоприятным для режима истечения жидкостей является коническая сходящаяся насадка с углом конусности $\alpha' = 13°$, коэффициент скорости которой равен 0,97, а коэффициент расхода - 0,95. Для определения второй составляющей угла раствора необходимо определить α'' - ве-

личину угла, обеспечивающего равенство сечений потока в сечениях I-I и II-II (рис. 7.1-в).

Согласно данному условию принимаем

$$2\pi R_o h_o = 2\pi R_1 h_1, \qquad (7.2)$$

откуда

$$h_o = h_1 \left(\frac{R_1}{R_o} \right) \qquad (7.3)$$

или

$$tg\alpha_1'' = \frac{(h_o - h_1)}{2(R_1 - R_o)} \ , \qquad (7.4)$$

Подставляя в формулу (7.4) значение h_o из выражения (7.3), получим

$$tg\alpha_1'' = \frac{\left(\frac{R_i h_i''}{R_o} - h_i'' \right)}{2(R_i - R_o)} = \frac{h_i''}{2R_o} \, . \qquad (7.5)$$

Согласно имеющимся данным [6, 7, 15-18], в центробежном поле при истечении жидкостей через цилиндрические сопла и распылители замечено, что при длине цилиндра более 3 мм происходит отрыв струи от стенок сопла, то есть при дальнейшем движении жидкость не заполняет сечение сопла полностью. Это происходит за счет изменения (возрастания) центробежной силы, действующей на текущую в канале сопла жидкость. Следовательно, к условию цилиндрической насадки необходимо добавить условие соответствия угла конусности профилю потока жидкости в насадке. Для упрощения считаем, что сечение потока уменьшается пропорционально увеличению скорости (рис. 7.2, поз. 9). В данном случае потери скорости на трение при движении по

конусу минимальны, и в расчете ими пренебрегаем. Согласно этому запишем из условия неразрывности

$$U_{R_o} f_{R_o} = U_{R_2} f'''_{R_2} = U_{R_i} f'''_{R_i} = const\,, \qquad (7.7)$$

где f''' - сечение струи; f – сечение канала из условия равенства сечений канала; U_{R_o} и U_{R_i} - скорость жидкости на радиусах R_o и R_i.

Скорость в сечении I-I (рис. 7.2, поз. 9) можно взять как отношение расхода тяжелой жидкости к площади сечения I-I, тогда скорость в сечении II-II определим из следующих соображений. Ввиду того что нас интересует качественная картина истечения, а не количественная его сторона, то будем исходить из двух предпосылок:

1) В случае однофазного истечения жидкости из цилиндрической насадки в центробежном поле, как отмечено выше, происходит отрыв струи от стенок и после 2-3 мм происходит свободное течение с ускорением $\omega^2 R$, то есть сечение струи изменяется пропорционально значению радиуса:

$$f'''_i = f_o \frac{U_{R_o}}{U_{iиис} \cdot R_i} \text{ и } h'''_i = h_o \frac{R_o}{R_i} \div \frac{U_{R_o}}{U_{R_i}}, \qquad (7.8)$$

где $f_o = 2\pi R_o h_o$, $f'''_i = 2\pi R_i h'''_i$, h'''_i - высота потока жидкости на R_i радиусе.

Когда насадка выполнена в виде плоскопараллельного ротора, то к выражению (7.8) добавится геометрический фактор - постоянство сечения по направлению радиуса:

$$2\pi R_o h_o = 2\pi R_1 h_1 = 2\pi R_i h''_i = const. \qquad (7.9)$$

Отсюда следует, чтобы выполнить это условие «цилиндричности», необходимо изменять высоту проходного сечения по зависимости

$$h_i'' = \frac{R_o h_o}{R_i}. \qquad (7.10)$$

В итоге мы имеем две составляющие угла раствора α_1, которые будут определяться из соотношения

$$(h_i)_I = h_i'' + h_i''' = h_o\left(\frac{R_o}{R_i}\right)\left(1 + \frac{U_i}{U_{R_i}}\right),$$

откуда

$$tg\alpha_1 = 0{,}5h_o \frac{\left[1 - \left(\frac{R_o}{R_i}\right)\left(1 + \frac{U_{R_o}}{U_{R_i}}\right)\right]}{(R_i - R_o)}. \qquad (7.11)$$

Следовательно, оптимальный угол раствора насадки (контактной зоны ротора) для однофазного истечения жидкости под действием центробежного поля будет равен

$$tg\alpha = \frac{h_o}{(R_i - R_o)}\left[1 - \left(\frac{R_o}{R_i}\right)\left(\frac{U_{R_o}}{U_{R_i}}\right)\right] + 0{,}23, \qquad (7.12)$$

где $tg\alpha' = tg\,13° = 0{,}23$.

2) В случае двухфазного истечения жидкостей рассмотрим плоскоцилиндрический ротор дифференциально-контактного экстрактора как насадку с противоточным движением в ней двух фаз. Для качественной оценки используем следующие данные.

Учитывая, что скорость движения дисперсной фазы на порядок больше по величине скорости движения сплошной фазы, считаем, для

нашего случая уменьшение скорости U_2 незначительно, что подтверждается как экспериментальными, так и литературными данными [18]. Отсюда можно считать, что не занятая струей полость насадки будет просто заполнена другой фазой. Следовательно, выводы по первому случаю можно использовать и для второго случая, внося соответственно поправку на скорость в сечении II-II (рис. 7.2, 9) в уравннии (7.12). Получим

$$tg\alpha = \frac{h_o}{\left(R_i - R_o\right)}\left[1 - \left(\frac{R_o}{R_i}\right)\left(1 + \frac{U_1}{U_{bcn} - W}\right)\right] + 0{,}23. \qquad (7.13)$$

Выражение (7.13) и будет гипотетичным предложением изменения высоты проходного сечения внутрироторного пространства для радиальных двухфазных потоков с точки зрения рациональной формы гидравлической насадки. Однако это условие не является оптимальным с точки зрения массоотдачи и эффективности работы центробежного экстрактора. Оптимальное профилирование возможно только с учетом данных факторов.

Для качественной оценки состояния потоков используем уравнение Бернулли, значение потенциальной и кинетической энергии потока, приходящейся на единицу веса жидкости и отнесенной к условной цилиндрической поверхности центробежного аппарата. При наличии противотока фаз, движущихся в радиальном направлении, действие силы Кориолиса пренебрежимо мало, а значение величины давления на внутренней поверхности жидкостного кольца $P_Д = 0$. Тогда, отбрасывая постоянные члены в уравнении (1.51), после преобразования

получим функциональную зависимость для фактора эффективности (без учета вклада массоотдачи):

$$\Phi \sim f\ (\Delta R,\ R,\ \mu',\ W_с \text{ и } U_д). \tag{7.14}$$

Обработка экспериментальных данных по истечению жидкостей показывает, что величины ΔR и μ' зависят от одних и тех же влияющих параметров и являются взаимосвязанными величинами:

$$\Delta R = C_3 - C_4\mu' - C_5\left(\frac{Q_т}{Q_л}\right)^{0,83}, \tag{7.15}$$

поэтому одну из этих величин можно исключить из дальнейшего рассмотрения. Изменение скорости сплошной фазы можно представить в виде пропускной способности по сплошной фазе ($Q_с$):

$$Q_с = W_с \cdot f_с$$

или согласно условию неразрывности потока

$$\left(W_c\right)_{R_o} f_o = \left(W_c\right)_{R_i} f_i \text{ или } \left(W_c\right)_{R_i} = \left(W_c\right)_{R_o} \frac{R_o h_o}{R_i h_i}\ . \tag{7.16}$$

Обобщая полученные зависимости на основании энергетических, гидравлических характеристик потоков, (7.13) можно записать в виде функциональной зависимости

$$(h_i)_I = \left(H_o - h_н\right)\left(\frac{R_o}{R_i}\right)^{в_1}.$$

Здесь показатель степени $в_1$, определяемый структурой потока, видом насадок и коэффициентом массоотдачи, диаметра и скоростей движения капель и сплошной фазы, может быть найден при исследовании

эффективности массообмена в данных аппаратах и поля скоростей потоков в радиальном направлении.

7.4. Определение зависимости для профилирования ротора, исходя из закономерностей массоотдачи

Гидравлическая составляющая оптимального профиля проходного сечения плоскоцилиндрического ротора определена выражением (7.16). Рассмотрим вторую составляющую вклада массоотдачи оптимального профиля проходного сечения.

Для базовой расчетной формулы с учетом коэффициента массопередачи используем зависимости (5.22), (5.23), (5.25) и (5.28). Анализ этих зависимостей показал, что, кроме физико-химических факторов, основными параметрами, влияющими на процесс массообмена, являются размер и скорость капель и сплошной фазы.

Предположим, что скорость сплошной фазы пропорционально зависит от радиуса ($W_с \sim R$) и занимает сечение по высоте ротора h′ (см. рис. 7.1 б), скорость дисперсной фазы является функцией радиуса $U_д \sim R^{0,18}$ [3], зависит от размера, полидисперсности, стесненности потока частиц (капель), режима движения потока (граничного числа Рейнольдса $Re_г$) и занимает высоту h″. Тогда можно условие соответствия профиля проходного сечения контактной зоны аппарата, обеспечивающее постоянство скоростей фаз, записать в виде

$$\left(h_i\right)_{U_R} = h_o\left(\frac{R_o}{R_i}\right)^{0,18}. \qquad (7.17)$$

Постоянство скоростей фаз обусловливает в первую очередь постоянство удерживающей способности, которое является одной из основных составляющих условия оптимизации процесса массообмена. Условие постоянства удерживающей способности в направлении радиуса можно представить отношением

$$\frac{\varphi_{R_o}}{\varphi_{R_i}} = \frac{h_o}{h_i}, \tag{7.18}$$

откуда

$$h_i = h_o\left(\frac{\varphi_{R_i}}{\varphi_{R_o}}\right), \tag{7.19}$$

или как функцию скоростей (фиктивной и действительной) дисперсной фазы, радиуса контактных элементов и размера капель, то есть

$$\varphi_{R_i} = f\left(U_д, W_д, R_i, d_к\right). \tag{7.20}$$

Рассмотрим функциональную зависимость составляющих удерживающей способности [355]. Для расчета удерживающей способности в колонных промышленных аппаратах используется обычно уравнение Торнтона-Пратта [62, 360]

$$\frac{\omega_Д}{x} + \frac{\omega_c}{(1-\varphi)} = \varepsilon_н \upsilon_o (1-\varphi), \tag{7.21}$$

где $\omega_д$, $\omega_с$ – фиктивные скорости дисперсной и сплошной фаз; φ – объемная доля дисперсной фазы; υ_o – «характеристическая» скорость капель; $\varepsilon_н$ - удельный свободный объем насадки аппарата.

Базируясь на концепции скорости скольжения фаз, связанной с величиной относительного движения капли в среде, можно осущест-

вить обобщенный подход к расчету многих типов аппаратов, включая и центробежные, что подтверждается исследованиями в работе [184], где для центробежных экстракторов (рис. 7.3) рекомендована зависимость в виде

$$x = 1 - \frac{(\upsilon_R + \omega_c - \omega_Д) + \left[(\upsilon_R + \omega_c - \omega_Д)^2 - 4\upsilon_R\omega_c\right]^{0,5}}{2\upsilon_R}, \qquad (7.22)$$

где υ_R – относительная скорость фаз. Зависимость (7.22) получена из уравнений, связывающих расходы $Q_д$ и Q_c, действительную скорость сплошной среды υ_c и величину сечения S:

$$\frac{Q_Д}{(\upsilon_R - \upsilon_c)} + \frac{Q_c}{\upsilon_c} = S \quad \text{или} \quad \frac{Q_Д}{\upsilon_R - Q_c/(1-\varphi)S} + (1-\varphi)S = S. \qquad (7.23)$$

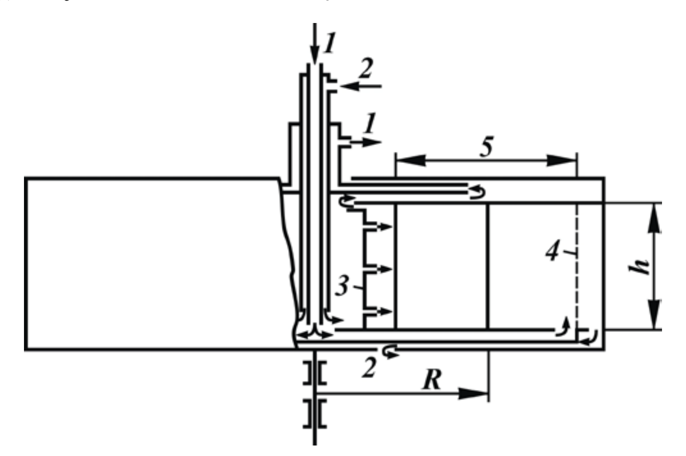


Рис. 7.3. Схема центробежного противоточного экстрактора: 1 - легкая фаза; 2 - тяжелая фаза; 3 - диспергирующее устройство; 4 - цилиндрический уровень раздела фаз; 5 - зона контакта фаз.

Сечение контактной зоны представляет собой цилиндрическую поверхность радиусом R и высотой h (на схеме h постоянна по радиусу аппарата R)

Но если решить уравнение (7.23) относительно υ_R, принимая во внимание, что

$$\frac{Q_Д}{S} = \omega_Д, \ \frac{Q_c}{S} = \omega_c,$$

то можно получить

$$\frac{\omega_Д}{\varphi} + \frac{\omega_c}{(1-\varphi)} = \upsilon_R, \qquad (7.24)$$

то есть уравнение (7.22), тождественное (7.24), фактически не отличается от (7.21). Различие состоит лишь в том, что в (7.24) раскрывается скорость скольжения фаз υ_R и не указывается на ее связь со скоростью единичных капель, как это имеет место у Торнтона-Пратта.

Поскольку в центробежном экстракторе удерживающая способность по радиусу аппарата переменна, зависимость (7.21) целесообразно преобразовать таким образом, чтобы вскрыть связь входящих в нее величин с радиусом R. Сечение S, через которое проходят фазы, представляет собой цилиндрическую поверхность (см. рис. 7.3) и составляет

$$S = h \cdot (R) 2\pi R,$$

где $h(R)$ – функция изменения осевого размера проходного сечения h по радиусу. В результате зависимость (7.21) принимает вид

$$\frac{Q_Д}{\varphi} + \frac{Q_c}{(1-\varphi)} = 2\pi R h(R)(1-\varphi)\upsilon_o(R). \qquad (7.25)$$

Расчетная зависимость удерживающей способности от радиуса определится после подстановки в (7.25) конкретной функции изменения размера h и скорости υ_o, изменяющейся по радиусу. Известно, что для расчета υ_o важное значение имеет величина граничного числа Рейнольдса $Re_г$, которое определяет режим движения капель. Вводя допущение о равенстве относительной скорости капли и ее радиальной составляющей [362], для режима $Re < Re_г$ можно рекомендовать [8]:

- при Re < 1,6 $\upsilon_o = \frac{d^2 \Delta\rho \omega^2 R}{(18\mu)}$; (7.26)

- при 1,6 < Re < 420 $\upsilon_o = \frac{0.136 d^{1,2} \Delta\rho^{0,73} (\omega^2 R)^{0,73}}{(\rho^{0,26} \mu^{0,46})}$; (7.27)

- при Re > $Re_г$ [362] $\upsilon_o = \frac{1,74 \Delta\rho^{0,29} \sigma^{0,32} (\omega^2 R)^{0,18}}{(\rho^{0,62} d^{0,14})}$. (7.28)

Для расчета $Re_г$ в условиях центробежного поля получена зависимость [110, 121]

$$Re_г = 3,6 \left(\frac{\sigma d \rho}{\mu^2} \right)^{0,4}. \quad (7.29)$$

При условии постоянства размера h по радиусу связь удерживающей способности, расходов фаз и радиуса R определится зависимостями:

- для $Re < Re_г$

Re < 1,6; $\frac{Q_Д}{\varphi} + \frac{Q_с}{(1-\varphi)} = \alpha_1 (1-\varphi) R^2$; (7.30)

1,6 < Re < 420; $\frac{Q_Д}{\varphi} + \frac{Q_с}{(1-\varphi)} = \alpha_2 (1-\varphi) R^{1,73}$; (7.31)

- для Re > $Re_г$ $$\frac{Q_{Ä}}{\varphi}+\frac{Q_{ñ}}{(1-\varphi)}=\alpha_2(1-\varphi)R^{1,18} \qquad (7.32)$$

где в α_1, α_2, α_3 объединены постоянные величины.

Поскольку скорость капель по радиусу переменна, изменение режима осаждения может произойти в какой-либо момент непосредственно при движении капель. Известно, что особенно резко происходит смена режима движения при переходе $Re_г$. Следовательно, и зависимость φ от радиуса также должна в этот момент резко изменят ься в соответствии со степенями при R в уравнениях (7.31), (7.32). В остальных случаях φ непрерывно убывает с ростом R.

«Работоспособность» уравнения Торнтона-Пратта в условиях центробежного поля можно продемонстрировать на примере центробежного противоточного экстрактора с волнообразной насадкой [355, 363]. Средний размер капель по радиусу аппарата [355]:

$$d=0{,}88\left[\frac{\sigma}{\left(\Delta\rho\omega^2R^3\right)}\right]^{0,38}. \qquad (7.33)$$

Параметры рассматриваемых случаев также взяты из [355]. Расчетная формула для удерживающей способности имеет вид

$$\frac{(2-\varphi)}{\varphi(1-\varphi)^2}=bRh_1\upsilon_{ок}, \qquad (7.34)$$

где b объединяет постоянные величины в пределах одной системы жидкость-жидкость.

Расчет характеристической скорости $\upsilon_{ок}$ в случае движения капель по конической поверхности насадки можно осуществить согласно

[162], где рекомендовано использовать значения коэффициента сопротивления в зависимости от режима движения:

- для $Re < Re_г$ $$\psi = \frac{1{,}95\psi_o - 0{,}55}{\mathrm{Re}\, Ek};\qquad (7.35)$$

- для $Re > Re_г$ $$\psi = \frac{0{,}17}{(\sin\alpha)^{0{,}67}}\left(\frac{We}{Fr_ц}\right)^{0{,}64(\sin\alpha)^{0{,}8}}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{0{,}41}.\qquad (7.36)$$

Здесь ψ_o – значение коэффициента сопротивления по кривой Рэлея;

$$Ek = \frac{\mu}{\left(d^2\omega\rho\right)};\quad We = \frac{\upsilon_o^2 d\rho}{\sigma};\ Fr_ц\ \frac{\upsilon_o^2}{\left(\omega^2 Rd\right)}.$$

Поскольку экспериментальные кривые 1, 2 (рис. 7.4), приводимые в [355], получены на насадке с переменным значением α по радиусу R, в расчетах по (7.34) учтено изменение α и υ_o в соответствии с оптимальной геометрией насадки, обоснованной в [363]. Согласование между опытными и расчетными результатами достигнуто при небольшом расхождении в размере h_1 на основном участке насадки: в опытах – 1 мм, в расчетах – 0,85 мм. Соотношения (7.30)-(7.32) позволяют проанализировать изменение удерживающей способности в зависимости от определяющих ее величин. В частности, влияние радиуса R на φ происходит по двум основным причинам: за счет изменения величины площади прохождения фаз и изменения скорости капель по радиусу. Если сечение S по радиусу постоянно, то зависимость φ от радиуса будет определяться режимом движения капель. Наиболее благоприятен для постоянства φ режим (7.28), достигаемый при достаточно

крупных каплях (0,2-1,5 мм). Исследования на моделях с различными насадками подтверждают факт существования в аппарате режима Re > $Re_г$ [364].

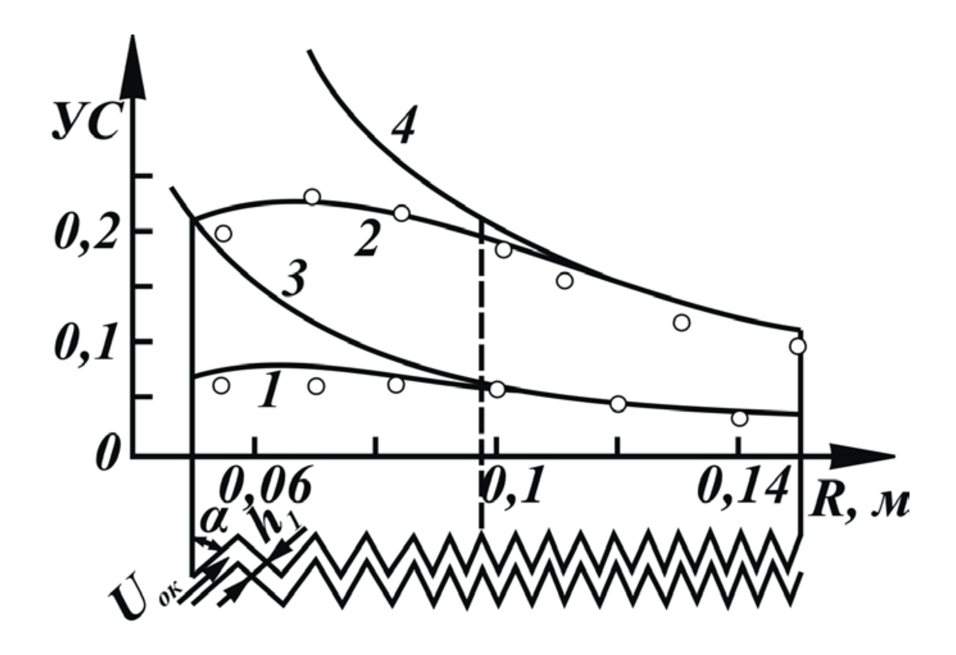


Рис. 7.4. Удерживающая способность в центробежном экстракторе с волнообразной насадкой: 1, 2 - экспериментальные кривые (3); 1 - капли четыреххлористого углерода в воде; 2 - капли воды в толуоле; 3, 4 – кривые, рассчитанные по (14) при постоянном значении h1=0,85 мм; точками обозначены расчетные значения УС по (14) при увеличенном согласно (10) значении h1 на входной части насадки

На основании вышеизложенного показана возможность стабилизации удерживающей способности по радиусу и оптимизации насадки по данному фактору за счет изменения проходного сечения ее с учетом следующих соображений. Во-первых, величина радиуса не должна изменяться в широких пределах; во-вторых, можно уменьшить размер h по радиусу так, чтобы получить минимальную степень при R (именно этот способ использован в [363]); в-третьих, следует обеспечить минимальное изменение скорости капель по радиусу, в частности отдавая предпочтение режиму их движения при $Re > Re_г$. При этом надо иметь в виду, что падение по радиусу обусловлено прежде всего геометрическими причинами (расчет проходное сечение) и уже во вторую очередь – изменением скорости капель по радиусу.

Соответственно проведем исследование по выявлению возможности стабилизации удерживающей способности по двум ее составляющим: геометрическим параметрам и изменению скоростей радиального двухфазного потока с учетом размеров дисперсных частиц. Решение с точки зрения геометрии насадочной зоны центробежного экстрактора с радиальными потоками известно [6,184,363]. В то же время как сложная взаимосвязь скоростей частиц дисперсной и сплошной фаз с изменением интенсивности центробежного поля и формированием полидисперсного потока частиц предполагает неоднозначное решение. Это подтверждается рядом исследований, посвященых данному вопросу [321, 365-375]. Некоторые результаты их представлены нами в виде графических зависимостей (рис. 7.5-7.17), которые наглядно иллюстрируют сложную картину взаимодействия потоков в поле действия центробежных сил.

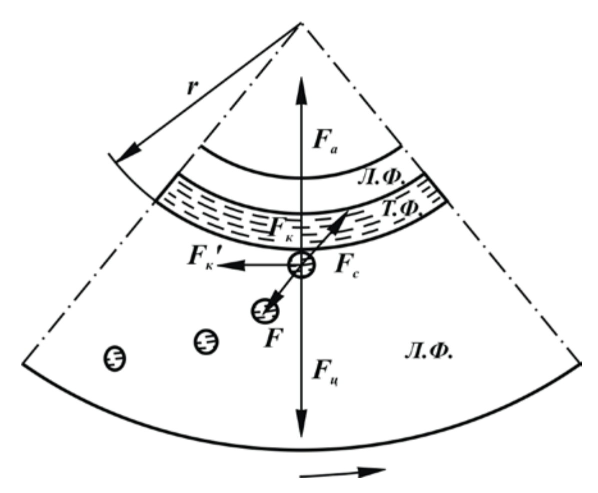


Рис. 7.5. Схема действия сил на каплю и момент ее отрыва:

Л.Ф. - легкая фаза; Т.Ф. - тяжелая фаза

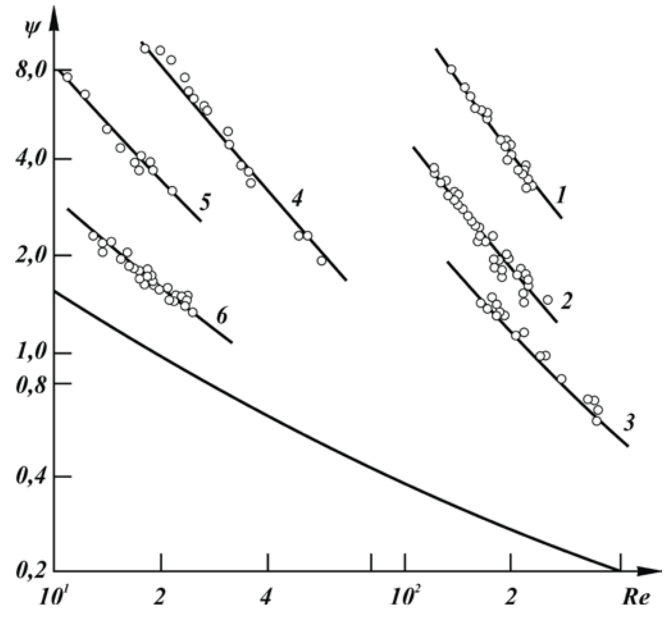


Рис. 7.6. Влияние числа Экмана на изменение коэффициента сопротивления капли:

1 - Ek=0,0003; 2 - 0,00076; 3 - 0,0013; 4 - 0,0055; 6 - Ek=0,048

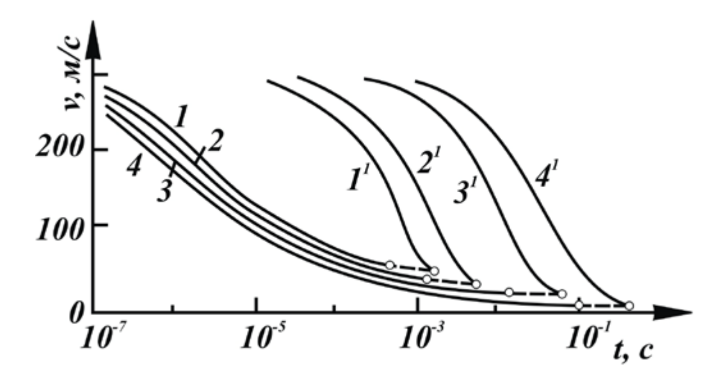


Рис. 7.7. Уменьшение относительной скорости капли в потоке по времени при числах Рейнольдса, больших граничного (ω=300 м/с).

Размер капель, м: 1 - 0,00005; 2 - 0,0001; 3 - 0,0004; 4 - 0,001. Индексом 1 обозначены кривые, рассчитанные по закону сопротивления (9), без индекса - по закону (6).

Точками на кривых обозначены скорости vг, соответствующие граничному значению числа Рейнольдса

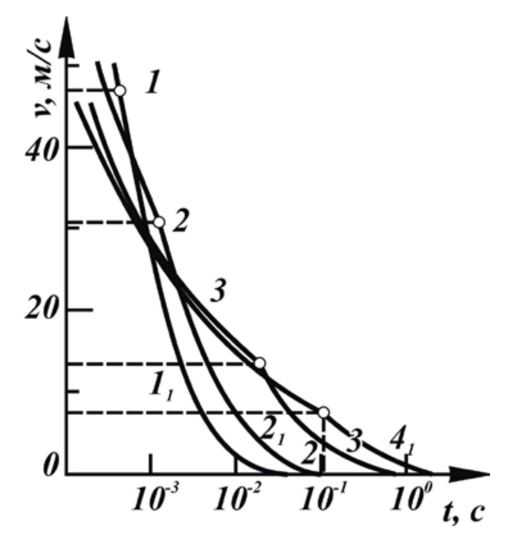


Рис 7.8. Влияние размера капли на характер изменения относительной скорости капли при переходе граничного значения числа Рейнольдса

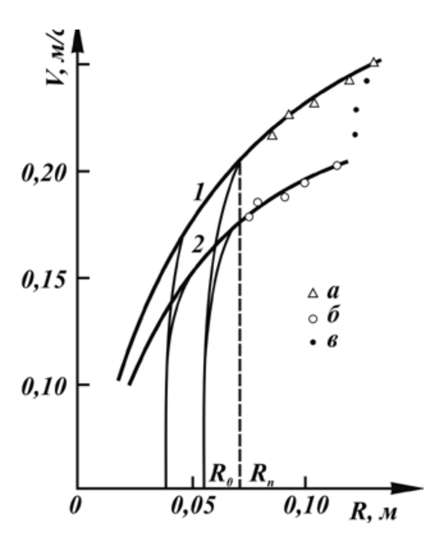


Рис. 7.9. Изменение скорости капель трикрезилфосфата относительно вращающегося ротора, заполненного водой (n=500 об/мин): а-d=1,6 мм; б - 3,1; в - 1,5; 1 и 2 - предельные кривые для капель соответствующих размеров

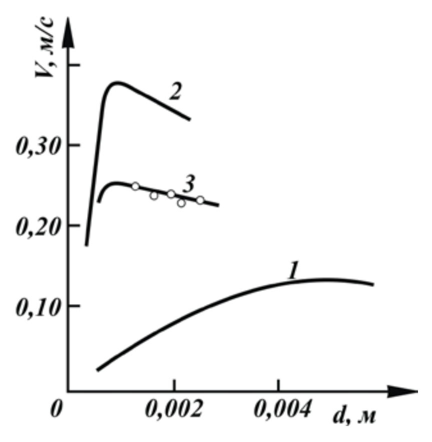


Рис. 7.10. Зависимость относительной скорости капель трикрезилфосфата в воде от их размеров: 1 - в поле силы тяжести; 2,3 - в центробежном поле (n=700 об/мин; R=0,085 м); кривая 2 рассчитана по модифицированным формулам работы (4); кружками показаны экспериментальные значения

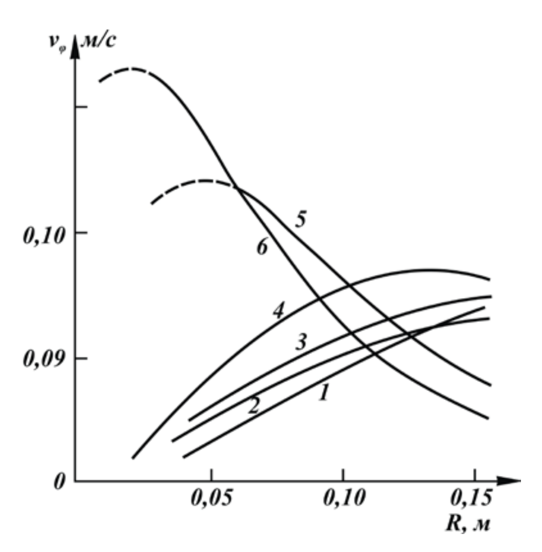


Рис. 7.11. Изменение окружной составляющей относительной скорости по радиусу вращения среды

Наиболее полно проведено исследование, результаты которого представлено в работах [365, 366]. Здесь исследованы различные напряженности силового поля (рис. 7.12-7.14). Исследование проводилось поэтапно с учетом опорных точек (рис. 7.12 [365]). Начальная опорная точка 1 неподвижна при любых внешних условиях, так как размеры $d \leq d_1$ столь малы, что не предполагают ее относительного перемещения.

Положение точки 2 связано с ограничением числа Рейнольдса $Re_2 \leq 1$, что при меняющейся напряженности силового поля приводит к уравнению опорной кривой II на рис. 7.13: $v_2 d_2 = \mathrm{Re}\frac{\mu}{\rho} = C_2$. (7.37)

Скорость мелких частиц рассчитывают по известной формуле

$$v_м = \frac{\Delta\rho}{18\mu} d^2 j\,; \quad \text{при } d = d_2 \quad v_м = v_2, \qquad (7.38)$$

то есть каждому значению j соответствует пара значений скорости v_2 и диаметра d_2. Гипербола (7.37) представляет собой верхнюю границу области, в которой справедлив закон сопротивления Стокса.

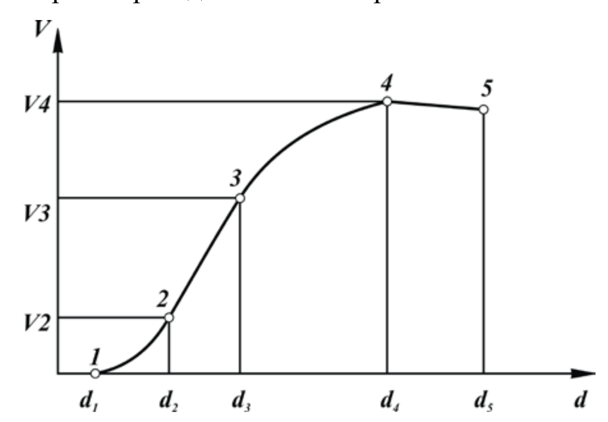


Рис. 7.12. Опорные точки на типичной зависимости скорости капли от ее размера при постоянной напряженности силового поля

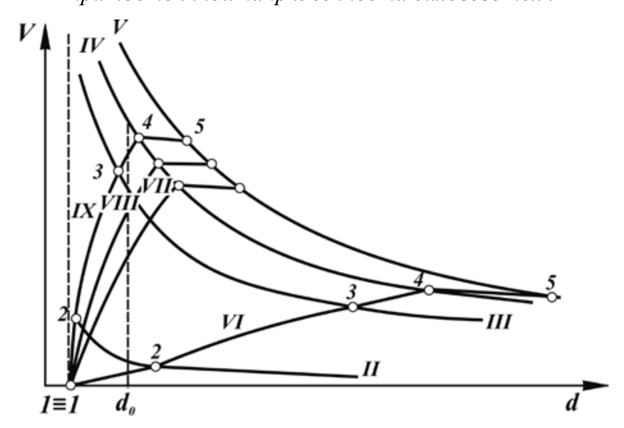


Рис. 7.13. Зависимости скорости капли от ее размера при различных напряженностях силового поля: I - опорная кривая для минимальных размеров капель, выродившаяся в точку; II, III, IV, V - опорные кривые системы жидкость-жидкость; VI, VII, VIII, IX - частные зависимости скорость-размер капли для фиксированных значений j: 1, 2, 3, 4, 5 - опорные точки на частных кривых v-d

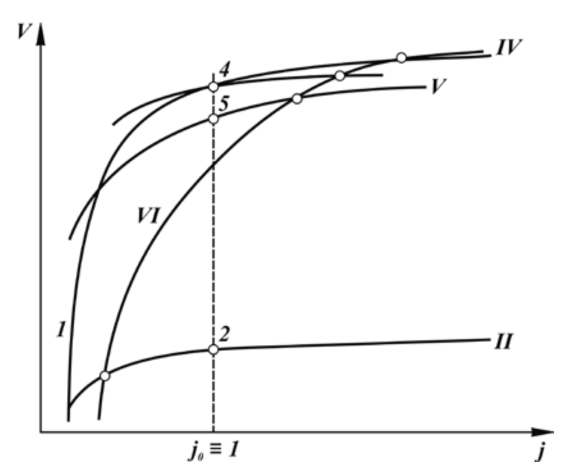


Рис. 7.14. Зависимости скорости капли от напряженности силового поля: I, II, III, IV, V - опорные кривые v-j для системы жидкость-жидкость. Опорная кривая I сливается с осью j; опорная кривая III не нанесена; VI - зависимость скорости капли фиксированного размера от меняющейся напряженности силового поля j; 1, 2, 3, 4, 5 - опорные точки при фиксированном значении j

Условие начала деформации капли связано со сближением величины скоростного напора и способности капли сохранять сферическую форму благодаря поверхностному натяжению, то есть определяется безразмерным числом Вебера We. Приняв некоторое число We_3 за характеристику начала деформации, можно получить уравнение опорной кривой 3 на рис. 7.12:

$$v^3 d_3 = We_3 \frac{\sigma}{\rho} = C_3 \cdot \qquad (7.39)$$

Точка 3 не разграничивает два гидродинамических режима движения капли, но иногда все же представляет интерес: здесь капля теряет сферическую форму и начинает деформироваться.

Существенное изменение режима движения капли происходит в точке 4, в которой достигается максимальная относительная скорость; при дальнейшем увеличении размера капли ее скорость убывает [140]. В этом режиме капли осаждаются до точки 5, где прекращают свое существование, распадаясь на более мелкие. Точка 5 отвечает условию, когда среда неподвижна относительно стенок сосуда, а распад капли наступает по причине достижения ею предельной для капли размером d_5 скорости относительно среды. Если состояние среды не отвечает указанному условию, то появляются иные причины разрушения капли, способные сделать это для капель размером менее чем d_5. Тем самым точка 5 позволяет определить максимально возможный размер капли, способной существовать в выбранной системе капля-среда в поле силы тяжести. Кривая изменения точки 4 имеет принципиальное значение, поскольку разграничивает две области с разными гидродинамическими режимами.

Пара значений v_4 и d_4, относящаяся к полю тяжести, является единственной для системы капля-среда. Чтобы получить другие пары v_4 и d_4, следует менять напряженность поля. Этот вопрос рассмотрен в работе [366], где показано, что можно воспользоваться экстраполяцией известных в литературе зависимостей, полученных для поля тяжести и для иных значений напряженностей силового поля. Чтобы получить опытные данные, характеристики силового поля меняли с помощью равномерного вращения среды. Обобщением литературных данных и результатов опытов является кривая IV на рис. 7.13 в виде

$$v_4 d_4^{0,6} = 3{,}6\left(\frac{\sigma^2\mu}{\rho^3}\right)^{0,2} = C_4\cdot \qquad (7.40)$$

Пары значений скорость-размер капель, относящихся к кривой IV, можно получить теоретическим путем, если рассматривать случай, когда собственная частота колебаний капли равна частоте отрыва вихрей при ее обтекании. В результате получается зависимость

$$v_4 d_4^{0,5} = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}, \tag{7.41}$$

которая практически представляет такую же связь между значениями v_4 и d_4, как и эмпирическая формула (7.40). Небольшое расхождение может быть объяснено деформацией капли, так как собственная частота ее учитывалась в предположении сферической формы капли.

Для определения точки 4 в условиях поля тяжести опытные данные обычно обрабатывают по числу Рейнольдса $Re_г$, называемому разными авторами переходным, критическим или граничным. Поскольку в поле тяжести для каждой системы капля-среда можно получить единственное значение $Re_г$, то для обобщений получается столько частных значений $Re_г$, сколько использовано систем капля-среда. Меняя напряженность силового поля, можно получить различные значения $Re_г$ для одной системы. В работе [367] граничное число Рейнольдса рассматривается для условий, когда напряженность силового поля меняется на несколько порядков.

Формула (7.40) не содержит в явном виде характеристик поля, однако именно напряженность j имеет решающее значение для определения численных значений пар v_4 и d_4. Задавшись размером d_4, можно подсчитать скорость, соответствующую кривой IV. Обеспечить скорость v_4 можно, создав соответствующее силовое поле.

Точка предельного размера капли 5 на рис. 7.13 в условиях меняющейся напряженности силового поля также изменяет свое положение. Согласно опытным данным, полученным при вращении жидкой среды, связь между предельными значениями размера капли и соответствующей скоростью может быть определена некоторым числом Вебера We_5, что позволяет найти уравнение кривой v, представленной на рис. 7.13:

$$v_5^2 d_5 = We_5 \frac{\sigma}{\rho} = C_5 \cdot \qquad (7.42)$$

Введение в рассмотрение силовых полей, различающихся величиной напряженности, позволяет охватить все многообразие ситуаций, возникающих между размером капли и ее относительной скоростью, сняв ограничение, обусловленное полем силы тяжести. Все множество пар значений скорость-размер капли заполняет площадь в координатах v – d с указанием границ между основными режимами движения капель. Справа эта площадь ограничена кривой V, слева – вертикальной линией, исходящей из точки I. Границы режимов относительного движения капель (7.37), (7.40), (7.42) в явном виде не зависят от напряженности поля, поскольку последнее определяет скорость v капли выбранного размера d. Для расчета скорости капли в пределах каждого режима в литературе имеются различные зависимости, не отличающиеся принципиально между собой в пределах одного режима. Так, скорость мелких капель рекомендуется рассчитывать по приведенной выше зависимости (7.38), скорость средних капель - по зависимости [8]

$$v_c = \frac{0{,}14d^{1,2}(\Delta\rho j)^{0,73}}{\rho^{0,26}\mu^{0,46}}. \quad (7.43)$$

На основе методики [101], позволяющей менять напряженность силового поля в широких пределах вращением среды, получена зависимость для расчета скорости крупных капель:

$$v_к = \frac{1{,}4d^{0,3}(\Delta\rho j)^{0,21}}{\rho^{0,5}\mu^{0,08}}. \quad (7.44)$$

Совокупность зависимостей (7.39), (7.42), (7.38), (7.43), (7.44) образует своеобразный портрет системы капля-среда, характеризующий сепарационные возможности системы в различных силовых полях (рис. 7.13).

Исключая размер d из зависимостей (7.40) и (7.41), получим верхнюю границу области, где сопротивление капле при ее движении определяется законом Стокса:

$$v_2 = \sqrt[3]{\frac{\mu\Delta\rho}{18\rho^2}j} = P_2\sqrt[3]{j}. \quad (7.45)$$

На рис. 7.14 зависимость (7.45) схематически представлена кривой II. Аналогичным образом из уравнений (7.40) и (7.47) получают зависимость для опорной кривой IV:

$$v_4 = \frac{1{,}2\sigma^{0,27}(\Delta\rho j)^{0,24}}{\rho^{0,47}\mu^{0,03}} = P_4 j^{0,24}. \quad (7.46)$$

Для предельных размеров капель как функции напряженности силового поля по опытным данным и согласно методике, изложенной в работе [101], получена зависимость

$$d_5 = \left(\frac{\sigma}{j\Delta\rho}\right)^{0,4}, \quad (7.47)$$

позволяющая с помощью формулы (7.44) получить уравнение опорной кривой V, представленной на рис. 7.14:

$$v_5 = \frac{1{,}4(\sigma\Delta\rho j)^{0,24}}{\rho^{0,5}} = P_5 j^{0,24}. \qquad (7.48)$$

Кривая IV является огибающей множества частных кривых скорости как функции напряженности силового поля для фиксированных значений размеров капель и характеризует максимально возможные значения относительных скоростей капель данной системы капля-среда; одновременно это верхняя граница области средних капель при меняющейся напряженности поля.

Каждой точке в области под кривой V на рис. 7.14 соответствует единственное сочетание трех величин: скорости капли v, ее размера d и напряженности j. В узкой области между кривыми IV и V каждой точке соответствует две возможности: одна из них характеризует каплю, осаждающуюся в режиме средних капель, а другая – каплю, имеющую ту же скорость при той же напряженности j, но большую по размеру и относящуюся к режиму движения крупных капель. На рис. 7.14 видно, что одну и ту же скорость могут иметь капли по обе стороны от размера d_4.

Влияние напряженности поля j на величину скорости капли происходит по двум направлениям: первое определяется зависимостями скорости капли от ее размера в пределах каждого режима, второе связано с изменением границ между режимами от j. Для всех трех границ II, IV, V - характерна общая тенденция: чем меньше капля, тем большая скорость требуется для того, чтобы она осталась на границе режимов. Эта особенность хорошо согласуется с потребностями обеспе-

чения эффективной работы массообменной аппаратуры: малый размер капель дает большую поверхность контакта, а увеличение относительной скорости способствует возрастанию производительности.

На рис. 7.14 в роли параметра оказывается размер капли d, уступая свое место характеристике силового поля. Опорные кривые отличаются тем, что их уравнения включают только физико-химические константы системы жидкость-жидкость, и в них отсутствуют названные нами параметры - соответственно j и d. Тем самым для каждой системы можно легко построить ее гидродинамический портрет как в графическом, так и в аналитическом вариантах (рис. 7.11-7-15).

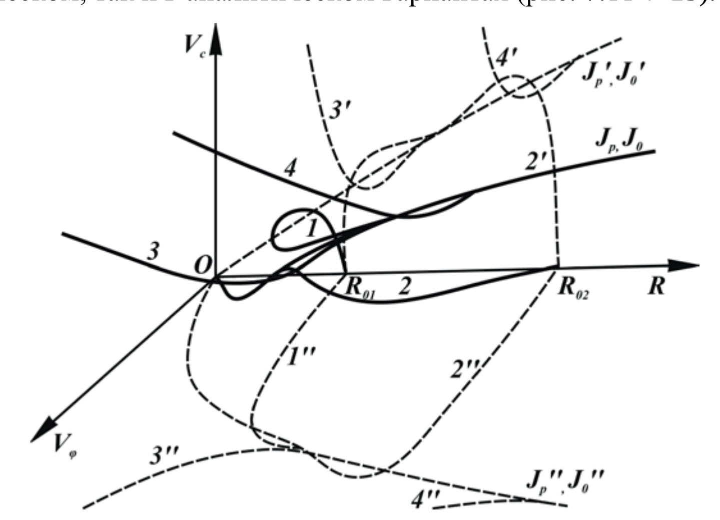


Рис. 7.15. Фазовый портрет для системы уравнений
Начало координат - особая точка седло-фокус;
фазовые траектории; 1-4 - деформированные гиперболы, соответствующие движениям при различных начальных условиях (1, 3, 4 - движение от центра вращения, 2 - движение к центру); jo, jo – сепаратрисса и нулевая линии.
Цифрами с одним и двуми штрихами обозначены проекции фазовых траекторий на фазовые плоскости

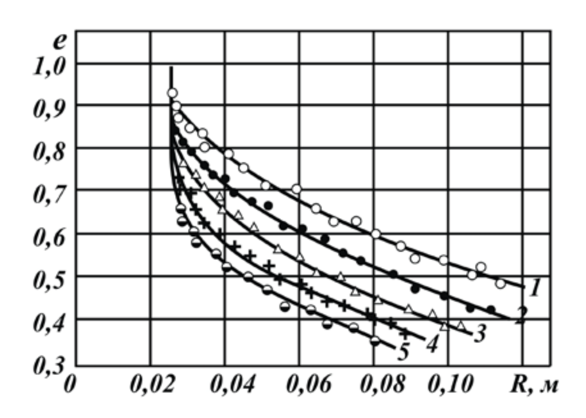
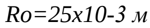


Рис. 7.16. Зависимости деформации от радиуса вращения (система №4):
1 - ω=41,87 с-1; d=2,173 x 10-8; 2 - ω=52,33 ; d=1,88 x 10-8; 3 - ω=62,8 ; d=1,704 x 10-8; 4 - ω=83,73 ; d=1,373 x 10-8; 5 - ω=104,7 ; d=1,163 x 10-8;


Ro=25x10-3 м

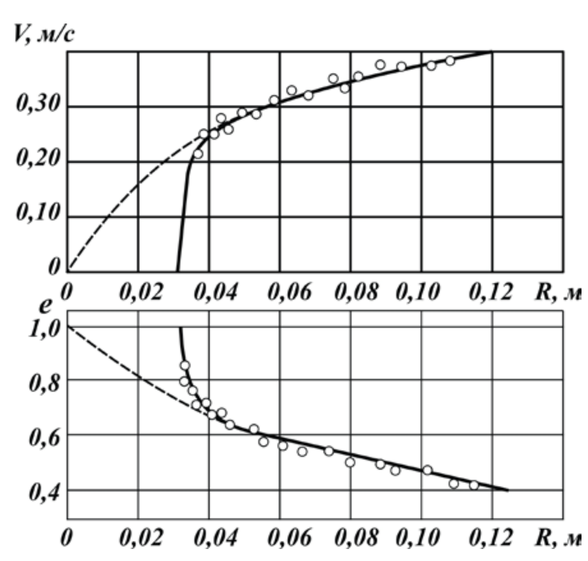


Рис. 7.17. Зависимость деформации и скорости от радиуса (система №5):
ω=83,73 с-1; d=2,173 x 10-8 м; Ro=31x10-3 м

Для реальной дисперсной системы, как правило, характерна полидисперсность состава. В этом случае по зависимостям (7.38), (7.43). (7.44) можно определить скорость каждой капли системы, однако в расчетной практике используют методы осреднения. Здесь возможны варианты: по одному из них находят средний диаметр капли, по которому рассчитывается ее скорость, закладываемая в технологические расчеты, по другому - осреднению подвергаются не диаметры капель, а их скорости v. Для этого рекомендуется формула [370]

$$v_{cp} = \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} v(d) H(d) dd \,. \qquad (7.49)$$

Для применения формулы (7.49) необходимо, чтобы зависимость скорости капли от ее размера v(d) была единой для всех капель, а это возможно только в пределах одного гидродинамического режима. Поскольку таких режимов обычно выделяют три, то формулу для расчета средней скорости капель следует представить следующим образом:

$$v_{cp} = \int_{d_{\min}}^{d_2} v_{м}(d) H(d) dd + \int_{d_2}^{d_4} v_{c}(d) H(d) dd + \int_{d_4}^{d_{\max}} v_{к}(d) H(d) dd \,, \qquad (7.50)$$

где H(d) – плотность распределения капель по размерам, $м^{-1}$. Первый интеграл дает составляющую средней скорости от мелких капель, второй – от средних, третий – от крупных.

Формулу (7.49) можно рассматривать как частный случай формулы (7.50), когда все капли дисперсной системы движутся в одном гидродинамическом режиме. Если напряженность силового поля принимает различные значения, то вместе с ними изменяются не только значения скоростей, но и пределы интегрирования d_2 и d_4. Исключением

скорости из формул (7.37) и (7.38) получают зависимость верхней границы размера капель в режиме Re ≤ 1 от j:

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{18\mu^2 \mathrm{Re}_2}{\Delta\rho\rho j}} \,. \tag{7.51}$$

Аналогично из (7.43) и (7.46) находят зависимость для граничного размера d_4:

$$в_4 = 6\left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{0б2}\left(\frac{\mu}{\Delta\rho j}\right)^{0,4} . \tag{7.52}$$

Как видно из уравнения (7.50), основной вклад в величину средней скорости капель вносят средние и крупные капли, тогда как наибольшую поверхность контакта имеют мелкие капли. Построенные для системы жидкость-жидкость характерные для нее кривые позволяют найти оптимальное сочетание потребностей в производительности и эффективности аппарата с возможностями создания в нем соответствующего силового поля. Отсюда следует два фактора по стабилизации удерживающей способности:

$$(h_i)_v = h_o\left(\frac{R_o}{R_i}\right) \tag{7.53}$$

и

$$(h_i)_v = h_o\left(\frac{R_o}{R_i}\right)^{0,18} , \tag{7.54}$$

где $(h_i)_г$ и $(h_i)_v$ – высота проходного сечения по геометрии плоскоцилиндрического ротора и высота проходного сечения с учетом изменения скорости дисперсной фазы. Соответственно фактор стабилизации удерживающей способности запишется в виде выражения

$$(h_i)_{II} = h_o \cdot \left[\frac{R_o}{R_i} + \left(\frac{R_o}{R_i} \right)^{0,18} \right], \qquad (7.55)$$

которое включает в себя (7.10) и (7.17), так как стабилизация скорости дисперсной фазы зависит от тех же факторов. Следовательно, условие сохранения постоянства удерживающей способности может быть обеспечено изменением высоты проходного сечения насадочной (контактной) зоны аппарата в зависимости от радиуса ротора:

$$h_i = h_o \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^z . \qquad (7.56)$$

Показатель степени z в формуле (7.56) определится для конкретной структуры потока центробежного аппарата на основании имеющихся зависимостей для определения основных характеристик процесса экстракции для конкретного вида насадочного устройства. Рассмотрим условие оптимизации профиля проходного сечения насадки из функциональной зависимости его от следующих составляющих процесса массообмена. Общий массоперенос можно представить в виде составляющих:

$$\Delta m = \Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3,$$

где Δm_1 – количество вещества, перешедшего во время каплеобразования; Δm_2 – количество вещества, перешедшего через поверхность капель при движении их в потоке сплошной фазы (между насадочными элементами); Δm_3 - количество вещества, перешедшего, в момент коалесценции капель на поверхности раздела фаз на элементах насадки.

Как было отмечено ранее, наиболее существенный вклад в массоперенос вносят процессы каплеобразования и коалесценции фаз (то есть Δm_1 и Δm_3). Поэтому есть все основания полагать, что процесс экстракции осуществляется в основном при каплеобразовании фаз. Зависимость второй составляющей Δm_2 согласно полученным данным в [6] можно записать в виде

$$\Delta m_2 \sim f\,(U_к, f_к, \ell_к, \cos\alpha),$$

где $\ell_к$ - путь капель по конусу в радиальном направлении.

Известно, что для одиночной капли зависимость коэффициента массопередачи по конусу выражается в виде $К_д \sim (\cos\alpha)^{0,84}$ [2]. При наличии потока капель в насадке зависимость $К_д$ от угла наклона несколько иная. Например, с уменьшением α растет путь капель, изменяя их скорость ($V_к = V_к(\cos\alpha)^{0,3}$. Следует отметить, что угол наклона и длина контактного элемента являются взаимосвязанными величинами, определяющими длину пути капель. Длина контактных элементов насадки определится в итоге из условия обеспечения необходимой пропускной способности и целесообразности размещения их количества в радиальном направлении. Необходимо также принимать во внимание эффект «сплющивания» капель о коническую поверхность элементов при их движении под углом к радиусу [317]. Как показали экспериментальные данные, для практического применения влияние конусности находится в пределах погрешности измерения параметров. Таким образом, выражение (7.38) определяет форму контактной зоны применительно для радиальных потоков центробежных аппаратов согласно требованиям оптимального проведения процесса массообмена.

Проведем оценку интенсивности взаимодействия фаз по фактору эффективности применительно к массо- и теплообменным процессам, проводимым в профилированном роторе центробежных экстракторов, а именно центробежных дифференциально-контактных жидкостных экстракторов безнапорного типа.

Известно, что фактор эффективности является обобщенным параметром, определяющим КПД работы аппарата, то есть степень эффективности взаимодействия потоков контактирующих жидкостей в насадках центробежных экстракторов и конструкций насадок и насадочных её элементов с учетом всей совокупности факторов, влияющих на процесс экстракции в центробежных аппаратах.

В соответствии с вышеизложенным рассмотрим зависимость фактора эффективности от влияющих параметров, определяемых по формуле, принятой для центробежных экстракторов:

$$Ф_{о.т.с.} = \frac{Q_p \cdot ЧТС}{V_{к.з.}} = \frac{Q_p \cdot ЧТС}{\pi\left(R_б^2 - R_н^2\right)\left(h_k + h\right)},$$

где Q_p - рабочая производительность; ЧТС. - число теоретических ступеней; h_k - высота контактного элемента насадки; h - высота проходного сечения насадки.

Эффективность экстрактора определяется по фактору эффективности (Фо.т.с), который зависит от числа теоретических тарелок (ЧТС), рабочей нагрузки Q_p и объема контактной зоны ротора $V_{к.з.}$. Известно, что влияющие параметры, в свою очередь, зависят от частных параметров. Тогда функциональная зависимость запишется в виде

$$Фо.т.с \sim f_2\left(Q_р, K_ф, a, V_{к.з.}\right) \sim$$

$$f_3\left(Q_р, U_д, U_с, \omega, d_k, \varphi, \left(\frac{\rho_д - \rho_с}{\rho_д}\right) \cdot Г\right),$$

где $K_ф$ - коэффициент массопередачи; а - удельная поверхность контакта фаз; $U_д$, $U_с$ и $\rho_д$, $\rho_с$ - соответственно плотность и скорость дисперсной и сплошной фазы (жидкости); d_k - размер частиц дисперсной фазы; φ - удерживающая способность; Г - геометрический параметр насадки.

Принимая во внимание, что при проектировании экстрактора физико-химические свойства обрабатываемых жидкостей и их расходы задаются, габаритные размеры экстрактора и число оборотов определяют из технологических и конструктивных соображений, то они являются величинами постоянными, поэтому при дальнейшем анализе их не учитываем. Тогда функциональную зависимость можно представить в следующем виде:

$$Фо.т.с \sim f_4\,[U_д \sim f(R)^c;\ U_с \sim f(R);\ d_k \sim f(R)^y;\ \varphi \sim f(R)^z;\ Г], \quad (7.57)$$

где c, y и z - показатели степеней из соответствующих расчётных зависимостей, определяющие данные параметры. Из зависимости (7.57) видно, что основные влияющие параметры: конструктивные размеры, скорость фаз и размер капель - предопределяют также значение величины удерживающей способности. Базируясь на работах [6, 335-375], проведем анализ гидродинамической картины взаимосвязи указанных параметров с учетом использования их применительно к скоростям, размерам капель и режимам их движения в поле действия центробежных сил.

Таким образом, обобщая вышеприведённое исследование, получаем, что для радиальных внутрироторных потоков в центробежных экстракторах фактор эффективности зависит от радиуса расположения насадочных элементов, их количества n и изменения профиля (высоты) насадочной полости ротора в направлении радиуса H_{Ri}, то есть $\Delta Ф о.т.с \sim f_5(R_i, n, H_{Ri})$. Исходя из задачи по оптимизации внутрироторных потоков с учётом всех факторов, влияющих на массообменный процесс экстракции, и с учётом эффективности центробежных аппаратов предполагается высоту насадочной полости по направлению радиуса определять по зависимости

$$H_{Ri} = n_{Rн} h_{Rн} \left(\frac{Rн}{Ri} \right)^z, \qquad (7.58)$$

где z - показатель степени в зависимости от типа насадок, z = 0,2 ÷ 1,87; h_{Ri} - высота проходного сечения одного ряда элементов насадки по высоте на рассматриваемом радиусе Ri; n_{Ri} - количество элементов насадки по направлению оси вращения ротора на радиусе Ri; H_{Ri} - высота контактной зоны ротора на радиусе Ri; $h_{Rн}$, h_{Ri} - высота проходного сечения одного ряда элементов насадки на наружном радиусе насадки и Ri соответственно.

Для секционированной насадки в виде кольцевых пакетов (рис. 7.18) интенсификацию процесса можно осуществить путем придания секциям индивидуального привода. Число оборотов секций можно задавать согласно выражению для центростремительного ускорения (рис. 7.18 и 7.19):

$$j = \omega^2 R, \text{ откуда } N_{Ri} = N_{Rн}\left[\frac{Rн}{Ri}\right],$$

или принимая во внимание действие центробежных сил:

$$P_ц = P_{ц1} = P_{ц2} = P_{ц3} = const \text{ или } \frac{\rho\omega_1^2}{2}\left(R_{1(н)}^2 - R_{1(в)}^2\right) = \frac{\rho\omega_1^2}{2}\left(R_{i(н)}^2 - R_{i(в)}^2\right). \quad (7.59)$$

После преобразования получим

$$\omega_i = \omega_н \sqrt{\frac{R_{н(н)}^2 - R_{н(в)}^2}{R_{i(н)}^2 - R_{i(в)}^2}}. \quad (7.60)$$

Для удобства использования формулу (7.59) выразим через средний радиус кольцевой секции:

$$\omega_i = \omega_н \frac{R_{нср}}{R_{iср}}, \quad (7.61)$$

где $R_{н(н)}$ и $R_{н(в)}$ - наружный и внутренний диаметры наружной секции; $R_{i(н)}$ и $R_{i(в)}$ - соответственно наружный и внутренний радиусы I секции; $P_н P_{н-1}$ и P_i - центробежное давление, действующее на потоки в рассматриваемой секции; $N_{Rн}$ и N_{Ri} - число оборотов секций на радиусах Rн и Ri.

Следовательно, интенсифицировать процесс экстракции можно путем увеличения числа оборотов внутренних секций насадок.

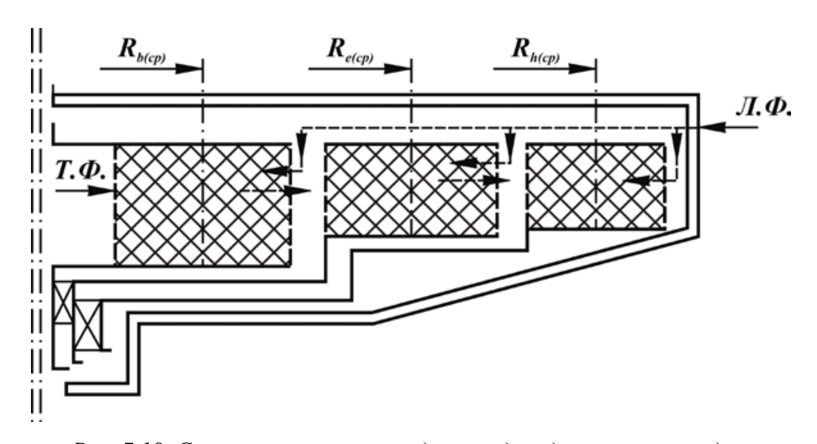


Рис. 7.18. Секционированная насадка с индивидуальным приводом

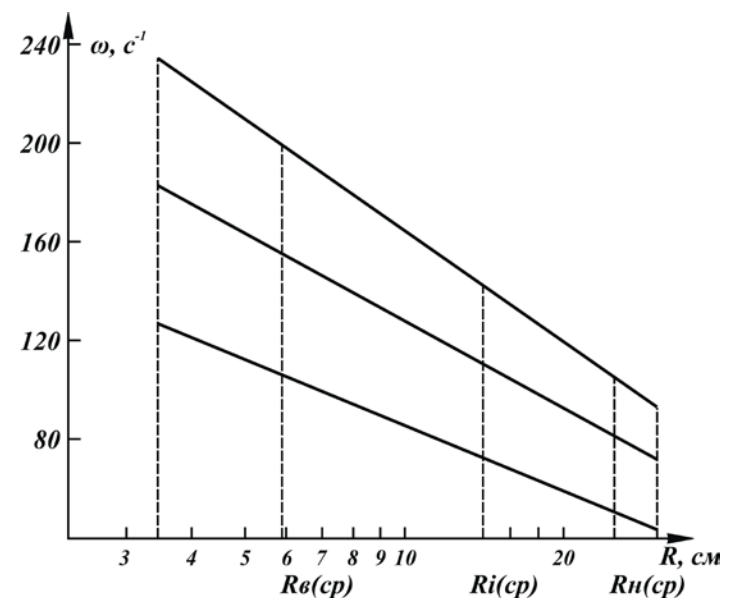


Рис. 7.19. Зависимость скорости вращения секций от радиуса

Глава 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-КОНТАКТНОГО ТИПА

8.1. Процесс разделения жидкостей в межтарельчатом пространстве центробежных аппаратов

Сущность процесса сепарирования, по мнению ряда авторов [3, 8-11, 278, 279], заключается в том, что частицы дисперсной фазы, двигаясь с потоком вдоль образующей тарелки, должны успеть выделиться на поверхности тарелки, до того как ее вынесет с потоком из пакета тарелок.

В центробежных тарельчатых сепараторах по аналогии с полочными отстойниками в процессе разделения эмульсии на составляющие ее чистые компоненты выделяют два этапа. Первый этап – собственно разделение. Он заканчивается в момент достижения частицей дисперсной фазы поверхности тарелок или образовавшегося к этому моменту слоя компоненты смеси на тарелке. И второй этап – движение слоя чистой компоненты смеси по тарелке. Он заканчивается в момент сброса слоя в шламовое пространство.

При разделении гетерогенных систем в центробежных сепараторах лимитирующей стадией процесса является обычно этап разделения, именно поэтому ему и посвящено наибольшее число работ. Начало теоретическому исследованию этого этапа положено Бремером [74]. Он считает, что находящаяся в межтарелочном зазоре частица участвует в двух движениях: в обусловленном центробежной силой

движении по радиусу аппарата со скоростью V_r и в движении вдоль образующей тарелки со скоростью, равной среднерасходной $V_п$ (потока). Истинная скорость и направление движения этих скоростей: $V_р = V_r + V_п$. При этом Бремер не учитывает силу Кориолиса и скорость потока принимает как среднерасходную, которая характеризуется числом $Re = \frac{V_р d\rho_2}{\mu_с} < 1$, то есть режим движения потока является стоксовским.

Бремер получил формулу для расчета производительности сепаратора, в которую входят параметры компонент гетерогенной смеси и величины, характеризующие конструктивные особенности сепаратора:

$$Q = \xi_{эф}\frac{2}{3\pi\omega^2 z}\mathrm{ctg}\theta\left(r_{max}^3 - r_{min}^3\right)\left(\frac{\Delta\rho}{18\mu_с}\right)d^2,$$

где $\xi_{эф}$ – коэффициент, учитывающий разницу между теоретическими предпосылками и реальными условиями. Соответственно разделительную способность сепаратора характеризуют индексом производительности [1, 10, 11], представленным в виде уравнения

$$E = \frac{2}{3}\left(\frac{\pi}{g}\right)\omega^2 z\mathrm{ctg}\theta\left(r_{max}^3 - r_{min}^3\right).$$

Несмотря на принятые допущения и схематичность теоретических предпосылок, формула Бремера до настоящего времени является основной в практике технологических расчетов сепараторов.

При выводе Бремером формулы было принято равномерное распределение общего потока исходной смеси по высоте тарелок и сечению каждого межтарелочного зазора. Кроме того, основываясь на вы-

воде экспериментальных исследований, Бремер полагал, что угловая частота вращения жидкости совпадает с угловой частотой вращения ротора. Уравнение получено без учета того, что частицы дисперсной фазы, размер которых в сепараторах $10^{-5} \sim 10^{-6}$ м, могут находиться в интенсивном броуновском движении.

Наиболее полное представление о гидродинамике межтарелочных зазоров в биконической системе координат дают работы Е.М. Гольдина [323-328, 337]. Им получены зависимости для распределения меридиональной W_x (Х, У, φ) и относительной окружной составляющих скоростей $W_ц$ потока по сечению зазора сепараторов при ламинарном режиме течения, характеризуемого условием $\mathrm{Re} = \frac{W_x h^2}{\nu \ell} \le 1$ и безразмерным параметром $\lambda_{\mathrm{Re}} = h\sqrt{\frac{\omega \sin\theta}{\nu}}$. Критерий λ_{Re} определяет прежде всего степень отставания или опережения потоком стенок тарелок. Отставание наблюдается при поступлении жидкости в зазор через питающие каналы и дальнейшем ее движении к периферии тарелок с относительной окружной скоростью, в $(\lambda_{\mathrm{Re}} - 1)$ раз превышающей среднюю меридианальную скорость потока (рис. 8.1):

$$W_ц = (\lambda_{\mathrm{Re}} - 1)W_x(x),$$

где $W_x(x)$ – меридиональная скорость потока в точке x с координатой y, осредненная по высоте межтарелочного зазора. Опережение наблюдается при периферийном питании зазоров и дальнейшем движении жидкости от периферии, которое благодаря наличию направляющих ребер на тарелках этих конструкций имеет относительную ок-

ружную скорость потока, в λ раз меньшую средней меридиональной скорости $W_ц = W_x(x)\lambda$.

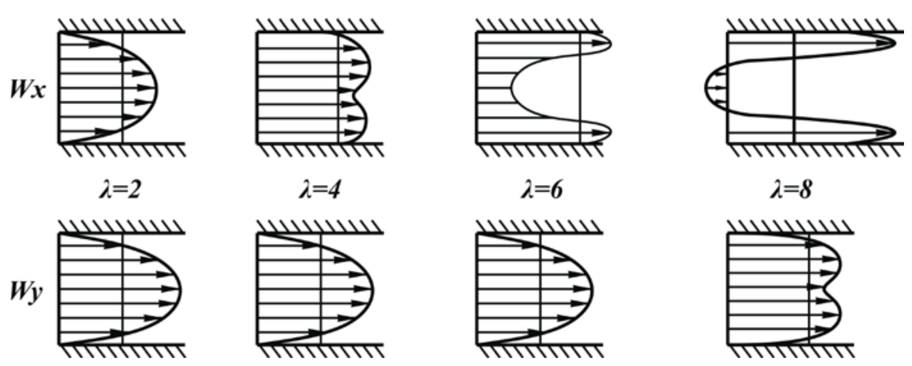


Рис. 8.1. Профили меридианальной и окружной скоростей потока в межтарелочном пространстве ротора

Гидродинамическая теория Г.А. Кука и Е.М. Гольдина учитывает поперечное ускорение Кориолиса, при этом критерий λ, по мнению авторов, является специфическим критерием Рейнольдса. Увеличение λ сопровождается нарастанием градиента скорости потоков, что приводит к турбулизации потока и нарушению процесса сепарирования.

Е.М. Гольдин предлагает рассчитывать смещение потока вследствие вращения ротора по уравнению логарифмической спирали

$$r = r_o \ell^{\frac{6\nu}{h^2\omega(\varphi-\varphi_o)}},$$

из которого определяется число оборотов траектории на тарелке

$$n_1 = \left(\frac{h^2\omega}{12\pi\nu}\right)\ln\frac{r_{Cx}}{r_o}.$$

Пределы изменения критериев Re и λ_{Re} изучены многими исследователями [326-337]. Последние данные, использованные при линеаризации полной системы уравнения Навье-Стокса [11], по своей оценке совпадают с ранее принимаемыми значениями: безразмерный параметр $\lambda \geq 5$, а приведенное число Re межтарелочного потока значительно меньше единицы. Авторы находят эти величины в полном соответствии с приводимыми характеристиками промышленного сепарационного оборудования.

В.И. Соколовым [1] отмечается, что при высоте слоя вращающейся жидкости, равной $\pi\sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$, в отстающих потоках направление течений обратно направлению движения стенки. Толщина пограничного слоя имеет порядок величины $\sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$, который называют слоем Экмана с установившимся течением, характеризуемым равновесием сил Кориолиса и трения. Пограничный слой Экмана может оказаться неустойчивым как в опережающих, так и в отстающих потоках [1] на поверхности тарелок в тарельчатых сепараторах. В свете этих представлений безразмерный критерий λ_{Re} показывает, во сколько раз межтарелочный зазор высотой h больше толщины слоя Экмана для тарелки под углом к оси вращения $\theta = \sqrt{\frac{\nu}{\omega \sin\theta}}$, который, например, для ω = 200 рад/с и θ, близким к 45°, составляет 0,08 мм и при зазоре h = 0,4 мм $\theta \sim 1/5$, соответственно $\lambda_{Re} = \lambda/Э = 5$. При размере частиц ~ 100 мкм они находятся в слое Экмана и поэтому не подвержены дей-

ствию кориолисовых сил, то есть отставанию от вращения тарелки, и движутся строго по образующей тарелки. Данный факт подтвержден экспериментально в работах [1, 326].

В сущности, физический процесс, протекающий в центробежных аппаратах, осуществляется при наличии движения двухфазного потока не только в радиальном направлении. Движение жидкостей в межтарельчатом пространстве (в насадочном устройстве) центробежных аппаратов характеризуется двумя компонентами скорости: скоростью в направлении образующей тарелки (в радиальном направлении) и относительной окружной скоростью, обусловленной действием кориолисовых сил.

Взаимодействие данных скоростей в центробежном поле обусловливает гидродинамическую обстановку процесса экстракции. Зная закономерности движения жидкостей в центробежном экстракторе, можно правильно рассчитать время и поверхность контакта фаз, его производительность, то есть наиболее оптимально использовать подлежащие разработке и существующие типы центробежных аппаратов. Для определения компонентов относительной скорости жидкости в направлении образующих тарелок и окружной скорости можно использовать точные дифференциальные уравнения ламинарного потока в сферических координатах [337]. Однако такая возможность реализуется неполностью ввиду большой сложности точных дифференциальных уравнений. Теоретическое исследование гидродинамики потоков в тарельчатых центрифугах и сепараторах осуществлено в работах [339-345]. На основе решения дифференциального уравнения Навье-Стокса [346-349] получен ряд выражений для определения тангенци-

альных и радиальных составляющих, в которых пренебрегают инерционными членами. Так, например, для случая осевой симметрии, пренебрегая инерционными членами и отбрасывая малые члены уравнения, получили [332]

$$V_\rho(\rho, x) = \left(\frac{Q}{2\pi rh}\right)\left[N\left(\frac{\dfrac{x_1\lambda_{Re}}{N^o}}{\lambda_{Re}}\right)\right]$$

и

$$V_\varphi(\rho, x) = \left(\frac{Q}{2\pi rh}\right)\frac{M(x_1\lambda_{Re})}{N^o\lambda_{Re}}\left(\lambda_{Re} - h\sqrt{\frac{\omega\sin\alpha}{\sqrt{\nu}}}\right).$$

При частичном заполнении цилиндрической центрифуги найдено выражение для осевой скорости [4]:

$$V_z(u) = -\frac{2Q}{\pi R^2 D}\left(1 - u^2 + 2u_o^2 \ln u\right),$$

где $u_o = \dfrac{K_o}{R}$; $u = \dfrac{r}{R}$;

$$D = 4u_o^4 \ln u_o - 3u_o^4 + 4u_o^2 - 1;$$

$$K_o^1 = -\frac{8\nu Q}{\pi R^5 \omega^2}.$$

Также определено, что отставание жидкости от вращения центрифуги пропорционально квадрату расхода, обратно пропорционального угловой скорости и радиусу в пятой степени. Величина отставания пренебрежимо мала. Для инженерных расчетов можно воспользовать-

ся формулой, полученной также без учета инерционных членов уравнения Навье-Стокса [346]:

$$V_r = \frac{Q\lambda_{Re}}{2\pi z_o \delta r} \cdot \frac{\sin\lambda_{Re}\frac{x}{\delta}\sin\lambda_{Re}\left(1-\frac{x}{\delta}\right)}{\sin\lambda_{Re}};$$

$$V_\varphi = \frac{Q\lambda_{Re}}{2\pi z_o r tg\lambda_{Re}}\left[1-\frac{\cos\lambda_{Re}\frac{x}{\delta}\cos\lambda_{Re}\left(1-\frac{x}{\delta}\right)}{\cos\lambda_{Re}}\right],$$

где x – расстояние до частицы по нормали к образующей тарелки от ее поверхности; z_o – число межтарелочных пространств в комплекте тарелок барабана; δ - расстояние между тарелками (межтарелочная щель); r – радиус барабана, на котором находится частица в данный момент.

Представляют практический интерес приближенные решения для определения скорости потока в работе [347]:

- в направлении образующих тарелок:

$$V_1 = \left(\frac{3Q_1}{\pi h^3}\right)\frac{x(h-x)}{r}; \qquad (8.1)$$

- прямо противоположной окружной скорости тарелок:

$$V_2 = \left(\frac{Q\omega\cos\alpha}{2\pi\nu h}\right)\frac{x(h-x)}{r}; \qquad (8.2)$$

- для средних скоростей:

$$V_1 = \frac{Q}{2\pi h}\frac{1}{r}(1-12) \text{ и } V_{2cp} = \frac{Q\omega h}{12\pi\nu}\frac{\cos\alpha}{r}, \qquad (8.3)$$

где h – межтарелочное пространство; R_1 – начальный радиус тарелки.

Автором [16] получены зависимости с учетом инерционных членов и при ряде допущений более точные уравнения для определения:

- угловой скорости жидкости:

$$\omega = \omega_o \left\{ 1 - \frac{Q\delta}{8\pi\nu r^2} \left[1 - \left(\frac{2z}{\delta} \right)^2 \right] \right\}; \tag{8.4}$$

- окружной скорости жидкости:

$$V_\varphi = \omega_o r \left\{ 1 - \frac{4 \cdot 10^{-2} Q\delta (r - R_1)\cos\alpha}{\nu r^2 R} \left[1 - \left(\frac{2z}{\delta} \right)^2 \right] \right\}, \tag{8.5}$$

то есть скорость отставания жидкости от металла тарелок составляет

$$V'_\varphi = \omega_o r - V_{\varphi тар} = \frac{1}{6} V_{ср} \left(\frac{\delta^2 \omega_o}{\nu} \right) \left(\frac{r - R_1}{R_1} \right) \cos\alpha . \tag{8.6}$$

Также установлено, что профиль скоростей потока для симметричного движения жидкости, направленной от периферии тарелки к оси барабана, для радиально существующего канала можно выразить приближенно эмпирической формулой

$$\mathrm{V_r} = \frac{7}{6} \mathrm{V_{ср}} \left[1 - \left(\frac{2\mathrm{z}}{\delta} \right)^2 \right], \tag{8.7}$$

а для радиально расширяющегося потока при движении жидкости от оси барабана к периферии тарелки - в виде

$$\mathrm{V_r} = \frac{3}{2} \mathrm{V_{ср}} \left[1 - \left(\frac{2\mathrm{z}}{\delta} \right)^2 \right]. \tag{8.8}$$

На основании экспериментальных данных [10] получено, что с увеличением радиуса тарелки отставание жидкости от вращения стенок ротора неравномерно, асимптотически приближается к значению, когда радиальное перемещение жидкости можно принять равным нулю (при $r \to \infty$ $V_r \to 0$). При этом работа сил вязкостного трения сообщает жидкости кинетическую энергию вращения с угловой скоростью, мало отличной от ω_o. Рассчитано, что для ряда отечественных полочных сепараторов скорость отставания жидкости от окружной скорости тарелок составляет 0,1-1,0%. Однако в работе [350] получено более значительное проскальзывание жидкостей в роторе центрифуги.

При рассмотрении баланса кинетической энергии, приобретаемой жидкостью при вращении стенками ротора, и сил трения, приложенных к слоям вязкой жидкости, в работе [351] получено приближенное выражения для определения окружной скорости жидкости относительно стенок.

$$W = \sqrt{\frac{3hU_{об}}{\lambda R_б}} \tag{8.9}$$

и угловая скорость

$$\omega = \sqrt{\frac{3Q_{ед}}{\pi \lambda R_б^3 \omega_o}}, \tag{8.10}$$

где $R_б$ – наружный радиус тарелки; $U_{об}$ – окружная скорость на радиусе; $Q_{ед}$ – производительность на одну щель.

Численно значение коэффициента сопротивления λ [10, 11] составляет:

- для ламинарного потока:

$$\lambda = 3{,}4 + \frac{\pi}{2\,\mathrm{Re}};$$

- для турбулентного течения жидкости

$$\lambda = 0{,}06 + \frac{\pi}{2\,\mathrm{Re}}, \text{ где } \mathrm{Re} = \frac{\omega_o r h \rho}{\mu}.$$

Наличие двух коэффициентов λ обусловлено тем, что переход одного режима в другой при движении жидкости между параллельными дисками происходит скачкообразно [352].

Как показали экспериментальные данные [343], влияние числа Re на сопротивление движению жидкости в межтарелочном пространстве незначительно. Число $\mathrm{Re}_{кр}$, определяющее режим движения жидкостей для радиальных и радиально-кольцевых потоков, является функцией расстояния между тарелками и зависит от конструктивного оформления контактной зоны аппарата. Получены следующие значения $\mathrm{Re}_{кр.}$:

- для радиально сужающегося кольцевого потока

$$\mathrm{Re}_{кр} = \frac{50}{h + 0{,}05} + 45;$$

- для радиальных однородных стоков

$$\mathrm{Re}_{кр} = \frac{13}{h + 0{,}04} + 20$$

- для радиально расширяющегося потока

$$\mathrm{Re}_{кр} = \frac{442 + 64h}{\pi h R \nu} + 45.$$

Численное значение $Re_{кр}$ у различных авторов колеблется в широких пределах. Так, например, для межтарелочного расстояния $h = 1$ мм $Re_{кр} = 700 \div 2100$.

На состояние потока в реальных аппаратах действуют наряду с успокаивающим влиянием центробежных сил, возмущающие факторы: относительное перемещение дисперсной системы, вибрация ротора, конвективные токи жидкости, вызванные разностью температур между стенками ротора и жидкостью. А также влияет величина напряженности центробежного поля, зависящая от значения радиуса.

В работе [19] имеющееся условие устойчивости асимметричного потока записано соотношением

$$(\lambda_{Re} - 1)\eta' < 1,$$

которое выражено через критерии Fr и Re в виде следующего выражения:

$$\left(\frac{Re^{0,5}}{Fr^{0,25}} - 1\right)\frac{Fr^{0,5}}{h^{0,5}} < 1,$$

где $h = \frac{r_o}{h}$, $\eta = \frac{W_{ок}}{r\omega_o}$. Таким образом, установлено, что Fr и Re являются наиболее общими критериями внутрироторных потоков, характеризующие вместе с геометрическим симплексом h и углом α кинематическое и динамическое подобие потоков. При движении жидкости в межтарелочном пространстве противоречиво действуют различные факторы.

Удаление жидкости от поверхности тарелок, с одной стороны, приводит к увеличению относительного перемещения жидкости, с

другой - способствует уменьшению центробежных сил инерции – основного движущего фактора. Скорость проскальзывания жидких частиц при движении потока вдоль тарелок обусловливается действием кориолисовых сил. Чем дальше частицы находятся от поверхности тарелок, тем в меньшей степени они увлекаются ими из-за уменьшения сил трения, и, следовательно, они должны проскальзывать относительно тарелок в большей степени, чем частицы, расположенные ближе к поверхности тарелок. Если, например, окружная скорость жидкости снижается вследствие ее отставания от тарелки (при движении потока от центра к периферии), то неизбежно уменьшается и действие центробежной силы, так как она зависит от окружной скорости в квадрате. Таким образом, часть потока, которая в меньшей степени отстает от тарелок, испытывает более сильное воздействие центробежной силы и движется вдоль образующей, скорее, средних слоев потока, сильно отстающих от тарелок и теряющих окружную скорость в большей мере. Следовательно, вследствие проскальзывания (отставания или опережения при движении жидкости соответственно от центра к периферии или наоборот) потока под действием кориолисовых сил траектории частиц жидкости не должны быть параллельными образующим тарелок. На основе теоретического анализа [349] получили, что траектории частиц в межтарелочном пространстве зависят от величины λ_{Re}, а отклонение траектории частиц от образующих тарелки увеличивается с увеличением λ_{Re}. Проскальзывание жидких частиц, конечно, весьма мало (для вязких жидкостей и межтарелочных пространств $h < 1$ мм) по сравнению с абсолютными скоростями вращения ротора в неподвижном пространстве. Но движение жидкости в

каналах ротора определяется компонентами относительной скорости, которые вполне сопоставимы друг с другом. Так как проскальзывание зависит от расхода жидкости, угловой скорости аппарата и от величины межтарелочного пространства, то для центробежных аппаратов, у которых h >> 1 мм, предполагается более значительная величина проскальзывания.

В связи с конструктивными особенностями центробежных дифференциально-контактных экстракторов безнапорного типа процесс разделения обрабатываемых жидких смесей осуществляется в межтарелочной зоне при коалесценции тяжелой фазы и в зоне выхода легкой сплошной фазы. В связи с малыми размерами зон сепарации и с учетом гидрозатворов фаз речь может идти в основном о возможном «уносе» легкой сплошной фазы частицами тяжелой фазы. При наличии радиальных перегородок влиянием сил Кориолиса можно пренебречь.

В зоне сепарации жидкости поступают с малым количеством другой фазы, следовательно, для расчета скоростей фаз применимы следующие формулы [353]:

- для $Re \le 2$, $\xi = 24/Re$

$$U_д = \frac{\Delta\rho d_к^2 \omega^2 r}{18\mu_с}; \qquad (8.11)$$

- для $Re = 2 \div 500$, $\xi = 18{,}5/Re^{0,6}$

$$U_д = \frac{0{,}153\Delta\rho^{0,71} d_к^{1,14} \omega^{1,43} R^{0,71}}{\rho_с^{0,5} \mu_с^{0,43}}; \qquad (8.12)$$

- для $Re > 500$, $\xi = 0{,}44$

$$U_д = \frac{1{,}74\Delta\rho^{0,5} d_к^{0,5} \omega R^{0,5}}{\rho_с^{0,5}}, \qquad (8.13)$$

где ξ - коэффициент сопротивления сплошной фазы; $Re = \frac{U_к d_к \rho_с}{\mu_с}$.

И в заключение следует отметить, что в практике для исключения проскальзывания в аппаратах применяют тарелки с радиальными направлениями (ребрами), которые размещаются симметрично по окружности тарелки в количестве от 4 до 12 шт. В некоторых случаях даже используется эффект проскальзывания, как, например, в работе [350], где предлагается увеличить производительность центрифуги на 15% за счет опережения жидкости относительно стенок аппарата.

Таким образом, при расчете и конструировании центробежных экстракторов необходимо учитывать эффект проскальзывания жидкостей, который может существенно влиять на гидродинамику процесса экстракции.

8.2. Распределение скоростей потоков в центробежных аппаратах с профилированным ротором (в направлении оси вращения)

Исследуем закономерности течения двухфазного потока в радиальном направлении центробежного аппарата. Спецификой движения жидкофазных смесей является переменная в течение времени поверхность раздела и пространства, вызванная различием плотностей, вязкостей и скоростей фаз, что вызывает значительное многообразие

форм, видов и структур потоков. Колебательные движения и пульсации давления превышают соответствующие величины однофазного потока.

Многообразие структурных двухфазных потоков создает большие сложности при создании для них замкнутой системы дифференциальных уравнений. При использовании пространственно-временного осреднения мгновенных физических величин потоков удается исключить разрывы функции времени, координат и концентрации компонентов смеси, мгновенно изменяющихся от нуля до единицы.

Таким образом, для замыкания системы уравнений возможно усреднение значений скоростей, плотностей и вязкостей потоков. Но для этого необходимо соблюдать условие усреднения, которое возможно, когда объем усреднения части объема смеси должен быть равен объему, занимаемому компонентом за характерный период турбулентных пульсаций, то есть объем смеси должен быть соизмерим со средней неоднородностью структуры потока.

В гравитационных аппаратах скорости движение фаз относительно стенок аппарата имеют, как правило, тот же порядок величины, что и скорость движения частиц относительно жидкости, а объемная доля дисперсной фазы изменяется в широких пределах - от нуля до максимально возможной. Поэтому взаимодействие фаз, связанное с их относительным движением, и гидродинамическое взаимодействие частиц между собой оказывают решающее воздействие на структуру потока в аппарате. Для математического описания двухфазных систем, состоящих из жидкости и распределенных в ней капель, будем рассматривать фазы в ней как два взаимопроникающих и взаимодействующих

континуума, заполняющие один и тот же объем. Фазы, составляющие дисперсную смесь, как бы «размазываются» по объему, занятому смесью, но при этом каждая из них занимает лишь часть этого объема. Как правило, для макроскопического усредненного движения фаз с помощью методов механики сплошных сред вводят ограничения, считая, что размер частиц и макроскопический линейный масштаб гидродинамических процессов, происходящих на уровне отдельных частиц, значительно меньше линейного масштаба существенного изменения макроскопических переменных и характерного линейного размера аппарата.

Законы сохранения массы и импульса дисперсной смеси записываются для физически малого объема отдельно для каждой фазы. В отличие от однофазного потока в уравнение включаются члены, учитывающие не только обмен массой и импульсом с внешней средой, но и соответствующий обмен между фазами внутри выделенного объема.

Дифференциальные уравнения движения фаз можно получить либо феноменологически, то есть исходя из общих соображений и известных физических законов, либо путем усреднения уравнений движения, описывающих однофазное движение на уровне отдельных частиц. Усреднение производится по времени, физически малому объему, статическое или ансамблевое.

В первом случае структура указанных параметров постулируется на основе более или менее правдоподобных гипотез, а для нахождения коэффициентов, входящих в полученные соотношения, привлекаются экспериментальные данные.

Аналитически определить структуру мелкомасштабного течения практически невозможно, поэтому для привязки его к параметрам усредненного движения фаз приходится вводить приближенную схематизацию мелкомасштабного течения. Следовательно, целесообразней для определения структуры потоков использовать феноменологический подход, прибегая в ряде случаев к результатам, полученным аналитическими методами. При этом принимают следующие постулаты: поверхностные силы, действующие со стороны окружающей среды на выделенный объем дисперсной смеси, воспринимаются только сплошной фазой, а воздействие на дисперсную фазу со стороны сплошной среды определяется силой взаимодействия, которая представляет собой сумму всех единичных сил, действующих на частицы в выделенном объеме смеси.

Несмотря на сложность и большое разнообразие режимов и структуры потоков в массообменных аппаратах, можно выделить определенный класс дисперсных потоков, которые имеют ограниченное число установившихся режимов, а поведение фаз в этих режимах характеризуется общими закономерностями для всех систем. Подобные процессы существуют при скоростях фаз, сравнимых со скоростью их относительного движения, когда частицы распределены достаточно равномерно по сечению аппарата. Градиенты концентрации дисперсной фазы имеют конечную величину, то есть концентрация частиц в среднем меняется от точки к точке непрерывным образом и форма их близка к сферической, а размеры находятся в диапазоне одного порядка величин. Таким образом, идеальный дисперсный поток может быть описан двухскоростной моделью взаимопроникающего

движения двух несжимаемых фаз в поле сил тяжести, с одинаковым давлением в фазах, одинаковыми частицами, форма которых близка к сферической, при отсутствии вязкого трения на стенках, дробления и коагуляции частиц. Следовательно, временное и пространственное усреднение возможно, когда в заданной точке одновременно не находится несколько субстанций с различными физическими свойствами. В объёме жидкостной смеси, на которую распространяется усреднение в заданный момент времени, заранее предполагается присутствие двух или нескольких компонентов и что через фиксированную точку пространства попеременно пройдут все компоненты смеси за интервал времени усреднения.

При математическом описании реального процесса движения двухфазных потоков в центробежном аппарате с профилированным ротором считаем, что дисперсная фаза равномерно распределена по сечению потока, обе фазы движутся с различными постоянными объёмными скоростями, оказывая влияние друг на друга. Постоянство скоростей задается законом изменения проходного сечения насадки в направлении радиуса согласно условию постоянства удерживающей способности по радиусу. Исходя из вышеизложенного принимаем, что при малых углах раствора радиальная скорость также подчиняется параболическому закону распределения скоростей, как и при течении, ограниченном цилиндрической поверхностью, а перепад давления имеет поправку на конусность проходного сечения внутрироторного пространства.

Далее на основе вышеизложенных сведений решение задачи о распределении скорости и давления в изучаемом конусообразном ра-

диальном канале экстрактора рассмотрим не с помощью дифференциальных уравнений плоскопараллельного радиального течения, а применив уравнения прямолинейно-параллельного течения жидкости.

Уравнение движения жидкости, увлекаемой радиальным каналом, рассмотрим в неподвижной системе цилиндрических координат z, y, x (рис. 8.2). Ось радиального канала совпадает с осью x (в нашем случае с радиусом), а оси y и z лежат в плоскости, параллельной плоскости поперечного сечения канала. В связи с тем что высота h_i изменяется по радиусу согласно зависимости (7.27), течение жидкости может быть охарактеризовано как течение в конфузоре с малым углом раствора. В гравитационном поле течение жидкости в конфузоре сопровождается увеличением скорости и падением давления. В рассматриваемом канале на движение жидкостей накладывается действие сил центробежного поля. Однако, учитывая, что проходное сечение для потока изменяется пропорционально изменению радиуса, то гидравлический радиус можно принять постоянным, то есть $R_r \approx \dfrac{S_i}{\Pi R_i} \approx$ const. Тогда течение жидкости можно рассматривать как плоскопараллельное течение. В случае плоского радиального течения при малых углах раствора плоского конфузора для решения уравнений необходимо знание величины концентрации на рассматриваемом радиусе, а также величины критерия Рейнольдса, определяющего границу режимов.

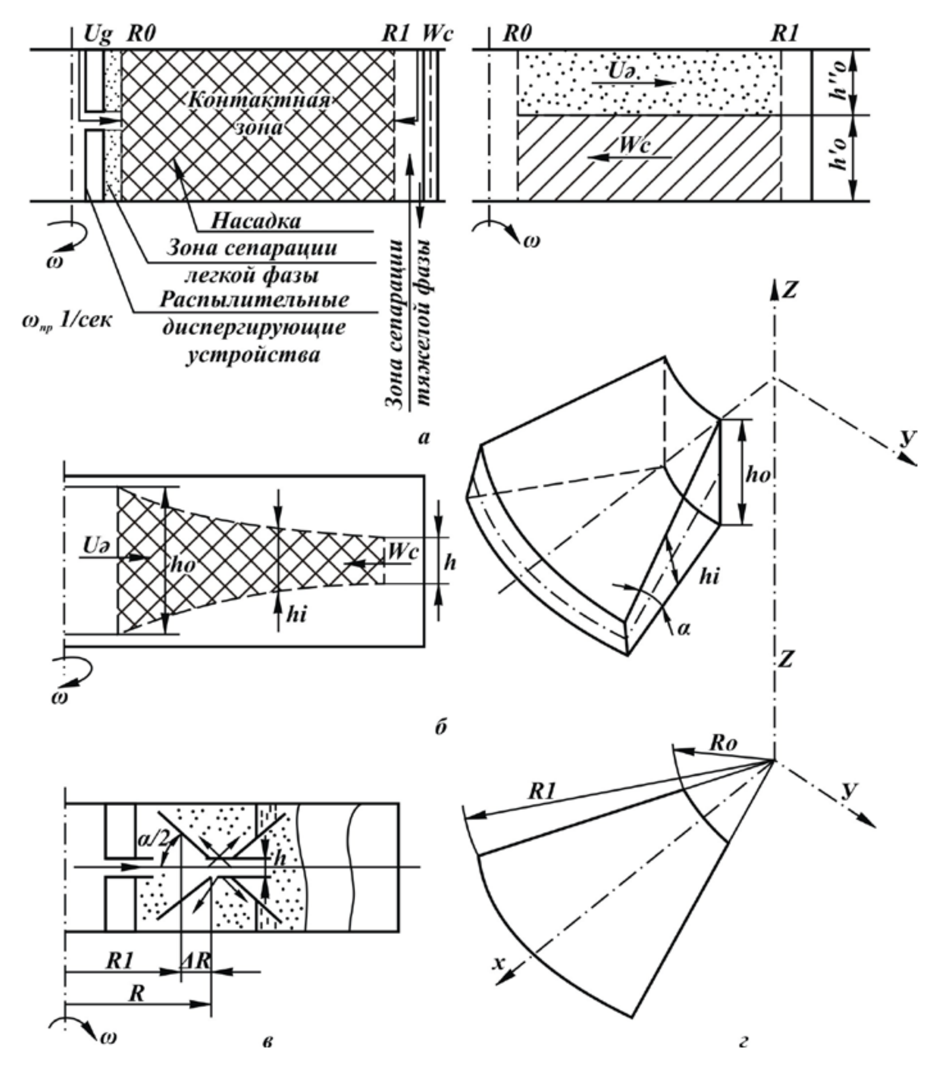


Рис. 8.2. Схема насадочного устройства:

а - схема движения потоков в контактном элементе с щелевой насадкой; б - профиль внутрироторного пространства; в - схема элементарного объема контактной зоны; и г – схема проекций профилированного ротора в координатах (x, y, z)

Структура потока усложняется в случае, когда дисперсная фаза состоит из частиц различных размеров и плотности. Потому инженерные расчёты базируются, как правило, на закономерностях, установленных экспериментальным путём. Хотя движение дисперсных потоков подчиняется всем основным законам механики, из-за сложности и многочисленности факторов, влияющих на эти потоки, обработка экспериментальных данных и оценка расчётных параметров часто производится с помощью одномерных полуэмпирических моделей. Используя представление о фазах как о взаимопроникающих, взаимодействующих друг с другом сплошных средах, рассмотрим соответствующие уравнения движения двухфазного потока [11], [338]:

$$\rho_с(1-\varphi)\left(\frac{\partial}{\partial t}+W_j\frac{\partial}{\partial y_j}\right)W_i=-\frac{\partial p^{(с)}}{\partial y_i}+\frac{\partial \tau_{ij}^{(с)}}{\partial y_j}+F(i); \qquad (8.14)$$

$$\rho_д\varphi\left(\frac{\partial}{\partial t}+U_j\frac{\partial}{\partial y_j}\right)U_i=-\frac{\partial p^{(д)}}{\partial y_i}+\frac{\partial \tau_{ij}^{(д)}}{\partial y_j}+F(i),$$

где первое уравнение системы (8.14) представляет собой уравнение Навье-Стокса с дополнительной объёмной силой, а второе — второй закон Ньютона для отдельных не взаимодействующих между собой частиц. Однако не вызывает сомнения тот факт, что при сравнимых удельных объёмах фаз в смеси частицы оказывают значительное влияние друг на друга. И, поскольку закономерности этого взаимодействия исследованы недостаточно, при изучении концентрированных смесей используют различные гипотезы. Считаем, что при небольших относительных объёмах взвешенных частиц тензор $\tau_{ij}^{(д)}$ имеет такое же

значение, как и в однородной вязкой несжимаемой жидкости с небольшой эйнштейновской поправкой на увеличение вязкости, обусловленное присутствием взвешенных частиц. Считаем, что процесс движение радиальных потоков стационарный.

Исходя из вышеизложенного считаем возможным применить для описания движения двухфазного потока в конусообразном радиальном канале центробежного экстрактора с профилированной контактной зоной следующую систему дифференциальных уравнений по аналогии с работой [11]:

$$\rho_c(1-\varphi)\left(W_j\frac{\partial}{\partial y_j}\right)W_i=-\frac{\partial p^{(c)}}{\partial y_i}+\rho_c(1-\varphi)a_i^{(c)}+18\varphi\mu\frac{W_i-U_i}{d^2};$$

$$\rho_д\varphi\left(U_j\frac{\partial}{\partial y_j}\right)U_i=\frac{\partial p^{(д)}}{\partial y_i}+\rho_д\varphi a_i^2-18\varphi\mu\frac{W_i-U_i}{d^2}; \qquad (8.15)$$

$$\frac{\partial\rho_c}{\partial t}+\frac{\partial\rho_c W_i}{\partial y_i}=0;\ \frac{\partial\rho_д}{\partial t}+\frac{\partial\rho_д U_i}{\partial y_i}=0;\ \frac{\partial\varphi}{\partial\tau}=dW\left[D\cdot\operatorname{grad}\varphi-\frac{1}{\beta}(k\varphi)\right]=0.$$

Для профилированного ротора принимаем, что концентрация, выраженная в виде удерживающей способности в радиальном направлении, удовлетворяет условию $\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0;\ \operatorname{grad}\varphi=0$.

При рассмотрении диссипативных сил трения можно считать, что в рассматриваемой задаче определяющей является y - компонента силы трения из-за относительно большой величины радиального зазора. Осевая симметрия рассматриваемой задачи позволит принять $\frac{\partial}{\partial y}=0.$

В качестве одного из граничных условий для уравнения изменения концентраций может быть взято условие непересекания стенок тарелок совокупностью частиц концентрации φ(x, y), а для потока сплошной фазы можно принять в первом приближении условие прилипания жидкости к стенкам:

$$Wx = W\beta = Wy\Big|_{\substack{y=0 \\ y=h}} = 0 .$$

Следующими условиями для дисперсной и сплошной фаз можно принять равенство касательных напряжений в дисперсной фазе и сплошной пленке на границе, отделяющей двухфазный поток от пристеночной пленки:

$$\mu_{д}\left(\frac{\partial Ux}{\partial y}+\frac{\partial Uy}{\partial x}\right)\Bigg|_{\substack{y=0\div\frac{h}{2} \\ y=h-\frac{h}{2}}} = \mu_{с}\left(\frac{\partial Wx}{\partial y}+\frac{\partial Wy}{\partial x}\right)\Bigg|_{\substack{y=0\div\frac{h}{2} \\ y=h-\frac{h}{2}}} .$$

Допуская, что $Wy = Uy\Big|_{\substack{y=0\div\frac{h}{2} \\ y=h-\frac{h}{2}}}$, можно получить

$$\frac{\partial Ux}{\partial y}\Bigg|_{\substack{y=0\div\frac{h}{2} \\ y=h-\frac{h}{2}}} = \frac{\mu_{с}}{\mu_{д}}\cdot\frac{\partial Wx}{\partial y}\Bigg|_{\substack{y=0\div\frac{h}{2} \\ y=h-\frac{h}{2}}} .$$

Общие давления фаз, которые входят в уравнения системы (3.13), в первом приближение можно принять аналогично давлениям в однофазных потоках в радиальном направлении. Что касается градиентов давления, то в направлении оси *y* можно ограничиться статической картиной распределения давлений.

Силу F_i, учитывающую влияние сил тяжести, центробежных сил и сил межфазного взаимодействия [11], представим также в виде суммы двух компонентов:

$$F_i^с = \rho_с (1 - E) \cdot a_i^с + f_i ; \; F_i^д = -\rho_д E \cdot a_i^д + f_i$$

для первого и второго уравнения. Концентрацию дисперсной фазы (удерживающей способности) задаем постоянной по координате R.

Для вывода силы межфазного взаимодействия a_i используем силу сопротивления по дисперсной фазе, связанную со скоростью (относительно) её смеси. В общую систему параметров, от которых зависит сила сопротивления, действующая на частицу, движущуюся в потоке плотной фазы, обычно входят основные величины $d_э$, U_∞, $\rho_с$, $\mu_с$, $\mu_д$, G, определяемые тремя безразмерными комплексами, характеризующими процесс обтекания капли (пузыря) жидкостью: критерием Рейнольдса, критерием Вебера и симплексом $\mu* = \frac{\mu_д}{\mu_с}$, взаимосвязь которых затрудняет проведение экспериментальных исследований. В связи с тем что зависимости Re и We содержат как определяемые, так и определяющие параметры и дают недостаточную информацию о механизме движения деформированных капель (пузырей), то целесообразней проводить исследования по определению предельной скорости частиц в зависимости от эквивалентного (среднего) диаметра и физико-химических свойств систем в виде

$$U_\infty = U_\infty(d_э, \rho_с, \Delta\rho, g, \mu_с, \mu_д, \sigma),$$

которые позволяют выявить ещё два независимых безразмерных комплекса - критерий Этвеша, характеризующий отношение силы тяжести и гидростатического давления к силе поверхностного натяжения:

$$Eo = gd_э^2 \frac{\Delta\rho}{\sigma},$$

и модифицированный критерий Мортона, характеризующий физические свойства фаз:

$$M = g\mu_c^4 \Delta\rho \left(\rho_c^2 \sigma^3\right)^{-1}.$$

В общем случае значение скорости дисперсной фазы можно определить по расчетным зависимостям, исходя также из режима движения потоков (граничного числа $Re_г$) [110], [354]:

$$Re_г = 14\left(\sigma^3 \rho_c^2\right)\left(\mu_c^4 \Delta\rho \omega^2 R\right)^{-0,14}.$$

В связи с зависимостью $Re_г$ от радиуса предложено определять граничный радиус ротора, где может осуществляться переход сопротивления движению дисперсной частицы от ламинарного режима к турбулентному, по зависимости

$$R_г = 2,3 \cdot 10^4 \cdot Lp^{-2,92} \left(\frac{\rho_c}{\omega}\right)\left(\frac{\sigma^3}{\mu_c^4 \Delta\rho}\right).$$

Согласно проведенным исследованиям для противоточного двухфазного потока проскальзывание незначительно, поэтому считаем, что относительная скорость дисперсной частицы равна радиальной скорости. Тогда [355] при $Re < 1,6$ $U_R = d^2 \Delta\rho\omega^2 R(18\mu_c)^{-1}$, и коэффициент сопротивления, согласно закону Стокса $\psi \sim U$, принимает следующие значения:

- при $Re < Re_г$ $f_i = 3\pi d\mu_c(U_R - W_c)$;

- при Re = l,6 - 420 $U_R = 0{,}136 d^{1,2} \Delta\rho^{0,73} (\omega^2 R)^{0,73} \left(\rho_c^{0,26} \mu_c^{0,46}\right)^{-1}$; (8.16)

- при $Re > Re_г$ $U_R = 1{,}74 \Delta\rho^{0,29} \sigma^{0,32} \omega^{0,36} R^{0,18} \left(\rho_c^{0,62} d^{0,14}\right)^{-1}$. (8.17)

В связи с тем, что рабочий режим работы центробежного экстрактора находится в пределах $Re > Re_г$ [120], расчет коэффициента сопротивления и скорости дисперсной фазы будем производить соответственно для указанных режимов движения потоков. Принимаем некоторый среднеобъемный статистический размер капель дисперсной фазы $d_{ср}$, объем $\overline{U}_{ср} = \frac{1}{6}\pi d_{ср}^3$ и число капель в насадочных элементах в контактной зоне аппарата $N = 6\varphi\left(\pi d_{ср}^3\right)^{-1}$.

Силу сопротивления дисперсной частицы в центробежном аппарате представим лобовой составляющей её сопротивления среде в виде $f_i = \psi d_{ср}^2 U_R^2 \rho_c$ или $f_i = \psi d_{ср}^2 \left(U_R - U_c\right)^2 \rho_c$ [3, 163, 317].

Значения коэффициента трения определим исходя из значения граничного числа Рейнольдса:

- при $Re < Re_г$ $\psi = 1{,}95\psi_o + 0{,}55(Re \cdot E_k)^{-1}$;

- при $Re > Re_г$ $\psi = 0{,}17\left(d^2\omega^2 R\rho_c\sigma^{-1}\right)^{0,64}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^{0,41}$,

где ψ_o - коэффициент, взятый из кривой Релея. Таким образом, принимаем силу межфазного взаимодействия за суммарную силу сопротивления не взаимодействующих между собой частиц, то есть

$$P_{f_i} = 0{,}194\psi\varphi\rho_c d_{cp}^{-1},$$

где $U_R - W_R = V_R$ - относительная скорость дисперсной фазы.

В результате анализа оказалось возможным применить для описания в общем случае движения двухфазного потока в радиальном направлении экстрактора следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial^2 W_R}{\partial y^2} + \frac{0{,}194\varphi}{d}\psi(\vartheta_R - W_c)^2\rho_c + \frac{\rho_c - \rho_{см}}{\mu_c}(1-\varphi)R\omega^2\sin^2\alpha - \frac{(1-\varphi)Q_\Sigma^o\omega\rho_{см}}{2\pi R_o^{1,18}\mu c}\cdot\frac{1}{Ri} = 0; \tag{8.18}$$

$$\frac{\partial^2 U_R}{\partial y^2} + \frac{0{,}194\varphi}{d}\psi(U_R - W_c)^2\rho_c + \frac{\rho_k - \rho_{см}}{\mu_k}\varphi R\omega^2\sin^2\alpha - \frac{\varphi Q_\Sigma^o\omega}{2\pi R_o^{1,18}}\cdot\frac{\rho_{см}}{\mu_k}\frac{1}{Ri} = 0.$$

В дифференциальные уравнения движения фаз, представленные в виде проекции на ось R, входят переменные значения W , U_r, W_c, φ, Q_Σ^o, λ, которые зависят, в свою очередь, от значения радиуса. Поэтому представляется целесообразным для проверки работоспособности предложенной математической модели вместо переменных значений ввести их расчетные зависимости и разделить соответственно на постоянные и переменные величины. Тогда, например, для режима движения жидкостей $Re > Re_r$ получим:

- скорость капель дисперсной фазы $U_R = k_2\omega^{0,4}R^{0,18}$;

- удерживающую способность

$$\varphi = \frac{U_c}{U_R} = k_3\frac{1}{R_o^{1,18}h_o\omega^{0.4}} = const = k_4;$$

- скорость сплошной фазы (принимаем среднерасходной и рассчитываем по начальному радиусу контактной зоны ротора)

$$W_c = \frac{Q_c}{2\pi R_i h_i} = k_5 Q_c;$$

- проходное сечение канала $f_k = 2\pi R_i h_i = f_k \sim f(R)^{1,18}$.

Подставляя найденные значения в уравнения (8.18), получим систему дифференциальных уравнений, описывающую движение двухфазного потока в профилированном роторе. Для численного интегрирования зададим физико-химические параметры обрабатываемых систем, примем закон изменения проходного сечения по зависимости $h_i = h_o\left(\frac{R_o}{R_i}\right)^{1,18}$ для безнасадочного ротора, разобьем весь диапазон варьируемых параметров на дискретные величины и для решения приведем систему уравнения к более удобному виду:

$$\frac{\partial^2 W_R}{\partial y^2} + AR^a + BR - CR^в = 0;$$
$$\frac{\partial^2 U_R}{\partial y^2} - AR^a + DR - ER^в = 0, \qquad (8.19)$$

где

$$A = 0{,}033Ed^{0,28}\omega^{1,28}\rho_c^{1,23}\Delta\rho^{0,41}\sigma^{-0,64}; \quad B = \frac{\rho_c - \rho_{см}}{\mu_c}(1-\varphi)\omega^2 \sin\alpha;$$

$$C = \frac{(1-\varphi)Q_\Sigma^o \omega\rho_{см}}{2\pi R_o^{1,18}\mu_c}; \quad D = \frac{\rho_k - \rho_{см}}{\mu_k}\varphi\omega^2 \sin^2\alpha; \quad E = \frac{\varphi Q_\Sigma}{2\pi R_o^{1,18}}\frac{\rho_{см}}{\mu_k};$$

$$Q_\Sigma^o = 0{,}696 \cdot 10^{-3}(f_k)^{0,6}\left(\omega\frac{\Delta\rho}{\rho_k}\right)^{0,93}; \quad \rho_{см} = \rho_c(1-\varphi) + \rho_k(\varphi);$$

$$E = 0{,}092\frac{Q_\Sigma^o \rho_c^{0,62} d^{0,14}}{R_o^{1,18} h_o \Delta\rho^{0,29}\sigma^{0,32}\omega^{0,36}}; \quad d_k = 0{,}88\left(\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2}\right)^{0,38} R_o^{0,14}.$$

Тогда уравнения примут следующий вид:

$$\frac{\partial^2 W_R}{\partial y^2} + AR^{0,64} + BR - CR^{-1,18} = 0;$$
$$\frac{\partial^2 U_R}{\partial y^2} - AR^{0,64} + DR - ER^{-1,18} = 0. \tag{8.20}$$

Для определения качественной физической картины в случае оптимального канала считаем его конусность незначительной и линии тока скоростей в радиальном канале – параллельными. И соответственно решение дифференциальных уравнений приведем для случая, когда режим движения двухфазного потока в канале осуществляется при значениях $\lambda < 5$, Re > 420 (Re > Re_r). Кроме того, для исследованного диапазона гидродинамических и физико-химических параметров контактирующих жидкостей влияние вязкостных сил трения незначимо, поэтому в уравнении (8.18) для относительной оценки влияния вязкости фаз введена приведенная вязкость, то есть отношение их вязкостей. Тогда

$$\frac{dW_R}{dy} = \int P dy = Py + C_1^W \; ;$$

$$\frac{dU_R}{dy} = \int Q dy = Qy + C_1^U \; ; \tag{8.21}$$

$$W_R = \int \left(Py + C_1^W\right)dy = \frac{Py^2}{2} + C_1^W y + C_2^W \ ;$$

$$U_R = \int \left(Qy + C_1^U\right)dy = \frac{Qy^2}{2} + C_1^U y + C_2^U \ . \qquad (8.22)$$

Константы интегрирования $C_1^W, C_2^W, C_1^U, C_2^U$ определяются из граничных уравнений с учетом того, что задача симметричная, то есть U_R и W_R являются четными функциями. Значит, $U_R(-y) = U_R(y)$ и $W_R(-y) = W_R(y)$, а $C_1^W = C_1^U$ согласно требованию условия симметричности. Отсюда

$$W_R\left(\frac{h}{2}\right) = 0{,}5P\left(\frac{h}{2}\right)^2 + C_2^W = 0,\ \ C_2^W = -0{,}5P\left(\frac{h}{2}\right)^2 \ ; \qquad (8.23)$$

$$U_R\left(\frac{h}{2}\right) = 0{,}5Q\left(\frac{h}{2}\right)^2 + C_2^U = 0,\ \ C_2^U = -0{,}5Q\left(\frac{h}{2}\right)^2 .$$

Окончательно получаем

$$W_R(y) = 0{,}5P\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right) = 0{,}125\left(4y^2 - h^2\right);$$

$$U_R(y) = 0{,}5Q\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right) = 0{,}125\left(4y^2 - h^2\right). \qquad (8.24)$$

Для двухфазного потока поступим следующим образом:

$$\frac{d^2U_R}{dy^2} - \frac{d^2W_R}{dy^2} = \frac{d^2U}{dy^2}; \qquad (8.25)$$

$$\frac{d^2U}{dy^2} = \frac{d^2(U_R - W_R)}{dy^2} = \frac{d}{dy}\left[\frac{d}{dy}(U_R - W_R)\right] = \frac{d}{dy}\left[\frac{dU_R}{dy} - \frac{dW_R}{dy}\right] = \frac{d^2U_R}{dy^2} - \frac{d^2W_R}{dy^2},$$

откуда после интегрирования имеем

$$U = 0{,}125(Q - P)(4y^2 - h^2). \qquad (8.26)$$

Для получения графических значений сначала подсчитывались коэффициенты уравнений (8.20) для соответствующих варьируемых параметров. Результаты вычислений представлены в виде графических зависимостей (рис. 8.3). Анализ расчетных данных подтверждает в целом литературные данные о гидродинамике двухфазных потоков.

```
    W(+)   U(*)    V        U(%) R= .08          H= .011          Ω= 220
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------>W,U,V
  .000    .000 -.011%   .0000
  .095    .279 -.009!+ *%   .3747
  .173    .508 -.007! +    *%  .6813
  .233    .685 -.005!  +    *  %  .9198
  .277    .813 -.003!  +       * % 1.0901
  .303    .889 -.001!   +      *  % 1.1923
  .311    .914 -.000!   +       *  % 1.2264
  .303    .889  .001!   +      *  % 1.1923
  .277    .813  .003!  +       * % 1.0901
  .233    .685  .005!  +    *  %  .9198
  .173    .508  .007! +    *%  .6813
  .095    .279  .009!+ *%   .3747
 -.000    .000  .011+%   .0000
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------
    W(+)   U(*)    V        U(%) R= .08          H= .011          Ω= 110
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------>W,U,V
  .000    .000 -.011%   .0000
  .081    .171 -.009! + * %   .2532
  .148    .312 -.007!  +    *  %  .4603
  .199    .421 -.005!   +     *    %  .6214
  .236    .499 -.003!    +     *     %  .7364
  .259    .546 -.001!     +     *      %  .8055
  .266    .562 -.000!     +      *     %  .8285
  .259    .546  .001!     +     *      %  .8055
  .236    .499  .003!    +     *     %  .7364
  .199    .421  .005!   +     *    %  .6214
  .148    .312  .007!  +    *  %  .4603
  .081    .171  .009! + * %  .2532
  .000    .000  .011!%  .0000
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------
    W(+)   U(*)    V        U(%) R= .08          H= .011          Ω=  55
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------>W,U,V
  .000    .000 -.011%   .0000
  .050    .093 -.009!  +* %  .1445
  .092    .170 -.007!  +  *    %  .2628
  .124    .230 -.005!   +     *     %  .3547
  .147    .273 -.003!    +     *      %  .4204
  .161    .298 -.001!     +     *       %  .4599
  .165    .307 -.000!     +      *      %  .4730
  .161    .298  .001!     +     *       %  .4599
  .147    .273  .003!    +     *      %  .4204
  .124    .230  .005!   +     *     %  .3547
  .092    .170  .007!  +  *    %  .2628
  .050    .093  .009!  +* %  .1445
  .000    .000  .011!%  .0000
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------
```

Рис. 8.3. Меридианальное (осевое) распределение скоростей радиальных потоков по высоте проходного сечения контактной зоны

Физическая картина эволюции полей скоростей по длине межтарелочного зазора может достаточно гибко изменяться в зависимости от численных значений основных параметров математической модели. Следует отметить, что наблюдаемое совпадение характера профилей скоростей для обеих фаз является принципиальной особенностью модели и зависит от концентраций фаз, соотношений между параметрами уравнений и от типа граничных условий.

8.3. Окружная скорость радиальных потоков

Радиальные потоки центробежных аппаратов характеризуются двумя компонентами скорости: скоростью в направлении радиуса ротора и окружной скоростью, отличающейся по величине от скорости тарелки, обусловленной действием кориолисовых сил [1]. При движении жидкостей в межтарелочном пространстве действие различных факторов противоречиво. При движении жидкостей от центра к периферии окружная скорость жидкости уменьшается, и, чем больше радиус, тем больше проскальзывание. И, наоборот, при движении жидкости от периферии к центру она опережает ротор. Кроме того, при увеличении расхода проходного сечения и числа оборотов ротора эффект проскальзывания увеличивается. Хотя согласно литературным данным [11] действие сил Кориолиса на два порядка меньше действия других центробежных сил (≈ 0,002), однако определение величины окружной скорости радиальных потоков представляет несомненный интерес как для расчета гидродинамических процессов, так и для

расчета массопередачи. С достаточной для практических расчетов точностью можно считать, что радиальная составляющая скорости может быть выражена отношением расхода жидкости к проходному сечению щели.

Для определения величины относительной окружной скорости жидкости в литературе имеются как приближенные, так и частные решения точных дифференциальных уравнений для случая течения потоков в щелях между коническими и плоскими вставками сепараторов [1, 11, 325, 339-341]. Однако значительные конструктивные отличия контактных элементов в аппаратах рассматриваемого типа от конфигурации внутренних устройств тарельчатых сепараторов, для которых были получены вышеуказанные решения, вызывают необходимость их подтверждения применительно к режимам работы центробежных экстракторов дифференциально-контактного типа.

Решение уравнения Новье-Стокса применительно к конструкции центробежного экстрактора с коаксиальными цилиндрами представлено в работе [45]:

$$\upsilon_r \frac{dV_r}{dr} - \frac{V\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dr}, \qquad (8.27)$$

$$V_r \frac{dV\varphi}{dr} + \frac{V_r \cdot \upsilon_\varphi}{r} = \nu \left(\frac{d^2 V\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV\varphi}{dr} - \frac{V\varphi}{r^2} \right), \qquad (8.28)$$

$$\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} = 0, \qquad (8.29)$$

для случаев, когда радиальная составляющая скорости потока направлена как от оси вращения, так и к оси вращения.

Интегрирование уравнения (8.28) представлено в следующем виде:

- для окружной составляющей скорости потока, направленного от оси вращения

$$\overline{V_{\varphi}} = \overline{C_1} \cdot r^{\mathrm{Re}+1} + \overline{C_2} \cdot r^{-1} \qquad (8.30)$$

- для окружной составляющей скорости потока, направленного к оси вращения

$$V_{\varphi} = \frac{C_3}{(\mathrm{Re}-2) \cdot r} + \frac{C_4}{r\,\mathrm{Re}-1}, \qquad (8.31)$$

где C_1, C_2, C_3 и C_4 – константы интегрирования, определенные из условия прилипания r = R; $\upsilon_{\varphi} = \omega R_1$; $r = R_2$; $\upsilon_{\varphi} = \omega R_2$; $R_1 < R_2$ – уровни жидкостей при манометрическом способе определения в центробежном аппарате с прозрачным ротором [184].

После подстановки констант интегрирования уравнения (8.30) и (8.31) примут вид

$$V\varphi_{-} = \frac{\omega\left(R_1^2 - R_2^2\right) r^{\mathrm{Re}+1}}{R_1^{\mathrm{Re}+2} - R_2^{\mathrm{Re}+2}} + \frac{\omega R_1^2 R_2^2 \left(R_1^{\mathrm{Re}} - R_2^{\mathrm{Re}}\right)}{r\left(R_1^{\mathrm{Re}+2} - R_2^{\mathrm{Re}+2}\right)}, \qquad (8.32)$$

$$V\varphi_{+} = \frac{\omega\left(R_1^{\mathrm{Re}} - R_2^{\mathrm{Re}}\right) r^{\mathrm{Re}-2} - \omega\left(R_1^2 - R_2^2\right) R_1^{\mathrm{Re}=2} \cdot R_2^{\mathrm{Re}-2}}{\left(R_1^{\mathrm{Re}-2} - R_2^{\mathrm{Re}-2}\right) \cdot r^{\mathrm{Re}-1}}. \qquad (8.33)$$

По результатам экспериментального исследования формулы (8.32) и (8.33) были уточнены заменой числа Re его «эффективным» значением Re*, вычисленным по турбулентной вязкости жидкостного потока [45]:

$$\frac{\mathrm{Re}_r}{\mathrm{Re}_r^*} = \left(1{,}875 \cdot 10^{-5}\right)\mathrm{Re}_r + 17{,}24\,. \qquad (8.34)$$

Для определения влияния эффекта проскальзывания относительно стенок ротора (насадки) радиальных потоков на производительность и эффективность работы безнапорных центробежных экстракторов дифференциально-контактного типа выполнена экспериментальная работа по определению проскальзывания жидкости в контактной зоне аппарата с различными контактными устройствами. В ходе экспериментального исследования переменными в опытах являлись числа оборотов ротора n, нагрузка Q и размер щели h. Числа оборотов изменялись от 545 до 2100 об/мин, нагрузка Q - от 50 до 600 л/ч, размер щели по нормали h - от 1 до 22 мм. Исследования проводились в центробежном аппарате, ротор которого выполнен из оргстекла, что позволяло с помощью стробтахометра визуально производить замеры уровня жидкости внутри ротора в контактной зоне в манометрических трубках. Схема замера давлений представлена на рис. 8.4.

Для определения уровня R_2 в контактную зону аппарата устанавливались две радиальные перегородки, которые обеспечивали равенство угловых скоростей жидкости и аппарата, а уровни жидкостей R_1, R_2 и R_2 определялись с помощью шкал, нанесенных внутри контактной зоны аппарата и манометрических трубок.

Расчетную формулу для определения экспериментальных значений истинной окружной скорости $\omega_ж$ по данным опыта можно получить, руководствуясь следующими соображениями. Рассматривая кон-

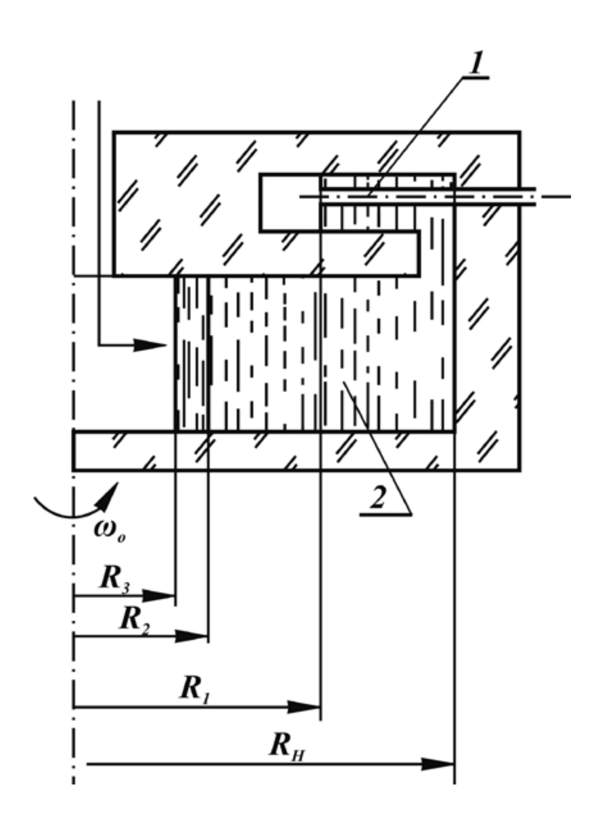


Рис. 8.4. Схема замера уравнения раздела фаз: 1 - манометрическая трубка; 2 - насадочная зона ротора; Rн - наружный радиус слоя жидкости и ротора; R1 - радиус уровня жидкости в манометрической полости; R2 - радиус уровня жидкости в роторе без проскальзывания (ротор с радиальными перегородками); R3 - радиус уровня жидкости в насадочной зоне при проскальзывании (полный ротор)

тактную зону аппарата и полость манометрической трубки как сообщающиеся сосуды, можно записать [356]:

а) без проскальзывания жидкости (при наличии радиальных перегородок в аппарате)

$$0{,}5\rho_ж\omega_о^2\left(R_н^2 - R_1^2\right) = 0{,}5\rho_ж\omega_о^2\left(R_н^2 - R_2^2\right) - \Delta P_{1(сопр)}; \qquad (8.35)$$

б) при проскальзывании жидкости (при отсутствии радиальных перегородок)

$$0{,}5\rho_ж\omega_о^2\left(R_н^2 - R_1^2\right) = 0{,}5\rho_ж\omega_о^2\left(R_н^2 - R_3^2\right) - \Delta P_{2(сопр)} - 0{,}5\rho_ж\left(\omega_о - \omega_ж\right)^2, \qquad (8.36)$$

где $\Delta P_{1(сопр)}$, $\Delta P_{2(сопр)}$ - потеря давления за счет сопротивления движению жидкости в контактной зоне аппарата соответственно с перегородками и без них; $\omega_о$ и $\omega_ж$ – окружная скорость ротора и жидкости.

Пренебрегая сопротивлением, вызванным трением жидкости о поверхности радиальных перегородок, можно считать, что $\Delta P_{1(сопр)} = \Delta P_{2(сопр)}$. Исходя из вышеизложенного принимаем, что $\omega_о\left(R_н^2 - R_1^2\right) = \omega_ж\left(R_н^2 - R_3^2\right)$. Аналогично работе [356] получим выражение для расчета действительной окружной скорости радиального потока

$$\omega_ж = \pm\omega_о\sqrt{\frac{R_н^2 - R_2^2}{R_н^2 - R_3^2}}, \qquad (8.37)$$

Знак (+) в (8.37) характеризует, что угловая скорость вращения жидкости при движении её от периферии к центру опережает скорость вращения аппарата, а знак (-) – что угловая скорость вращения жидкости при движении от центра к периферии отстает от скорости вращения аппарата.

На рис. 8.5-8.11 представлены некоторые результаты экспериментального исследования процесса проскальзывания радиальных пото-

ков в зависимости от изменения параметров, влияющих на скорость проскальзывания потоков относительно стенок ротора.

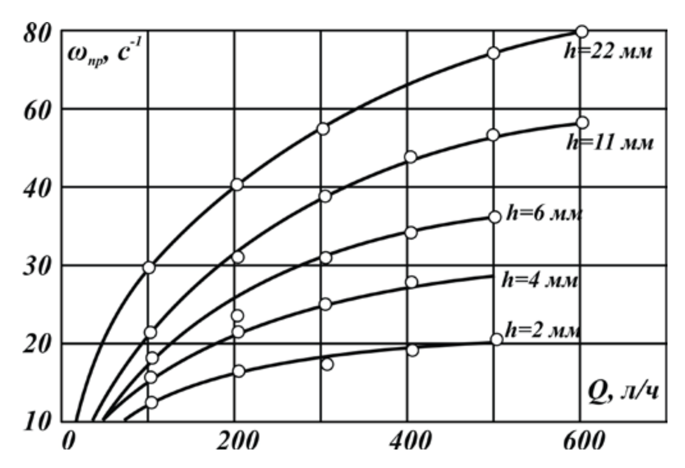


Рис. 8.5. Зависимость угловой скорости проскальзывания жидкости от радиуса ротора

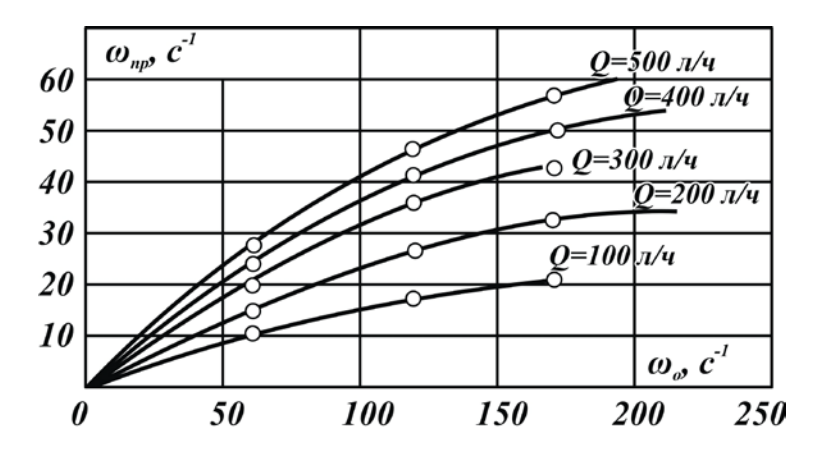


Рис. 8.6. Зависимость угловой скорости проскальзывания жидкости от скорости вращения ротора

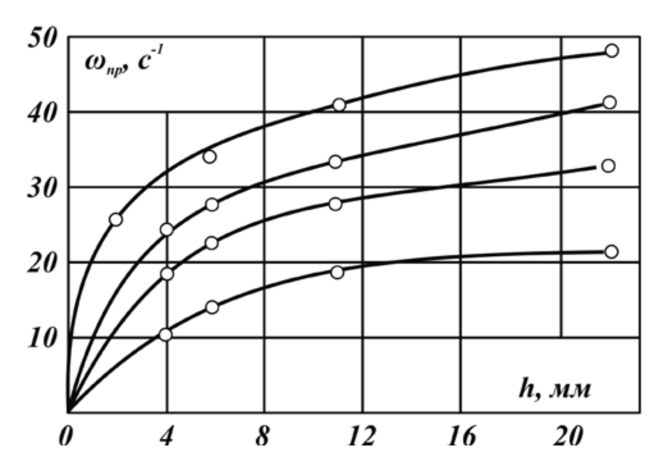


Рис 8.7. Зависимость угловой скорости проскальзывания жидкости от размера проходной щели

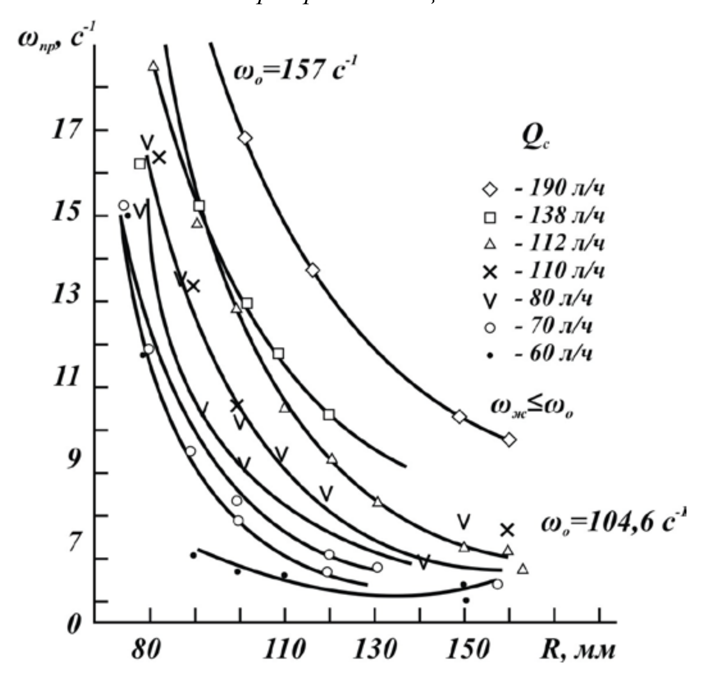


Рис. 8.8. Проскальзывание жидкости при движении ее от центра к периферии

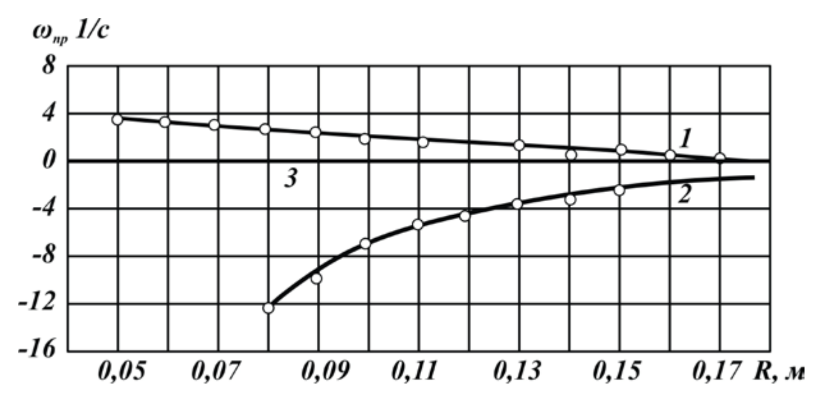


Рис. 8.9. Зависимость проскальзывания радиальных однофазных потоков при n=1500 об/мин:

1 - движение керосина от периферии к центру; 2 - движение водной фазы от центра к периферии; 3 - скорость противоточного двухфазного потока

Обработка экспериментальных данных показала, что при Re = 35÷140 происходит ступенчатое изменение величины проскальзывания жидкости, что связано с переходом от ламинарного движения потока к турбулентному.

В результате проверки применимости расчета формул по определению окружной скорости жидкости для тарельчатых сепараторов [325, 342-345] выявлено значительное расхождение (до 40%) с экспериментальными данными (рис. 8.10), поскольку формулы были выведены без учета влияния высоты межтарелочного зазора, которые использовались только для зазоров менее 0,002 м и относительно малых расходов фаз. В связи с этим нами введен в расчетную зависимость по определению $\omega_{пр}$ параметр h:

$$\omega_{пр} = 10{,}7\sqrt{\frac{Q\omega_o h}{\lambda_o R^4}}\,. \qquad (8.38)$$

Уравнение (8.38) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными (рис. 8.5–8.11).

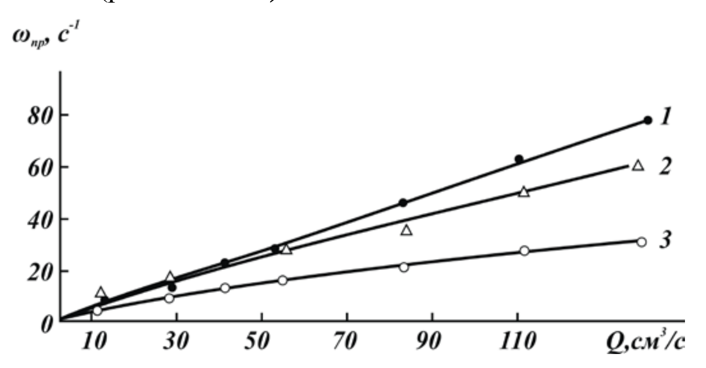


Рис. 8.10. Сравнение расчетных и опытных значений угловых скоростей проскальзывания по данным различных авторов: 1 - [347]; 2 - уравнение (8.30); 3 - [351]

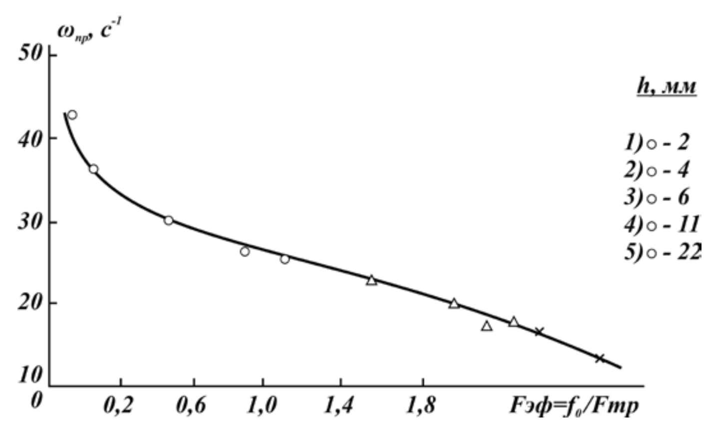


Рис. 8.11. Зависимость проскальзывания радиального потока от величины эффективной поверхности и трения контактных элементов насадки: о - 2, о - 4, о - 6, о -11, о - 22 безнасадочный ротор; Δ - волнообразная насадка; х - иксообразная насадка

Кроме того, наличие в роторе различного вида насадок из-за резкого увеличения площади соприкосновения протекающего потока по элементам насадок скорость проскальзывания значительно уменьшается (рис. 8.11), поэтому в расчетную зависимость был введен параметр, учитывающий увеличение площади соприкосновения потока в насадочной зоне ротора. Тогда формула (8.38) запишется в виде

$$\omega_ж = \omega_о - 10{,}7\left(\frac{Q\omega_о h}{\lambda R^4}\right)^{0,5}\left(\frac{f_р}{f_н}\right)^{0,93}, \qquad (8.39)$$

где $f_р$ и $f_н$ - площадь соприкосновения радиального потока со стенками ротора и насадки.

Таким образом, экспериментальные исследования показали, что для радиальных однофазных потоков наблюдается значительное изменение окружных скоростей из-за проскальзывания, вызванное действием сил Кориолиса. Учитывая, что величина подпорного слоя перед отверстием истечения характеризует значение гидропотерь радиального потока в насадке, величину гидродинамического напора, необходимую для преодоления сил сопротивления потоку, можно записать следующим образом:

$$\Delta P_ц = 0{,}5\lambda_о \rho_ж W_R = 0{,}5\rho_ж (\omega_о - \omega_ж)^2 \left(R_н^2 - R_3^2\right).$$

Отсюда эффективный коэффициент сопротивления

$$\lambda_о = \frac{(\omega_о - \omega_ж)^2 \left(R_н^2 - R_2^3\right)^3}{\dfrac{Q_\Sigma}{2\pi R_н h_о}}.$$

Выражение $R_н^2 - R_2^3$ представим в виде $R_н^2 - R_2^3 \approx 2R_н \Delta R$. Тогда

$$\lambda_о = 4\pi(\omega_о - \omega_ж)^2 R_н^2 h_о \Delta R Q_\Sigma^{-1}. \qquad (8.40)$$

Определение слоя ΔR очень существенно при расчете геометрических параметров насадок центробежных аппаратов. Для определения конструктивных размеров насадочных элементов, зависящих от значения слоя ΔR, например для диспергатора или насадки в виде кольцевых секций с щелевыми отверстиями, нами предложена эмпирическая формула по определению величины подпорного слоя дисперсной фазы в виде

$$\Delta R = 0{,}172 R \lg\left[\frac{\left(\frac{\rho_т}{\rho_л}\right)^2 Q_\varepsilon^2}{2\cdot 10^{-9}\omega^2 R h}\right]. \qquad (8.41)$$

Сравнение расчетных значений величины ΔR по формуле (8.33) и значений, полученных по известной формуле для определения центробежного давления, показало незначительное расхождение данных - в пределах ±5,5 %.

8.4. Радиальная скорость дисперсной фазы в центробежном экстракторе

Для определения закона изменения скоростей фаз в направлении оси R (в радиальном направлении) целесообразно принять за основу математическую модель, полученную в виде дифференциального уравнения [3], введя в него дополнительную составляющую силы

взаимодействия фаз при движении их противотоком в радиальном направлении, силу сопротивления гидравлического трения:

$$V_R \frac{dV_R}{dR} - \frac{V_\varphi^2}{R} = \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_\partial}\right)\omega^2 R - \left(\frac{2 - k\rho_c}{\rho_\partial}\right)\omega V_{\varphi -} - \\ -\psi \frac{\rho_c 6}{\rho_\partial \pi \ell} V_R \sqrt{V_R^2 + V_\varphi^2} - \lambda_o \frac{\Delta\rho_{см}}{2}\left(V_R - W_R\right)^2 \qquad (8.42)$$

С учетом незначимости эффекта проскальзывания фаз исключим из уравнения окружную составляющую скорости и введем в выражение для коэффициента сопротивления новую величину, учитывающую тем самым противоток другой фазы. Тогда уравнение можно записать в виде

$$V_R \frac{dV_R}{dR} = \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_\partial}\right)\omega^2 R - \frac{\rho_c 6\varphi}{\rho_\partial \pi d_к} V_R^2 - 0{,}33 \frac{\Delta\rho}{\rho_\partial}\omega^2 R^2 \lg\left(\frac{Q_\varepsilon}{Q_\varepsilon^o}\right)(1 - \varphi) \qquad (8.43)$$

Для решения уравнения (8.43) представим вместо членов уравнения их эмпирические зависимости и группирующие постоянные члены и после преобразования получим

$$V_R \frac{dV_R}{dR} = R(A - N) - L\,. \qquad (8.44)$$

Примем новую переменную L = V_R^2. Тогда

$$dL = 2V_R dR \text{ или } V_R dR = 0{,}5dL. \qquad (8.45)$$

Подставив эти значения в уравнение (8.44), получим dL = [2(A – N)R – 2h] ·dR;

$$L = \int 2ARdR - \int 2MR^2 dR = AR^2 = 2N - \frac{2}{3}LR^3 + C\,. \qquad (8.46)$$

Проинтегрируем полученное выражение (8.46). Тогда, учитывая, что $V_{R/R=R_o} = V_o$, имеем

$$V_o = \sqrt{AR_o^2 - 2NR_o - \frac{2}{3}MR_o^3 + C}.$$

Откуда $C = V_o^2 - AR_o^2 + 2NR_o + \frac{2}{3}MR_o^3$. Подставив значение C в формулу (8.46), получим

$$V_R = \sqrt{A(R^2 - R_o^2) - 2N(R - R_o) - \frac{2}{3}M(R^3 - R_o^3) + V_o^2}, \qquad (8.47)$$

где $A = \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_д}\right)\omega^2$;

$$N = \varphi \frac{\rho_c 6}{\rho_д \pi \ell_{ср}} \left[1{,}74\Delta\rho^{0,29}\omega^{0,36}\left(\rho_c^{0,62} d^{0,14}\right)^{-1}\sigma^{0,32}\right];$$

$$M = 0{,}33\frac{\Delta\rho}{\rho_д}\omega^2 \lg\left(\frac{Q_\varepsilon}{Q_\varepsilon^o}\right)(1-\varphi).$$

Для определения постоянной интегрирования рассмотрим условия, когда $V_{R_o} = 0$. Скорость дисперсной фазы может быть равной нулю только тогда, когда частица движется от оси вращения, или в случае, когда осуществляется режим движения потоков в момент инверсии, то есть в момент режима «захлебывания», когда скорости равны. Таким образом, при противотоке фаз общая скорость равна нулю: $V_R = U_R - W_R = 0$.

Произведем вычисления для случая, когда дисперсная фаза движется из сопел диспергатора, расположенных параллельно оси враще-

ния, например как в случае подвода фаз в сепараторах. В действительности в момент выхода дисперсной фазы из сопла, не находящегося на оси вращения, скорость ее будет равна скорости истечения, которая, например, может быть определена по эмпирическим уравнениям, полученным в работах [7, 17]. Анализ показывает, что для качественной картины движения потоков значение величины $\mathrm{U}_{\mathrm{R}_o}$ не играет существенной роли, поэтому для расчета используем условие $\mathrm{U}_{\mathrm{R}_o} = 0$. Тогда получим, что $C = V_o^2 - AR_o^2 + 2NR_o + \frac{2}{3}LR_o^2$. Откуда

$$V_R = \sqrt{A(R^2 - R_o^2) - 2N(R - R_o) - \frac{2}{3}L(R^3 - R_o^3)}\,. \qquad (8.48)$$

При решении уравнения (8.48) вначале рассчитывали постоянные коэффициенты, определяли их значения в зависимости от варьируемых параметров, а затем определяли значения относительной скорости дисперсной фазы на фиксированных значениях радиуса. Полученные результаты и графические значения (рис. 8.12) полностью соответствуют теоретическим предпосылкам, что позволяет использовать данную матмодель для технологических расчетов аппаратов с оптимальной конструкцией насадки.

Б= 2529.45 В= 2088.81 Г= 44.46

H= .004 D= 55 Q= 5.50E-05 >W,U,U

W(+)	U(*)	U(.)	R
,0084	,2193	,030	,040
,0086	,2252	,226	,045
,0088	,2307	,325	,050
,0089	,2357	,407	,055
,0091	,2404	,480	,060
,0092	,2448	,548	,065
,0093	,2489	,612	,070
,0095	,2528	,673	,075
,0096	,2565	,732	,080
,0097	,2601	,789	,085
,0098	,2635	,844	,090
,0099	,2667	,899	,095
,0100	,2698	,952	,100

Б= 632.36 В= 511.59 Г= 39.49

H= ,020 D= 220 Q= 5.50E-05 >W,U,U

W(+)	U(*)	U(.)	R
,0084	,4106	,110	,040
,0086	,4217	,810	,045
,0088	,4319	1,163	,050
,0089	,4413	1,450	,055
,0091	,4500	1,701	,060
,0092	,4583	1,931	,065
,0093	,4660	2,145	,070
,0095	,4733	2,347	,075
,0096	,4803	2,538	,080
,0097	,4869	2,720	,085
,0098	,4933	2,894	,090
,0099	,4993	3,061	,095
,0100	,5052	3,221	,100

Б= 10117,79 В= 8480.42 Г= 51.25

H= ,002 D= 220 Q= 5.50E-05 >W,U,U

W(+)	U(*)	U(.)	R
,0084	,4106	,110	,040
,0086	,4217	,810	,045
,0088	,4319	1,163	,050
,0089	,4413	1,450	,055
,0091	,4500	1,701	,060
,0092	,4583	1,931	,065
,0093	,4660	2,145	,070
,0095	,4733	2,347	,075
,0096	,4803	2,538	,080
,0097	,4869	2,720	,085
,0098	,4933	2,894	,090
,0099	,4993	3,061	,095
,0100	,5052	3,221	,100

Рис. 8.12. Поле скоростей потоков в радиальном направлении

8.5. Расчетные зависимости по определению основных параметров центробежных экстракторов с профилированным ротором

8.5.1. Производительность центробежных экстракторов дифференциально-контактного типа.

По результатам проведенных исследований оптимизирована структура внутрироторных потоков за счет повышения интенсивности взаимодействия контактируемых жидкостей в контактных элементах насадочных устройств, профилирования ротора и секционирования насадок, благодаря чему повысилась не только эффективность работы аппарата, но и значительно улучшились технологические и конструктивные параметры. В связи с этим возникла необходимость проверки применимости и уточнения имеющихся расчетных зависимостей для оптимизированных насадок.

Имеется ряд уравнений [2, 6, 7, 14-17] по величине теоретического расхода и коэффициенту расхода, которые позволяют получить значения пропускной способности насадки. Однако коэффициент расхода, в свою очередь, определяется взаимозависимыми величинами, которые зависят от тех же гидродинамических параметров, что и коэффициент расхода. В связи с этим возникла необходимость проведения исследований по выявлению расчетной зависимости (удобной для технологических расчетов) производительности центробежного аппарата.

Известно, что лимитирующими элементами по производительности для имеющихся аппаратов являются центральные элементы. В

данном случае это относится к диспергируемому устройству, или первому от центра кольцевому элементу (или цилиндру). С целью получения расчетной зависимости рассмотрим случай однофазного истечения, то есть случай наличия слоя жидкости перед щелью или отверстием истечения.

Считаем, что по аналогии с работами [6, 189] в общем случае гидродинамическое давление слоя $\Delta R^{с\text{-}д}$ расходуется на преодоление сил сжатия и расширения струи ΔP_1, взаимодействия струй и среды в зоне контакта ΔP_2, сил межфазного натяжения ΔP_3^{σ}, на взаимодействие потока среды (противоточное или спутное движение) ΔP_4, а также на преодоление сил Кориолиса $\Delta P_5^{к}$, то есть

$$\Delta P^{с\text{-}д} = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3^{\sigma} + \Delta P_4 + \Delta P_5^{к}.$$

Ввиду малости величин каждого компонента ΔP_1 - ΔP_3 получим (см. рис. 8.4)

$$\rho_д \omega_о^2 \left(R_н^2 - R_1^2\right) = \rho_д \lambda_о \left(V_с + V_д\right)^2 + \omega_о^2 \rho_с \left(R_н^2 - R_1^2\right) + \rho_д \left(\omega_о - \omega_ж\right)^2 \left(R_н^2 - R_3^2\right).$$

Откуда, подставляя вместо $V_д$ и $V_с$ их значения, с учетом того, что

$$\frac{V_\partial}{V_c} = \frac{f_\partial}{f_c}, \ \frac{V_\partial}{V_c} = \frac{\rho_\partial}{\rho_c}; \qquad V_\partial = V_c \left(\frac{f_c}{f_\partial}\right)\left(\frac{\rho_\partial}{\rho_c}\right)$$

и действия сил Кориолиса, производительность диспергатора или лимитирующего центрального элемента насадки центробежного аппарата выразится следующим образом:

$$Q_\partial^2 = \frac{0{,}5 f_\partial^2 \left(R_н^2 - R_1^2\right)\left(\rho_\partial \omega_\partial^2 - \omega_c^2 \rho_c\right)}{\lambda_o \left(1 + \frac{f_c}{f_\partial} \frac{\rho_\partial}{\rho_c}\right)}.$$

Величина $R_н^2 - R_1^2 \approx 2\Delta R R_1$, тогда

$$Q_\partial^2 = \frac{\Delta R R \left(\rho_\partial \omega_\partial^2 - \omega_c^2 \rho_c\right) \cdot f_\partial^2}{\lambda_o \left(1 + k_f k_\rho\right)}, \tag{8.49}$$

где $k_f = \frac{f_д}{f_c}$; $k_\rho = \frac{\rho_д}{\rho_c}$. Пропускную способность центробежного аппарата удобней выразить через суммарную нагрузку обеих фаз. В этом случае уравнение (8.49) можно представить в следующем виде:

$$Q_\Sigma^2 = \frac{\Delta R R \omega_{cp}^2 f_o^2}{\lambda_o \left(1 + k_f k_\rho\right)}. \tag{8.50}$$

Для получения безразмерного значения разделим обе части выражения (8ю50) на $(\omega_o f_o R)^2$, получим следующую зависимость:

$$\frac{Q_\Sigma^2}{\left(\omega_o f_o R\right)^2} = C \left(\frac{\Delta R}{R}\right) \left(\frac{\omega_ж}{\omega_o}\right)^2 \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_{см}}\right),$$

где $C \sim (K_\rho \lambda_o)$ или

$$\frac{Q_\Sigma}{\left(\omega_o f_o R\right)} = C_1 \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{0,5} \left(\frac{\omega_ж}{\omega_o}\right) \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_{см}}\right)^{0,5}.$$

Следовательно, функциональную зависимость суммарной производительности центробежного аппарата при однофазном истечении в центральном элементе можно представить в виде

$$\frac{Q_\Sigma}{(\omega_o f_o R)} = C_2\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^Q \left(\frac{\omega_ж}{\omega_o}\right)^в \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{см}}\right)^c. \qquad (8.51)$$

Графическая обработка опытных данных (рис. 8.13-8.16) показала, что зависимость (8.51) представляется в виде

$$\lg\frac{Q_\Sigma}{(\omega_o f_o R)} = \lg N + C_3\left(\frac{\Delta R}{R}\right)\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{см}}\right), \qquad (8.52)$$

где для противотока фаз используется выражение $\frac{\omega_ж}{\omega_o} = 1$. Величина N оказалась переменой, она является функцией угловой скорости вращения ротора, площади угловой щели истечения дисперсной (тяжелой) фазы и разности плотностей фаз, то есть $N = f\left(\omega_o, f_o, \frac{\Delta\rho}{\rho_д}\right)$.

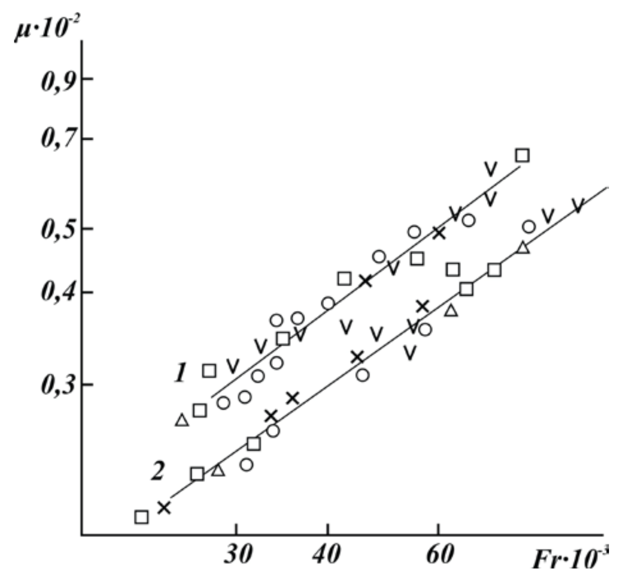


Рис. 8.13. Зависимость коэффициента расхода от определяющих параметров

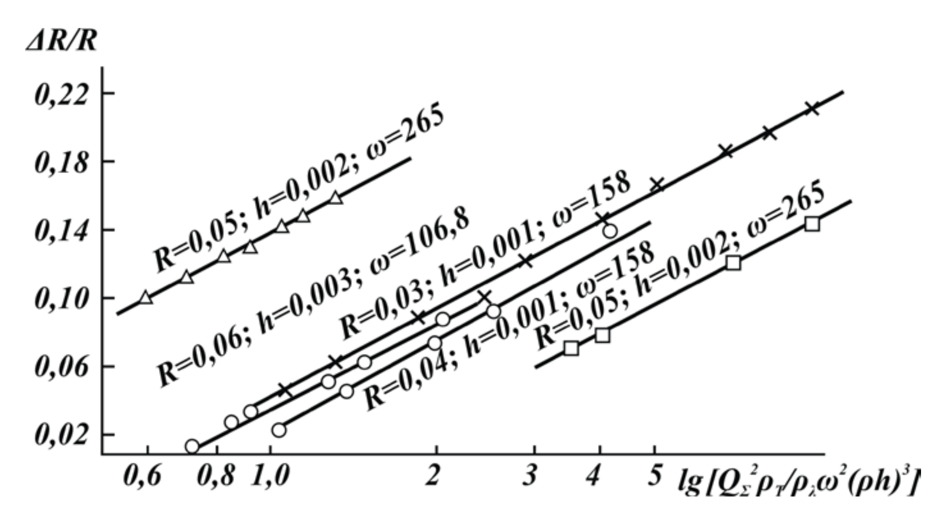


Рис. 8.14. Зависимость величины слоя ΔR от определяющих параметров

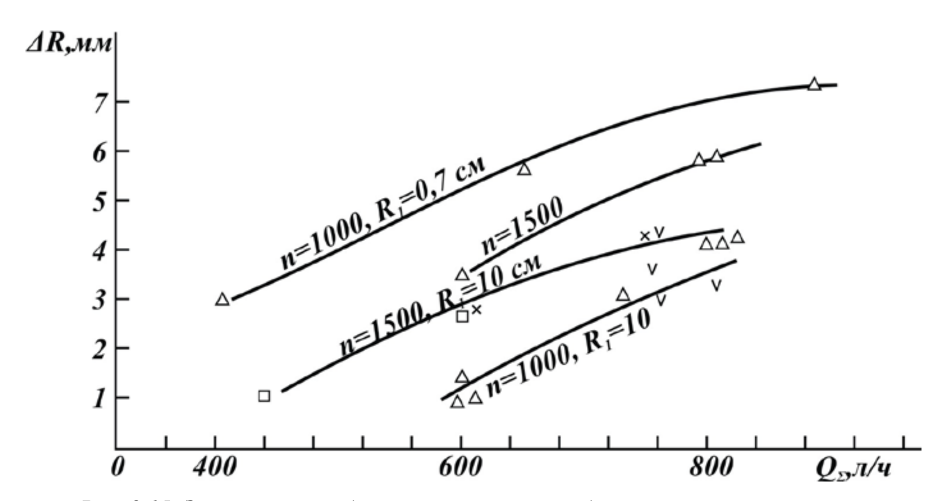


Рис. 8.15. Зависимость подпорного слоя на цилиндре от суммарной нагрузки

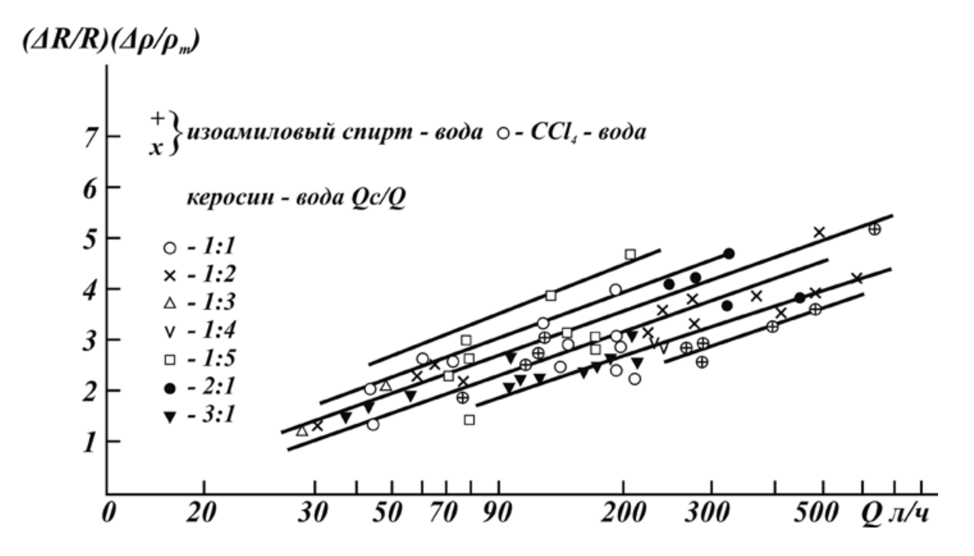


Рис. 8.16. Зависимость безразмерного комплекса (ΔR/R)(Δρ/ρт) от критерия (Fr)2

Опытные данные показали, что можно пренебречь влиянием вязкостных и поверхностных сил на процесс истечения через круговые щели насадочных элементов центробежных аппаратов, и выявилось, что некоторые виды насадок могут работать как при однофазном, так и при двухфазном истечении, например, через круговые щели, образованные коническими дисками [6].

Режим «захлебывания», имеющий место в гравитационных аппаратах, в центробежном означает образование подпорного кольцевого слоя дисперсной фазы перед круговой щелью центрального, находящегося у оси вращения элемента, и только при достижении определенного гидродинамического режима (при увеличении обеих расходов фаз) начинается постепенное образование этого слоя на последующих

элементах. Учитывая, что профилирование ротора обусловливает изменение проходного сечения по направлению радиуса ротора по заданному закону (например, пропорционально $\omega^2 R$), можно организовать подобный режим на всех элементах. Тогда образование кольцевого слоя будет происходить на всех элементах: при фиксированной нагрузке образуется гидродинамическое равновесие, и насадка продолжает работать при однофазном истечении при наличии противотока жидкости, то есть фазы движутся через «свою» щель. Экспериментальные исследования на прозрачной модели аппарата показали, что толщина кольцевого слоя ($\Delta R = R_1 - R_o$) (см. рис. 8.14) пропорциональна суммарному расходу и не зависит от соотношения фаз. Значение минимального суммарного расхода очень близко совпадает с расчетными значениями величин скорости легкой фазы в момент инверсии фаз, что позволило не только упростить выражение для определения производительности насадок, но и определить их значения по одному уравнению как для двухфазного, так и для однофазного истечения фаз. В данном случае при двухфазном истечении через круговые щели и перфорированные цилиндры нагрузки максимально будут соответствовать граничному условию протекания однофазного истечения, то есть минимальной суммарной нагрузке.

На основании уравнений Бернулли и Вейсбаха и опытных данных было получено обобщенное уравнение для определения суммарного расхода фаз в виде

$$\lg\left[\frac{Q_{\Sigma}^{2}\rho_{т}}{\rho_{л}\omega^{2}(Rh)^{3}}\right]=\lg\left[\frac{\left(Q_{\Sigma}^{0}\right)^{2}\rho_{т}}{\rho_{л}\omega^{2}(Rh)^{3}}\right]+5{,}83\frac{\Delta R}{R}, \qquad (8.53)$$

где $Q_{\Sigma}^{0}=4{,}86\cdot10^{-5}\omega\sqrt{Rh}\left(\frac{\rho_{л}}{\rho_{т}}\right)$ - минимальный суммарный расход, обеспечивающий однофазное истечение на элементах насадки. Подставляя значение Q_{Σ}^{0} в формулу (8.53), получим

$$\lg\left[\frac{Q_{\Sigma}^{2}\rho_{т}}{\rho_{л}\omega^{2}(Rh)^{3}}\right]=\lg\left[\frac{2\cdot10^{-9}\rho_{л}}{\rho_{л}\omega^{2}(Rh)^{3}}\right]+5{,}83\frac{\Delta R}{R}. \qquad (8.54)$$

Откуда после преобразований имеем

$$Q_{\Sigma}=30{,}23\cdot10^{-5}\omega\sqrt{Rh}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{см}}\right)\cdot10^{2{,}925\frac{\Delta R}{R}}. \qquad (8.55)$$

Уравнение (8.55) определяет два гидродинамических режима: однофазное и двухфазное истечения в элементах насадок. Расчетные данные по (8.55) показали удовлетворительное согласование с расчетами других авторов (рис. 8.17).

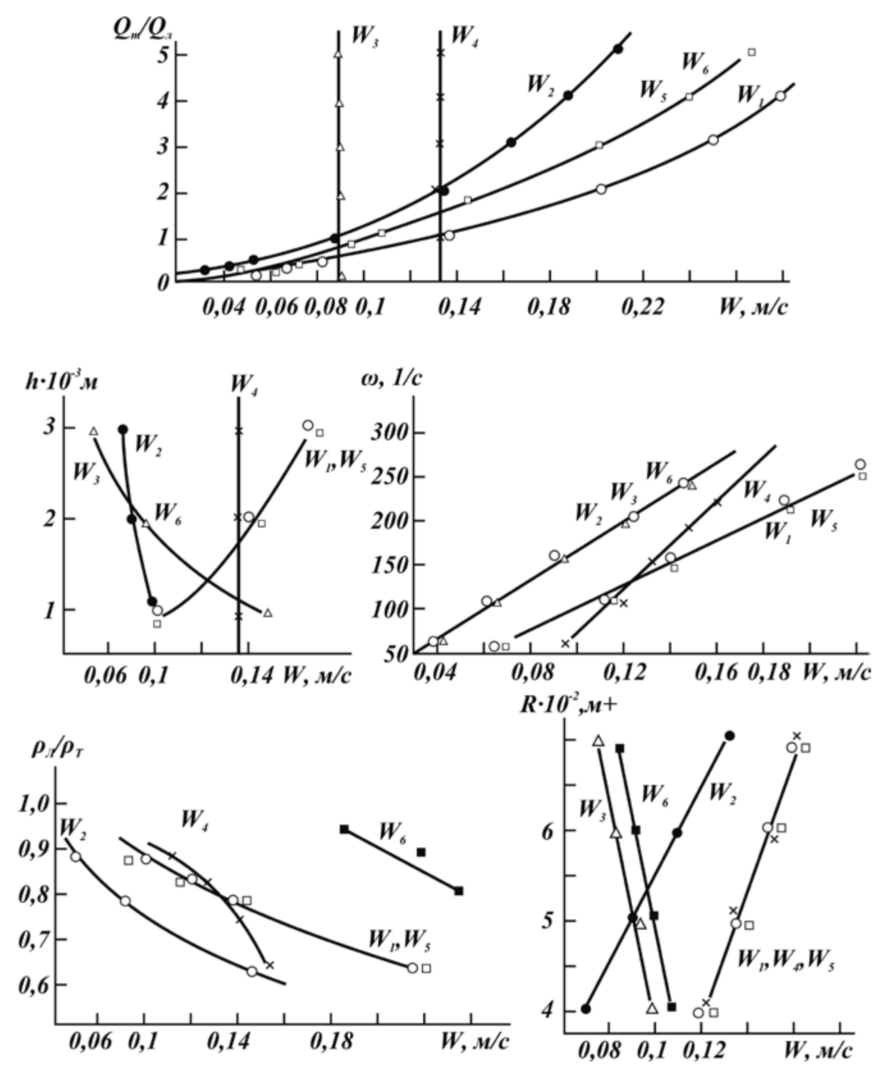


Рис. 8.17. Зависимость скорости дисперсной фазы от определяющих параметров, рассчитанных по формулам, представленным в различных литературных источниках: а - [191]; б - [184]; в - [6]; г - [3]; д – по уравнению (8.47)

Погрешность расчетных значений не превышает разброс экспериментальных данных (до 10 %). При значениях ΔR =0 выражение (8.55) будет определять пропускную способность насадок при двухфазном истечении потоков. Таким образом, при анализе опытных данных по движению потоков в межнасадочном пространстве экстрактора и расчетных зависимостей по определению расходов контактируемых жидкостей получено, что сопротивление движению двухфазного потока не зависит от характера режима истечения (однофазный или двухфазный, однонаправленный или противоточный), а зависит от суммарного расхода, силы вытеснения (Архимеда) и центростремительного ускорения, то есть от соотношения плотностей и расходов фаз геометрических параметров, угловой скорости вращения ротора и величины кольцевого слоя.

В результате анализа гидродинамической обстановки при одно- и двухфазном истечении (течении) противоположно направленных потоков фаз и расчетных данных была найдена корреляционная связь между значением ΔR и коэффициентом истечения в виде

$$\Delta R = 0{,}0132\left(\frac{Q_т}{Q_л}\right)^{0{,}33} - 0{,}157\mu', \tag{8.56}$$

где значение ΔR принимается без учета знака, а скорость легкой фазы в момент инверсии можно, например, представить в виде частной зависимости:

$$W'_л = 0{,}91\left(\frac{Q_л}{Q_т}\right)^{0{,}645}\left(\frac{\rho_т}{\rho_л}\right)^{2{,}25}\left(\frac{Q^o_\Sigma}{2\pi Rh}\right)$$

или

$$W'_л = 7{,}04 \cdot 10^{-6} (hR)^{-0{,}5} \omega \left(\frac{Q_л}{Q_т} \right)^{0{,}645} \left(\frac{\rho_т}{\rho_л} \right)^{2{,}25}.$$

Графическая обработка опытных данных позволила также уточнить характерную функциональную зависимость коэффициентов сопротивления потоку в случае определения:

- местного сопротивления

$$\lambda_м = 2{,}01 \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_л + \rho_т} \right) \left(\frac{\omega R}{И_д + W_c} \right)^2 \frac{2h}{R};$$

- общего сопротивления

$$\lambda_o = 1{,}93 \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_д} \right) \left(\frac{\omega R}{И_R + W_R} \right)^2 \frac{\Delta R}{R} \rho_{см}^{-1}. \qquad (8.57)$$

Затем, приравнивая значения давления слоя и выражения давления для центробежного поля [1] согласно формуле Вейсбаха и считая величину потерь от проскальзывания незначимой, получим выражение для определения потери давления для центробежного поля:

$$\Delta P_ц = 0{,}33 \Delta\rho \omega^2 R^2 \lg \left(\frac{Q_\Sigma}{Q_\Sigma^o} \right), \qquad (8.58)$$

которое позволяет исключить определение слоя ΔR, что очень существенно при расчете геометрических параметров насадок центробежных аппаратов.

8.5.2. Поверхность контакта фаз в аппарате с профилированным ротором

В результате проведенных исследований двухфазных радиальных потоков выявлены некоторые закономерности взаимодействия их в

насадках центробежных аппаратов, что позволило произвести оценку массообменных характеристик процесса: относительной скорости дисперсной фазы и удерживающей способности аппарата в направлении радиуса ротора. Ранее нами была показана возможность создания постоянства контакта фаз по радиусу за счет изменения профиля по заданному закону и создания условий образования размера капель, устойчивых при движении их в радиальном направлении. Соответственно данный факт предопределяет постоянство скорости двухфазного потока за счет изменения скоростей обеих фаз по указанному закону.

Принято при определении скорости дисперсной фазы в центробежном аппарате не учитывать влияния скорости противотока сплошной фазы [2, 3], которая по определению на порядок меньше величины скорости дисперсной фазы. Однако при исследовании профилированной насадочной зоны ротора выявилось существенное влияние ее на процесс движения двухфазного потока. Это связано с тем, что скорость сплошной фазы изменяется в оптимальной насадке по закону, который определяется профилем насадочной зоны в радиальном направлении, то есть скорость сплошной фазы изменяется пропорционально скорости изменения дисперсной фазы. Составляющие скорости обеих фаз в окружном направлении из-за действия сил Кориолиса в рассмотрении не участвуют, ввиду того что они малы по величине и для случая противоточного движения фаз взаимно компенсируются, а также противоположны по знаку (легкая фаза движется от периферии к центру и опережает ротор, тяжелая фаза – от центра к периферии и отстает от окружающей скорости ротора). Наиболее удобно относи-

тельную скорость дисперсной фазы представлять через суммарный расход жидких фаз.

Как известно, в ряде конструкций центробежных аппаратов путь капель соизмерим с размерами элементов насадок, что вызывает необходимость учета граничных условий входа капель в сплошную среду - так называемый разгонный участок движения капель. В работе [139] для квазистационарного движения капель на разгонном участке предложены следующие зависимости по определению длины разгонного участка $\Delta R'$

- для мелких капель

$$\Delta R' = 0{,}067d\left(\frac{\rho_д}{\rho_с}\right)W_t,$$

- для крупных капель

$$\Delta R' = 2{,}5d\left(\frac{\rho_д}{\rho_с}\right)A^{0,24}W_t^{-1,24},$$

где A и W_t – постоянные коэффициенты для определенной системы и гидродинамических факторов. Однако данные выражения получены с учетом движения капли как бы от состояния покоя и до скорости капли на сепарационном участке и не учитывают влияния скорости сплошной фазы.

Используя известное уравнение Торнтона-Пратта, расчетную зависимость для центробежного аппарата с учетом специфических условий для оптимальной насадки можно представить в виде (аналогично работе [355]):

$$\frac{W_д}{\varphi}+\frac{W_c}{(1-\varphi)}=V_{кз}(1-\varphi)(U_o-W_c)$$

или

$$\frac{Q_\partial}{\varepsilon(2\pi h_o)}\left(\frac{R^{1+x}}{R_o^x}\right)+\frac{Q_c}{(1+x)2\pi h_o}\left(\frac{R_i^{1+x}}{R_0^x}\right)=V_{кз}\left(\frac{3U_R+U_{ucm}}{4}-R^{1-x}A_1Q_c\right)(1-\varphi),$$

или

$$\frac{Q_\partial}{\varepsilon(2\pi h_o)}\left(\frac{R^{1+x}}{R_o^x}\right)+\frac{Q_c}{(1+x)2\pi h_o}\left(\frac{R_i^{1+x}}{R_0^x}\right)=V_{кз}\left(\frac{3U_R+U_{ucm}}{4}-R^{1-x}A_1Q_c\right)(1-\varphi).$$

Отсюда после преобразования получим

$$\frac{Q_д}{\varphi}+\frac{Q_c}{(1+\varphi)}=V_{кз}(1-\varphi)\left(\frac{3V_R+U_{ист}}{4}-R_i^{1-x}A_1Q_c\right). \qquad (8.59)$$

Таким образом, полученная зависимость (8.59) позволяет определить удерживающую способность центробежного аппарата по одному контактному элементу (участку), что согласуется с данными, приведенными в работе [355].

Поверхность контакта фаз в центробежном аппарате в общем случае представлены тремя видами:

1) поверхностью контакта фаз между сплошной средой и дисперсной в виде потока капель;

2) поверхностью контакта фаз при соприкосновении кольцевых слоев коалесцированной дисперсной фазы со сплошной фазой или наоборот;

3) поверхностью контакта фаз за счет поверхности раздела обеих фаз на уровнях главного раздела фаз (радиус входа легкой фазы в насадочную зону аппарата).

Последние два компонента поверхности контакта фаз определяются структурой потока и геометрией насадки, и их определить, как правило, несложно, так как они определяются параметрами, которые задаются или рассчитываются заранее. Первый компонент определить сложнее, так как необходимо знание скоростей потоков, размера капель, их количества и времени нахождения капель в межнасадочных элементах насадки или значения удерживающей способности насадочного устройства. Наиболее удобным для определения поверхности контакта фаз в данном случае является расчет ее через удерживающую способность аппарата. Удерживающая способность определяется, как правило, методом фотографирования, расчетом скоростей фаз или экспериментально методом «отсечки» [195]. Рассмотрим контакт фаз при многократном редиспергировании жидкостей.

Поток капель представляет собой систему полидисперсных капель, подчиняющуюся различным законам распределения. Проведенные экспериментальные исследования показали, что при достаточном количестве исследуемых случайных величин закон распределения может быть с достаточной точностью заменен на нормальный закон распределения. В соответствии с законом нормального распределения удельная поверхность контакта полидисперсного потока определяется по уравнению [357]

$$a = \frac{6\varphi_{ср}}{d_{ср}} \left[\frac{\left(\sigma_в^2 - d_{ср}^2\right)}{\left(3\sigma_в^2 + d_{ср}^2\right)} \right], \tag{8.60}$$

где значение $\frac{\sigma_в^2 - d_{ср}^2}{3\sigma_в^2 + d_{ср}^2}$ учитывает полидисперсность системы, $\sigma_в$ - среднеквадратичное отклонение от среднего диаметра капель.

В исследованном диапазоне среднеквадратичное отклонение от среднего диаметра капель $\sigma_в$ не зависит от размеров аппарата и физических свойств системы. В результате обработки экспериментальных данных (рис. 8.18 и 8.19) получено, что множитель $\frac{(\sigma_в^2 + d_{ср}^2)}{(3\sigma_в^2 + d_{ср}^2)}$ в уравнении (8.57) несколько уменьшает значение в пределах погрешности опытных данных (10%). Тогда им можно пренебречь и определять удерживающую способность по зависимости (8.56).

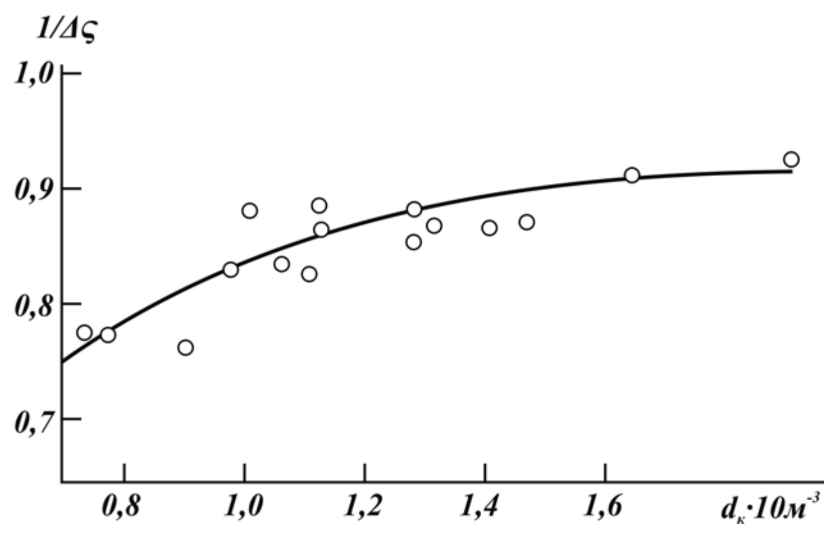


Рис. 8.18. Зависимость среднеквадратичного отклонения от размера капель

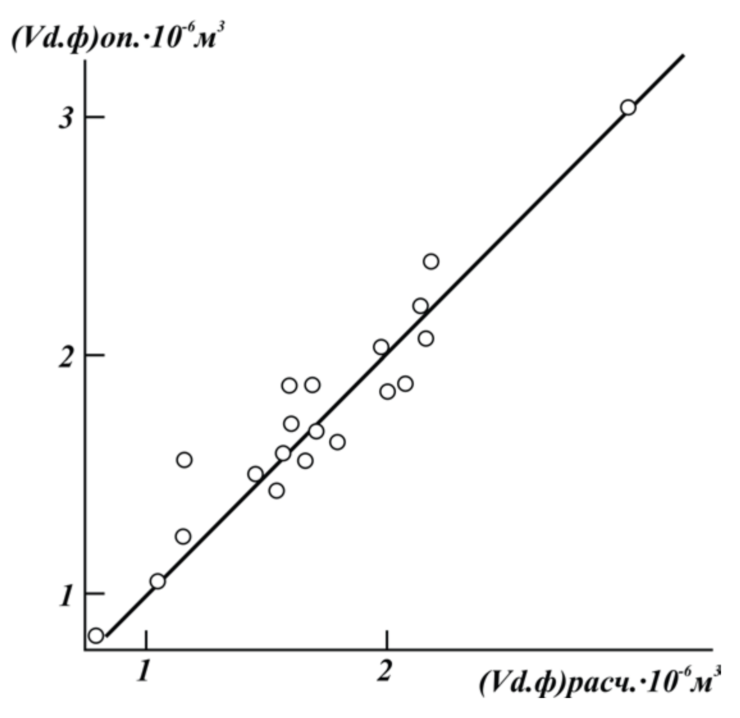


Рис. 8.19. Сравнение опытных и расчетных данных объема дисперсной фазы

В заключение следует отметить, что представленные результаты широких исследований основных гидродинамических и массообменных характеристик центробежных экстракторов безнапорного типа позволяют производить расчеты геометрических, гидродинамических и массообменных параметров разрабатываемого аппарата и задавать оптимальные размеры его насадочных устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов, В.И. Центрифугирование / В.И. Соколов. – М.: Химия, 1976. – 408 с.
2. Поникаров, И.И. Исследование процессов гидродинамики и массопередачи в противоточных центробежных экстракторах: дис. …. д-ра техн. наук / И.И. Поникаров. – Казань, 1971. – 275 с.
3. Цейтлин, О.А. Исследование движения одиночной капли в центробежном поле применительно к жидкостной экстракции: дис. … канд. техн. наук / О.А. Цейтлин. – Казань, 1970. – 132 с.
4. Шкоропад, Д.Е. Центробежные жидкостные экстракторы / Д.Е. Шкоропад, И.В. Лысковцов. – М.: Машгиз, 1962. – 216 с.
5. Кук, Г.А. Процессы и аппараты молочной промышленности / Г.А. Кук. – М.: Пищевая пром-сть, 1973. – 569 с.
6. Гришин, Н.С. Исследование гидродинамических процессов в центробежном экстракторе с иксообразной насадкой: дис. … канд. техн. наук / Н.С.Гришин. – Казань, 1975. – 152 с.
7. Бочкарев, В.Г. Экспериментальное исследование течения жидкостей через отверстия в контактных элементах центробежных экстракционных аппаратов: дис. … канд. техн. наук / В.Г. Бочкарев. – Казань, 1969. – 146 с.
8. Соколов, В.И. Современные промышленные центрифуги / В.И. Соколов. – М.: Машгиз, 1961. – 452 с.
9. Циборовский, Я. Основы процессов химической технологии / Я. Циборовский. – Л.: Химия, 1967. – 708 с.

10. Лысковцов, И.В. Разделение жидкостей на центробежных аппаратах / И.В. Лысковцов. – Л.: Химия, 1967. – 708 с.
11. Романков, П.Г. Жидкостные сепараторы / П.Г. Романков, С.А. Плюшкин. – Л.: Машиностроение, 1976. – 256 с.
12. Касаткин, А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А.Г. Касаткин. – М.: Химия, 1971. – 399 с.
13. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: учебник для машиностроительных вузов / Т.М. Башта [и др.]. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
14. Галеев, Ф.А. Гидродинамические процессы в центробежном экстракторе со встречным взаимодействием потоков: дис. … канд. техн. наук / Ф.А. Галеев. – Казань, 1985. – 157 с.
15. Ластовцев, А.М. Пропускная способность вращающихся распылителей / А.М. Ластовцев // Тр. МИХМ. – Вып. II. – 1957. - С. 71-82.
16. Ластовцев, А.М. Уравнение дробления жидкости вращающимися распылителями / А.М. Ластовцев // Тр. МИХМ. – Вып. 13. - 1957. – С. 29-42.
17. Шарифуллин, Р.Г. Исследование процесса истечения жидкостей из насадков в поле действия центробежных сил: дис. … канд. техн. наук / Р.Г. Шарифуллин. – Казань, 1981. – 112 с.
18. Шибазов, Ш.А. К вопросу истечения жидкости из затопленных внешних цилиндрических насадков / Ш.А. Шибазов, В.И. Ашихмин // Изв. вузов. Сер. «Нефть и газ». – 1972. - № 9. – С. 61-64.

19. Ломакин, А.А. Центробежные и осевые насосы / А.А. Ломакин. – М.-Л.: Машиностроение, 1966. – 364 с.
20. Влияние свойств центробежного поля на траекторию струи диспергируемой жидкости / И.И.Поникаров [и др.]. // ЖПХ. – 1971. – Т. XIV. – Вып. 11. – С. 2375-2577.
21. Гринспен, Х.П. Теория вращающихся жидкостей / Х.П. Гринспен. – Л.: Гидрометеоиздат, 1975. – 321 с.
22. Weidman, P.D. On the spin-up spin-down of a rotating fluid / P.D. Weidman // J Fluid Mech. – V. 77. – P. 685-708.
23. Inow I. The 21 st. Chem. Eng. Annual Meeting (Kyoto), 1956.
24. Misushina T., Res. Inst. Kyot. Univ., № 130 (1966).
25. Misushina T., Takemotsu T., Takahashi, Tanacka, Res. Just. Kyot. Univ., № 130 (1966).
26. Жуковский, Н.Е. Гидромеханика: в 4 т. Т.3 / Н.Е. Жуковский. – М.-Л.: Госиздат техн.-теорет. лит., 1949. – 417 с.
27. Милн-Томсон, Л.М. Теоретическая гидродинамика: пер. с англ. / Л.М. Милн-Томсон. – Л.: Мир, 1962. – 655 с.
28. Mises, R. Berechnung von Ausfluse undub. № 21-23 (1917).
29. Takemotsu, T., Takahashi, Shojr. Chem. Eng. (Japon), 22,9, p. 561-569 (1958).
30. Takemotsu, T., Takahashi, Shojr. Chem. Eng. (Japon), 22,9, p. 555-560 (1958).
31. Grewl, F.W. Purdue Univ. Eng. and Station Dull. 28, № 3 (1945).
32. Альтшуль, А.Д. Местные гидравлические сопротивления при движении вязких жидкостей / А.Д. Альтшуль. – Гостехиздат, 1962. – 115 с.

33. Евтюхин, Н.А. Исследование процесса очистки нефтяных фракций фенолом в центробежном экстракторе с иксообразной насадкой: дис. … канд. техн. наук / Н.А. Евтюхин. – Уфа, 1980. – 145 с.
34. Производительность центробежного экстрактора с иксообразной насадкой / Ю.А.Дулатов [и др.]. // Всес. конф. по экстракции: сб. тез. докл. – Рига: Изд-во ин-та неорганической химии, 1977. – Т. 1 – С . 97-101.
35. Поникаров, С.И. Интенсификация массопереноса в центробежных экстракторах дифференциально-контактного типа. дис. … д-ра техн. наук / С.И. Поникаров. – Казань, 1998. – 182 с.
36. Нугманов, Р.Г. Центробежный экстрактор с волнообразной насадкой: дис. … канд. техн. наук / Р.Г. Нугманов. – Казань, 1970. – 185 с.
37. Дунский, В.Ф. Распыление жидкости вращающимся диском / В.Ф. Дунский, Н.С. Никитин // ИФЖ. – 1965. – Т. 9. - № 1 – С. 54-60.
38. Поникаров, И.И. Каплеобразование при истечении жидкостей из отверстия в поле центробежных сил / И.И. Поникаров, В.В. Кафаров, В.Г. Бочкарев // Прикладная химия. – 1971. – Т. 44. - Вып. 12. – С. 329-331.
39. Распыливание жидкостей / Ю.Ф. Дитякин [и др.] – М.: Машиностроение, 1977. – 208 с.
40. Пажи, Д.Г. Основы техники распыливания жидкостей / Д.Г. Пажи, В.С. Галустов. – М.: Химия, 1984. – 321 с.

41. Барабанов, М.К. Размер капель центробежной форсунки в широком диапазоне свойств диспергируемой жидкости / М.К. Барабанов, В.И. Теняков // Изв. АН СССР. – 1970. - № 3. – С. 155.
42. Хавкин, Ю.И. Центробежные форсунки / Ю.И. Хавкин. – Л.: Машиностроение, 1976. – 168 с.
43. Азейнштейн, М.Д. Центробежные насосы для нефтяной промышленности / М.Д. Азейнштейн. – М.: Гостоптехиздат, 1957. – 363 с.
44. Бочкарев, В.Г. Экспериментальное исследование истечения жидкостей из сопел в центробежном экстракторе / В.Г. Бочкарев, О.В. Маминов, Ш.Ш. Хуснутдинов // Тр. Казан. хим.-технол. ин-та. – 1974. – Вып. 53. – С. 55-60.
45. Маминов, Б.О. Процессы истечения и относительного движения жидкости в роторе центробежного экстрактора: дис. … канд. техн. наук / Б.О. Маминов. – Казань, 1983. – 125 с.
46. Солодов, А.И. Исследование гидродинамических и массообменных закономерностей в центробежных напорных экстракторах: автореф. дис. … канд. техн. наук / А.И. Солодов. – М.: 1972. – 16 с.
47. Жуковский, Н.Е. Гидромеханика: в 4 т. Т.2 / Н.Е. Жуковский. – М.-Л.: Госиздат техн.-теорет. лит., 1949. – 626 с.
48. Мизес, Р. Математическая теория течения сжимаемой жидкости / Р. Мизес; пер. с англ. – М.: Изд-во. ин. лит., 1961. – 588 с.
49. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкостей и газов / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 847 с.

50. Нигматуллин, Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматуллин. – М.: Наука, 1987. – 564 с.
51. Левич, В.Г. Физико-химическая гидродинамика / В.Г. Левич. – М.: Физматгиз, 1959. – 700 с.
52. Гибсон, А. Гидравлика: пер. с англ. / А.Гибсон – М.-Л.: Энергоиздат, 1934. – 613 с.
53. Жидкостная экстракция / И.А. Солодов [и др.]. – Л.: Химия, 1969. – С. 300-309.
54. Трожкин, О.А. Расчет пропускной способности вращающегося тонкостенного полого цилиндра с отверстием в боковой стенке / О.А. Трожкин, Ю.И. Макаров, А.А. Плановский // Хим. и нефт. машиностроение. – 1972. - № 1. – С. 123-141.
55. Смирнов, В.И. Интенсификация диспергирования жидкой струи в трубчатом аппарате за счет спутного или внутреннего давления окружающей среды / В.И. Смирнов // Изв. вузов. Сер. «Энергетика», 1973. - № 7. – С. 95-99.
56. Klee A.I., Treydal R.E. AIChE Icurnal, 2, № 4, 444, 1956.
57. Hage H., Chem Ing. Tech. 36, 52, 1954.
58. Cheng M., Coxolero I., A.I.A.A.Iourn, 1, 2597, 1963.
59. Warshau M., Bogusz E., Iohnson M., Kitner R.C., Canad I.Chem. Eng., 37, № 1, 29, 1959.
60. Oyma, Kagaku, Kogaru, 17,7,275,1953.
61. Satapathy R., Smitt W., Fluid Mech, № 10, p. 361, 1961.
62. Ягодин, Г.А. Основы жидкостной экстракции / Г.А. Ягодин, С.З. Каган, В.В. Тарасов. – М.: Химия, 1981. – 400 с.

63. Баранаев, М.К. О размере минимальных пульсаций в турбулентном потоке / М.К. Баранаев, Е.Н. Теверовский, Э.Л. Трегубова // ДАН СССР. – 1949. – Т. XVI. - № 5. – С. 821-824.
64. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособие: в 10 т. Т 6 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – 736 с.
65. Колмогоров, А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса / А.Н. Колмогоров // ДАН СССР. – 1941. – Т. XXX. - № 4. – С. 200-303.
66. Обухов, А.М. Пульсация давления в турбулентном потоке / А.М. Обухов // ДАН СССР. – 1949. – Т. LXVI. – № 1. – С. 17-20.
67. Обухов, А.М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока / А.М. Обухов // ДАН СССР. – 1941. – Т. 32. - № 1. – С. 22-24.
68. Колмогоров, А.Н. О дроблении капель в турбулентном потоке / А.Н. Колмогоров // ДАН СССР. – 1949. – Т. 66. - № 5. – С. 825-828.
69. Борц, М.А. Механизм разрушения флоккул во внутрироторном потоке центрифуги / М.А. Борц, Ю.П. Гупало // ТОХТ. – 1971. – Т. V. - № 3. – С. 423-428.
70. Питерских, Г.П. Экстракция в турбулентном потоке / Г.П. Питерских, Е.Р. Валашек // Хим. Пром. – 1956. - № 1. – С. 34-41.
71. Колмогоров, А.Н. О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении / А.Н. Колмогоров // ДАН СССР. – 1941. – Т. 31. - № 2. – С. 99-101.

72. Броунштейн, Б.И. Физико-химические основы жидкостной экстракции / Б.И. Броунштейн, В.С. Железняк. – М.-Л.: Химия, 1966. – 320 с.
73. Основы жидкостной экстракции / Г.А. Ягодин [и др.]. – М.: Химия, 1981. – 400 с.
74. Крылов, В.С. Проблемы теории процессов переноса в системах с интенсивным массообменом / В.С. Крылов // Успехи химии, 1080. – Т. 49. – Вып. 1. – С. 118-146.
75. Shinnar R., Charch I.M., Ind. Eng. Chem., 52, p.253, 1960.
76. Sprow F.B. Chem. Eng. Sci, 22, p. 435, 1967.
77. Taylor I.I. Proc. Roy. Soc. A 146, 501.
78. Sleicher C.A., A.Ich.E. Journal, 8, 471, 1962.
79. Власов, С.А. Средние и пульсационные составляющие скорости в затопленных струях полимерных растворов / С.А. Власов, О.В. Исаева, В.Н. Калашников // ИФЖ. – 1973. - № 6. – С. 987-992.
80. О сопротивлении массопереносу в гетерогенной системе жидкость-жидкость / Л.Я. Кремнев [и др.] // ЖПХ. – 1965. - № 11. – С. 2496-2505.
81. Kolofotoln E., Edge R.M. The breakup of organic drops falling freely through water. «Chem. Eng. Sci», 1980, v. 35, № 3, p. 657-668.
82. Клячко, Л.А. К теории дробления капли потоком газа / Л.А. Клячко // ИФЖ. – 1963. – Т. 3. – С. 554-557.
83. Гордин, К.А. К кинетике деформации и дробления жидкой капли в газовом потоке / К.А. Гордин, А.Г. Истратов, В.Б. Либ-

ровин // Изв. АН СССР. Сер. «Механика жидкости и газа». – 1969. - № 1. – С. 9-16.
84. Isshiki, N. Theoretical and experimental study of atomization drop in high speed gas stream. «Rep. Transp. Techn. Research. Inst.», 1959, № 35, 63 p.p.
85. Волынский, И.С. Деформация и дробление капель в потоке газа / И.С. Волынский, А.С. Липатов // ИФЖ. – 1970. – Т. XVIII. - № 5. – С. 838-843.
86. Средние и крупные капли в центробежном экстракторе / О.А.Цейтлин [и др.]. // Современные машины и аппараты химических производств: сб. тез. докл. –Ташкент: Изд-во Ташкент. политехн. ин-та. – 1983. – С. 19-21.
87. Корсунов, Ю.А. Экспериментальное исследование дробления капель жидкости при низких значениях чисел Рейнольдса / Ю.А. Корсунов, А.П. Тишин // Изв. АН СССР. Сер. «Механика жидкости и газа». – 1971. - № 2. – С. 113-116.
88. Пажи, Д.Г. Распыливающие устройства в химической промышленности / Д.Г. Пажи, А.А. Корягин, Э.Л. Ламм. – М.: Химия, 1975. – 199 с.
89. Югай, Ф.С. Качественная картина движения капель жидкости в ускоряющемся газовом потоке / Ф.С. Югай, Б.П. Волгин // ИФЖ. – 1965. – Т. 9. - № 6. – С. 762-766.
90. Hus., Kintner R.C. The fall of single liquid drops through water. «I. Am. Inst. Chem. Eng.». – 1955. – V.1. – P. 42-48.
91. Winnikov S., Chao B.T. Dropletmotion in purifid systems. «Phys. Fluds.». – 1966. – V.9. – № 1. – P. 50-61.

92. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидромеханика: в 2 т. Т. 1 / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. – М.: Физматгиз., 1963. – 430 с.
93. Лойцанский, Л.Г. Ламинарный пограничный слой / Л.Г. Лойцанский. – М.: Физматгиз., 1962. – 847 с.
94. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1969. – 712 с.
95. Абрамович, Г.Н. Теория турбулентных струй / Г.Н. Абрамович. – М.: Физ.мат.гиз., 1960. – 715 с.
96. Гиневский, А.С. Теория турбулентных струй и следов. Интегральные методы расчета / А.С. Гиневский. – М.: Машиностроение, 1969. – 400 с.
97. Поникаров, С.И. О дроблении капель, движущихся в равномерно вращающейся среде / С.И. Поникаров, Н.И. Лобачева. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. – 1983. – 13 с. – Деп. ВИНИТИ. 01.09.83, № 4981-83.
98. Кудряшов, Л.Д. Курс математического анализа: учеб. пособие: в 2 т. / Л.Д. Кудряшов. – М.: Высшая школа, 1981.
99. Справочник по высшей математике для научных работников и инженеров: пер. с англ. / Г. Корн, Т. Корн;. – М.: Наука, 1973. – 831 с.
100. Ажибеков, А.К. К вопросу о дроблении капель жидкости в потоке газа переменной скорости / А.К. Ажибеков, И.Б. Полотник // Вест. АН Каз. ССР. – Фылым. Акад. Хабартысы, 1976. - № 12. – С. 40-43.

101. Поникаров, И.И. Движение одиночной капли в равномерно вращающейся жидкости / И.И. Поникаров, В.В. Кафаров, О.А. Цейтлин // ЖПХ. – 1972. - Т. XIV. - № 3. – С. 560-564.
102. Цейтлин, О.А. Применение скоростной съемки для исследования относительного движения частиц в роторах / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // ТОХТ. – 1979. – Т. 2. – С. 301-303.
103. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1964. – 575 с.
104. Ахназарова, С.Л. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии: учеб. пособие для химико-технологических вузов / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М.: Высшая школа, 1978. – 319 с.
105. Закиров, М.А. Деформация капель во вращающейся жидкости / М.А. Закиров, В.В. Зайцев, И.И. Поникаров // Тр. Казан. хим.-технол. ин-та. – 1975. – Вып. – С. 43-47.
106. Закиров, М.А. Деформация капель, движущихся в равномерно вращающейся жидкости / М.А. Закиров, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т, 1981.
107. Закиров, М.А. Массоперенос в одиночных каплях, движущихся во вращающейся жидкости. – дис. … канд. техн. наук / М.А. Закиров. – Казань, 1981. – 200 с.
108. Schilp R. Bewegung und Stabilitat von Tropfenin nichtmisehboren Flussiakeiter bei hohwn Zentrifugalfeld-Starker. – Chem-Ing-Tech, 1983. – V.55, № 8. – S. 662-655.

109. Цейтлин, О.А. К расчету одномерного относительного движения капель в потоке / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // Химия и хим.технология. – 1985. - Т. 28. - № 1.
110. Цейтлин, О.А. Изменения режима осаждения одиночной капли в равномерно вращающейся жидкости / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров, Ю.В. Шкарбан // Всес. конф. по аэрогидродинамике химических аппаратов: сб. А.Н. СССР. – Северодонецк, 1981. – Т. 1. – С. 101-106.
111. Hughes, R.R. Gillilande R. Ihe Hehanics of drops - Chem-Ing-Progress. – 1953. – V.12. – № 10. – P. 497-504.
112. Santos. On the shade of the necoly spherical drap which falls through viscous fluid. – Sei. Rept. Tohoru Imp. Unia. – 1913. – V.2. – P. 179-201.
113. Taylor, T.D. An the deiormetion and drog of a falling viscons drop at low Reynolds number / T.D. Taylor, A. Acrioos // Ifluid Much. – 1964. – V.19. – № 3. – P. 466-476.
114. Reinhanta. Gas verhalten tallen tropten. Chem-Ing-Tech. – 1964. – V.56. – № 7. – P. 740-746.
115. Weller, R.M., Acrioos A., Skelland A.H.P. Shap of liquid drops mooing in liquid media. – A.I.Ch.E. journal. – 1960. – V. 42. – № 5, p. 854-862.
116. Карпачева, С.Н. О форме капель в экстракционных противоточных колоннах / С.Н. Карпачева, Е.И. Захаров // Теор. основы хим. технол. – 1974. – Т. 8. - № 1. – С. 66-70.

117. Захарычев, А.И. Исследование формы капли, движущейся в жидкости / А.И. Захарычев, С.З. Каган, Ю.К. Ковелев // Тр. МХТИ. – 1973. – Вып. 73. – С. 131-134.

118. Harmaty, T.E. Velpsity of lage drops and bubles in madia of infinita or restricted extend / T.E. Harmaty //A.I.Ch.E. journal. – 1960. – V. 6. – № 12. – P. 281-284.

119. Winnikow, S. Droplot mation in purifred systems / S. Winnikow, B.T. Char // Phys. Fluils. – 1966. – V. 9. –1. – P. 50-61.

120. Шкарбан, Ю.В. Граничное значение числа Рейнольдса при движении капель во вращающейся жидкости: дис. … канд. техн. наук / Ю.В. Шкарбан. – Казань, 1983. – 187 с.

121. Относительная скорость дисперсной фазы во вращающейся жидкости / О.А. Цейтлин [и др.]. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. –1982. - Библиограф.: с. 27. – Деп. в ОНИИТЭХим г. Черкассы, № 982.

122. Тупицин, И.Н. Исследование устойчивости струй в системе жидкость-жидкость / И.Н. Тупицин, А.Л. Сурис, С.Ш. Гершуни // Современные машины и аппараты химических производств: сб. тез. докл. – Чимкент. – 1988. – Т. 2. – С. 43-44.

123. Schilp R., Blass E. Fluid dinamicsin centrifugal extractors. – Ger. Chem. Eng. – 1982. – V.5. – № 6, p. 364-368.

124. Реусова, Л.А. Исследование дисперсности вязких эмульсий, полученных в аппарате роторно-пульсационного типа / Л.А. Реусова, М.В. Лыков // Теор. основы хим. технол. – 1984. – Т. 18. - № 3. – С. 405-409.

125. Распределение капель в эмульсиях, образующихся в смесителе ящичного типа / Н.И. Гельперин [и др.] // Теор. основы хим. технол., 1975. – Т.9. - № 2. – С. 193-202.

126. Молочкова, М.И. Межфазная поверхность при перемешивании несмешивающихся жидкостей: дис. …канд. техн. наук / М.И. Молочкова. – М. – 1971. – 137 с.

127. Karabelas, A.I. Droplet size spectra generated in turbulent pipe flow of dilute liquid-liquid dispersions // A.Q. Che.I. – 1978. – V.24. – №2, p. 170-180.

128. Miganami K. et al Drop size distributions and holdups in a multi-stage vibrating disc column //Chem.Eng.Sci. – 1975. – V. 30. – №11, p. 1415-1420.

129. Зайцев, А.И. Определение поверхности межфазного контакта эмульсии в центробежном смесителе / А.И. Зайцев // Тр. Ярослав. гос. ун-т. – 1977. – С. 258-263.

130. Gal-or B., Hoelcher H.E. A mathematical tredtment of the effect of particle size distributions on masstransfer in dispersions // A.Q / ChE.I. – 1966. – V.12. – № 3, p. 499-505.

131. Раздель, А.А. Применение функций плотности распределения и исследования эмульсий / А.А. Раздель, М.А. Новикова, В.П. Деревягина // Колл.ж. – 1966. – Т. 28. – С. 258-263.

132. Chang-Karot, D.K., Fei W-Y., Codfrey I.C., Slater M.I. Drop sizes and distributions in rotating disc contactars used for liquid- liquid extraction // I.Separ. Process Technol. – 1985. – № 2, p. 40-48.

133. Хан, Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г. Хан, С. Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 396 с.

134. Рачковский, С.В. Оценка точности обработки фотограмм при скоростной фотосъемке частиц во вращающихся роторах / С.В. Рачковский, О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. –1978. – Библиограф.: с. 13. – Деп. в ОНИИТЭХим, г. Черкассы. 13.12.78, № 2086.
135. Рачковский, С.В. Об изменении скорости осаждения частицы в центробежном поле / С.В. Рачковский, О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. – 1980. – Библиограф.: с. 8. – Деп. в ОНИИТЭХим, г. Черкассы. 04.12.80, № 37.
136. Рачковский, С.В. Участок нестационарного движения капли в жидкой среде / С.В. Рачковский, В.М. Плесовских, О.А. Цейтлин // Интенсификация тепло- и массообменных процессов в хим. технологии: сб. науч. тр. Всес. студ. научн. конф. / Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. – 1982. – С. 55.
137. Рачковский, С.В. Особенности фазовых траекторий частицы в равномерно вращающейся жидкости / С.В. Рачковский, О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. – 1982. – Библиограф.: с. 27. – Деп. в ОНИИТЭХим, г. Черкассы. 25.11.82, № 1267.
138. Рачковский, С.В. Особенности осаждения капли во вращающейся жидкой среде / С.В. Рачковский, О.А. Цейтлин // Современные машины и аппараты хим. производств: сб. тез. докл. / А.Н. СССР; Ташкентский политехн. ин-т. – Ташкент, 1983. – С. 17-18.

139. Рачковский, С.В. Нестационарное движение капель в насадках центробежных экстракционных аппаратов: дис. … канд. техн. наук / С.В. Рачковский. – Казань, КХТИ, 1984. – 171 с.
140. Трейбал, Р. Жидкостная экстракция / Р. Трейбал. – М.: Химия, 1966. – 724 с.
141. Саткевич, А.А. Теоретические основы гидроаэродинамики / А.А. Саткевич. – М.: ОНТИ НКТП, 1934.
142. Фабрикант, Н.Я. Аэродинамика / Н.Я. Фабрикант. – М.: Наука, 1964. – 504 с.
143. Хайкин, С.Э. Физические основы механики: учебн. Пособие для студ. ун-тов / С.Э. Хайкин. – М.: Наука, 1971. – 751 с.
144. Graesman, P. Phesikalische Grundlagen der chemic – Jng. Techn. Aaran und Frankf. M. (1961).
145. Бэтчелор, Дж. Введение в динамику жидкости: пер. с англ. / Дж. Бэтчелор. – М.: Мир, 1973. – 757 с.
146. Цейтлин, О.А. Об использовании известных корреляций для расчета скорости частиц в силовых полях различной напряженности / О.А. Цейтлин, С.В. Рачковский, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. гос. технол. ун-т. – 1999. – Библиограф.: с. 11-12. - Деп. в ВИНИТИ. 16.12.99, № 2924.
147. Броунштейн, Б.И. Гидродинамика. Массо- и теплообмен в дисперсных системах / Б.И. Броунштейн, Г.А. Фишбейн. – Л.: Химия, 1977. – 280 с.
148. Романков, П.Г. Гидродинамические процессы химической технологии / П.Г. Романков, М.И. Курочкина. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.

149. Hu S., Kintner R.C. The fall single liquid drops through water. – A.I.Ch.E. Iournal. 1955, 1, № 1, p.p. 42-48.
150. Цейтлин, О.А. Об одном из ограничений угловой скорости центробежного экстрактора / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров / /II Всес. науч. конф. по МАХП: тез. докл. / Казахский химико-техн. ин-т. – Чимкент, 1980 – С. 127-130.
151. Головин, А.Н. О движении суспензии сферических капель / А.Н. Головин, В.Е. Чижов // Вестник МГУ. Сер. Математика, механика. – 1977. - № 6. – С. 100-106.
152. Поникаров, И.И. Движение капли во вращающейся жидкости в отсутствие и наличии массообмена / И.И. Поникаров, В.В. Кафаров, О.А. Цейтлин // ЖПХ. – 1972. – Т. XIV. - № 3. – С. 560-564.
153. Цейтлин, О.А. К расчету относительной скорости капель в различных силовых полях / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // IX Всес. конф. по экстракции: тез. докл. /А.Н.СССР. – М., 1991. – С. 556.
154. Лышевский, А.С. Относительное движение одиночных капель /А.С. Лышевский // Тр. Новочеркасс. политехн. ин-та. – 1983. – Т. 148. – С. 63-77.
155. Шкарбан, Ю.В. Изменение коэффициента лобового сопротивления капель в поле переменных сил / Ю.В. Шкарбан, О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. – 1978. – Библиограф.: с. 9. - Деп. в ОНИИТЭХим, Черкассы. 17.07.78, № 1919/78деп.

156. Цейтлин, О.А. К расчету осаждения капли в центробежном поле / О.А. Цейтлин, Ю.В. Шкарбан, В.О. Лукин // II Всес. научн. конф.: Современные машины и аппараты химических производств: сб. тез. докл. / Казах. Хим.-технол. ин-т. – Чимкент, 1980. – С. 127-130.
157. Головин, А.М. К расчету скорости осаждения однородной суспензии / А.М. Головин, В.Е. Чижов // ПММ – 1978. – Т. 42. – № 1. – С. 105-113.
158. Лобовое сопротивление при движении капли во вращающейся среде / О.А. Цейтлин [и др.]. // Всес. конф. по экстракции: сб. тез. докл. / Ин-т неорган. хим. – Рига, 1977 – С. 94-97.
159. Яблонский, А.А. Скатывание капли по наклонной плоскости в среде / А.А. Яблонский, О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол. ин-т. – 1978. – Библиограф.: с. 81. – Деп. в ВИНИТИ. 1978, № 1918.
160. Цейтлин, О.А. Граничные значения чисел Рейнольдса при движении капель в центробежном поле / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // Машины и аппараты хим. технологии. – 1977. – Вып. 5. – С. 59-61.
161. Лышевский, А.С. Сопротивление движению капель в неподвижной среде / А.С. Лышевский // Изв. ВУЗов; Машиностроение. – 1964. - № 5 – С. 75-81.
162. Яблонский, А.А. Коэффициенты сопротивления капель, движущихся в среде по вращающемуся конусу / А.А. Яблонский, О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров. – Казань: Казан. хим.-технол.

ин-т. – 1981. – Библиограф.: с. 9. – Деп. в ВИНИТИ. 1981, № 676.

163. Лукин, В.О. Взаимное влияние капель при их движении во вращающейся жидкой среде: дис. …канд. техн. наук / В.О. Лукин. - Казань, КХТИ, 1982. – 177 с.

164. Виноградов, Н.Н. Гидродинамика взвесей / Н.Н. Виноградов // Обогащение и комплексное использование топлива. – М.: 1965. – С. 239-254.

165. Лященко, П.В. Гравитационные методы обогащения / П.В. Лященко. – М.: ОНТИ, НКТП, 1935. – 447 с.

166. Минц, Д.М. Гидравлика зернистых материалов / Д.М. Минц, С.А. Шуберт // Изд. МКХ РСФСР. – М.: 1955. – 109 с.

167. Batchelor, I.K. Sedimentation in a dilute dispersion of spheres, Journal Fluid Mechanios. – 1972. – V. 52. – pt. 2, s. 245-268.

168. Requats Hane-Peter, Zur Berechmung von Partiklech warm bewegungen in fluiden. Stromungsfeldern, Forschung in clugenieurweren. – 1977. – V.43. – №3, p. 86-91.

169. Головик, А.М. О движении суспензии сферических капель / А.М. Головик, В.Е. Чижов // Вестник МГУ; сер. Математика, механика. – 1977. - № 6. – С. 100-106.

170. Кургаев, Е.Ф. Основы теории и расчета осветлителей / Е.Ф. Кургаев. – М.: Стройиздат, 1962. – 164 с.

171. Steinour, H.H. Suspensions of uniform – size angular particles «Industrial and Engineering chemistry». – 1947. – V.36. – № 7, p. 618-624.

172. Люстрицкий, В.М. Стесненное движение капель в жидкости / В.М. Люстрицкий // Тр. Гос. ин-та по проект. и исслед. работам в нефтедобывающей пром-сти. – 1972. – № 14. – С. 70-76.
173. Розенбаум, Р.Б. Стесненное падение шара в цилиндрической трубе / Р.Б. Розенбаум, О.М. Тодес // Докл. АН СССР. – 1957. – Т. 115. - № 3 – С. 504-507.
174. Jal-Or., Waslo S. Hydrodynamics of an ensemble of drops (or bubbles) in the presence or absence of surfactants. Chem. Eng. Sci.. – 1968. – V. 23. – № 12, p. 1431-1446.
175. Розенбаум, Р.Б. Исследование стесненного падения капли в вязкой жидкости / Р.Б. Розенбаум, О.М. Тодес // Записки ЛГИ – 1961. – Т. 37. – Вып. 3. – С. 109-113.
176. Кутателадзе, С.С. Гидродинамика газожидкостных систем / С.С. Кутателадзе, М.А. Стырикович. – М.: Энергия, 1976. – 296 с.
177. Самойлович, Г.С. Гидроаэродинамика / Г.С. Самойлович. – М.: Машиностроение, 1980. – 282 с.
178. Протодьяконов, И.О. Гидродинамика и Массообмен в системах газ-жидкость / И.О. Протодьяконов, И.Е. Люблинская. – Л.: Наука, 1990. – 349 с.
179. Maks, C.H. Measurements of the terminal velasity of bubbles rising in a chain. Transactions of the A. SME, I. Fluids Eng. – 1973. – № 2, p. 17-22.
180. Orrowsmith, A., Foster P.I. The motion of a stream of monosized liquid drops in air. The Chem. Eng. Iourn. – 1973. – №5, p. 243-250.

181. Rachavendra, N.M., Rau M.N. Studies of momentum transfer in the case of assemblages of liquid drops falling a stagnant column of an immiscible liquid. Indion Iournal of Technology. – 1965. – V. 3. – № 10, p. 303-307.
182. Заслоновский, В.Н. Движение капель в равномерно вращающейся жидкости близкой плотности: дис. … канд. техн. наук / В.Н. Заслоновский. - Казань, 1978. – 194 с.
183. Протодьяконов, И.О. Гидродинамические основы процессов химической технологии / И.О. Протодьяконов, Ю.Г. Чесноков. – Л.: Химия, 1987. – 360 с.
184. Дулатов, Ю.А. Исследование гидродинамики в центробежном экстракторе с волнообразной насадкой: дис. … канд. техн. наук / Ю.А. Дулатов. - Казань, 1970. – 125 с.
185. Кафаров, В.В. Основы массопередачи / В.В. Кафаров. – М.: Высшая школа, 1962. – 724 с.
186. Кафаров, В.В. Техника ректификации / В.В. Кафаров // Хим. пром-ть, 1948. – Т. 2. – С. 52-59.
187. Зелинский, Ю.Г. Гидродинамические режимы на провальной тарелке / Ю.Г. Зелинский, В.В. Кафаров // Хим. пром-ть, 1961. – № 2. – С. 122-126.
188. Кафаров, В.В. Сопротивление в насадочных колоннах при захлебывании и при оптимальных скоростях потоков / В.В. Кафаров // Хим. пром-сть, 1948. – № 6. – С. 174-176.
189. Семеряков, В.П. Разработка конструкции и исследование гидродинамики экстракторов со струйно-направленной насадкой:

дис. … канд. техн. наук / В.П. Семеряков. – Уфа, УНИ, 1973. – 142 с.

190. Гришин, Н.С. К вопросу производительности центробежного экстрактора с иксообразной насадкой / Ю.А. Дулатов, И.И. Поникаров // Тр. Казан. хим.-технол. ин-та. – Казань, 1975. – Вып. 55. – С. 3-7.

191. Галимуллин, Р.Г. Двухфазное противоточное течение жидкостей в контактных элементах центробежных экстракторов / Р.Г. Галимуллин, В.Г. Бочкарев, О.В. Маминов // Сб.: МАХТ. – Казань, 1975. – Вып. 3. – С. 33-36.

192. Интенсификация процесса жидкостной экстракции с использованием свойств центробежного поля: отчет о НИР / Казан. хим.-технол. ин-т; инв. № 707602. - Казань, 1985. – 70 с.

193. Стабников, В.Н. Теоретическая тарелка и единицы переноса / В.Н. Стабников // Хим. пром-ть, 1955. - № 7. – С. 423-425.

194. Плановский, А.Н. О способах выражения движущей силы диффузионных процессов / А.Н. Плановский, А.Г. Касаткин // Хим. пром-ть, 1953. – № 9. – С . 336-342.

195. Зюлковский, З. Жидкостная экстракция в химической промышленности / З. Зюлковский. – Л.: Госхимиздат, 1963. – 480 с.

196. Кафаров, В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В.В. Кафаров. – М.: Химия, 1971. – 496 с.

197. Левеншпиль, О. Инженерное оформление химических процессов / О. Левеншпиль. – М.: Химия, 1969. – 496 с.

198. Гельперин, Н.И. Структура потоков и эффективность колонных аппаратов химической промышленности / Н.И. Гельперин, В.Л. Пебалк, А.Е. Костонян. – М.: Химия, 1977. – 264 с.

199. Doyle, C.M. Optimum requirements and design for ideal centrifugal tupe contactor. – A monusctip A.I.Ch.E., mesting, 63-3d, st Zouis, 1968.

200. Iacobsen, F.M., Beyer, G.H. Operating charucteristies of centrifugal extractor. - A.I.Ch.E.I.. – 1956. – V. 2. – № 3, p. 283-289.

201. Hepner, I.Z. Achema 1967 – exhibition revitw. – Chem. Proc. Eng.. – 1967. – V. 48. – № 9, p. 11-12.

202. Перспективы исследования центробежных экстракторов при очистке жидкостей в нефтеперерабатывающих производствах / Н.А. Евтюхин [и др.]. // Машины и аппараты хим. технол.: межвуз. сб. / Казан. хим.-технол. ин-т. 1975. – Вып. 3. – С. 61-63.

203. Стороженко, В.Я. Исследование центробежного смесительно-отстойного экстрактора: дис. … канд. техн. наук / В.Я. Стороженко. – Харьков, 1970. – 150 с.

204. Изучение скорости экстракции с трибутилфосфатом. Кинетика массоперехода урана и плутония при перемешивании в центробежном поле / Н.Н. Щепетильников [и др.]. // Радиохимия, 1972. - № 14. - № 3. – С. 344-352.

205. Кинетические зависимости непрерывного процесса экстракции уранилнитрата трибутилфосфатом при перемешивании жидкостей в центробежном поле / М.Ф. Пушленков [и др.]. – В сб.: Химия процессов экстракции. – М.: Наука, 1972. – С. 274-276.

206. Промышленные испытания центробежного смесительно-отстойного экстрактора в производстве синтетических моющих средств / Н.С. Чернышов [и др.] // Изв. вузов, сер. «Химия и хим. Технология». – 1969. – Т. 12. - № 7. – С. 996-997.

207. Бочкарев, В.Г. Исследование массопередачи при перемешивании в центробежном поле / В.Г. Бочкарев В.Г., Т.К. Смирнова// В сб.: Машины и аппараты хим. технологии, Казань, 1975. – Вып. 3. – С. 9-11.

208. Применение камерного экстрактора типа ЭЦД для экстракции антибиотиков / В.Н. Русин [и др.] // Хим. фарм. Журнал. – 1976. – Т. 10. - № 9. – С. 114-117.

209. Русин, В.Н. Ректификация антибиотиков применением камерного экстрактора Ротабель / В.Н. Русин, С.А. Жуковская, В.Л. Пебалк // Хим. фарм. Журнал. – 1974 – Т. 8. - № 4. – С. 41-44.

210. Лухакодер, Э.Т. Исследование процесса экстрагирования в экстракторах, снабженных мешалками / Э.Т. Лухакодер, Э.К. Сийрде // Труды Таллиннского политехн. ин-та. – 1964. - № А-210. – С. 179-185.

211. Русин, В.Н. Реэкстракция пенициллина из бутилацетата в водную фазу с применением экстрактора 2-400-ТФ / В.Н. Русин, С.А. Жуковская, В.Л. Пебалк // Хим. фарм. журнал. – 1974. – Т. 8. - №14. – С. 42-45.

212. Кафаров, В.В. О теоретическом анализе диффузионных процессов / В.В. Кафаров // ЖПХ. – 1956. – Т. 29. – Вып. 1 – С. 40-46.

213. Щукин, В.К. Теплообмен и гидродинамика потоков в полях массовых сил: дис. …д-ра техн. наук /В.К. Щукин. – Казань: КАИ, 1967.
214. Кутателадзе, С.С. Гидравлика газожидкостных систем / С.С. Кутателадзе, Стырикович. – М.: Госэнергоиздат, 1955. – 296 с.
215. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидродинамика / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. – М.: Физмат, 1963. – 583 с.
216. Chao, В.Т. Теплопередача: пер. с англ. / В.Т. Chao;. – М.: Химия, 1969.
217. Романков, П.Г. Гидродинамические процессы химической технологии / П.Г. Романков, М.И. Курочкина. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.
218. Батунер, Л.М. Математические методы в химической технике / Л.М. Батунер, М.Е. Позин – М.: Госхимиздат, 1963. – 635 с.
219. Jeddes, H.L., Trans. Am. Inst. Chem., 42, 79 (1946).
220. Розен, А.М. Массопередача в одиночных каплях / А.М. Розен, А.И. Беззубова // ТОХТ, 1968. – Т. 2. – № 6. – С. 850-861.
221. Hugbil, R. Trans. Am. Inst. Chem. Eng., 31, 265 (1935).
222. Кишиневский, М.Х. К кинетике экстракции из капель / М.Х. Кишиневский, Т.С. Корниенко // ЖПХ, 1963. – Т. XXXVI. – Вып. 12. – С. 2681-2687.
223. Зайцев, В.В. Исследование массопередачи в капли, движущиеся в равномерно вращающейся жидкости: дис. …канд. техн. наук /В.В. Зайцев. - Казань, КХТИ, 1971. – 183 с.

224. Закиров, М.А. Массоперенос в одиночных каплях, движущихся в равномерно вращающейся вязкой жидкости: автореф. дисс. канд. техн. наук / М.А. Закиров. - Казнь, КХТИ, 1983.
225. Некоторые закономерности массообмена в ящичном экстракторе / Н.И. Гельперин [и др.] // Хим. пром-ть, 1966. - № 12. – С. 39-43.
226. Исследование экстракторов с механическим перемешиванием фаз / С.З. Каган [и др.] // Хим. пром-ть, 1958. - № 7. – С. 44-50.
227. Броунштейн, Б.И. Основы жидкостной экстракции / Б.И. Броунштейн, А.С. Железняк. – М.-Л.: Наука, 1966. – 317 с.
228. Гельперин, Н.И. Концевой эффект при жидкостной экстракции в инжекторной колонне / Н.И. Гельперин, М.Г. Ассмус // Хим. пром-ть, 1961. - № 4. – С. 47-52.
229. Jeenkoplin, J.L., Nixnon A. Ind. Eng. Chem. 25, №6, 1191 (1950).
230. Kreage,r H., Jeenkoplin J.L., Ind. Eng. Chem. 45, №10, 2156 (1953).
231. Javera, S.D., Evonchyna I.E., Canad I. Chem. Eng., 35, № 3, 113 (1957).
232. Sherwood, T.K. I.C. Wei, Ind. Eng., 49, 1030 (1957).
233. Железняк, А.С. Концевой эффект на входе в колонну сплошной фазы / А.С. Железняк, Б.И. Броунштейн // ЖПХ, 1966. – Т. 39. – Вып. 7. – С. 1651-1652.
234. Вертузаев, Е.Д. Сущность концевых эффектов, наблюдаемых в экстракционных колоннах / Е.Д. Вертузаев // Хим. и технол. топлив и масел, 1964. - № 7. – С. 3-12.
235. Newmann, M., Ind. Eng. Chem. 44, 2457 (1952).

236. Jier, T.E., Moysen I.O. Ind. Eng. Chem. 45, 1362 (1953).
237. Пратт, Г.С. Жидкостная экстракция: теория и практика / С.Г. Пратт. – М.: Наука, 1958. – 155 с.
238. Konncke, J.J., Zwinscher R.Z. Phyc. Chem., B., 222, H.1-2 (1963).
239. Sherwood, T.K., Evaus I.E. and I.V.A.Longeor, Ind. Eng. Chem. 31, 1144 (1959).
240. Licht, W. and Conway I.B. Ind. Eng. Chem. 42, №6, 1151 (1950).
241. Coulson, I.M., Skinner C.I. Ind. Eng. Sci., V. I, №5, (1952).
242. Moyer, A., Konncke H.J., Z. phys. Chem., B 222, H. 1-2 (1963).
243. Lewis, I.B., Pratt H.R. Hatura, 171, 1155 (19530.
244. Sternling, C.V., Scriven I.E., A. I., Ch.I., 5, 514 (1959).
245. Об условии возникновения самопроизвольной поверхностной конвекции при массопереносе / М.В. Островский [и др.] // ЖПХ, 1967. – Т. XL – Вып. 6. – С. 1310-1327.
246. Фрумин, Г.Т. Об изменении межфазного натяжения в экстракционном процессе / Г.Т. Фрумин, М.В. Островский, А.А. Абрамзон // ЖПХ, 1967. – Вып. 6. – с. 1328-1335.
247. Островский, М.В. О некоторых закономерностях самопроизвольной поверхностной конвекции при экстракции в системе жидкость-жидкость / М.В. Островйский // ЖПХ, 1968. – Т. XLI. – Вып. 4. – С. 803-810.
248. Островский, М.В. Самопроизвольная поверхностная конвекция при массопередаче в системе жидкость-жидкость в присутствии ПАВ / М.В. Островский // ЖПХ, 1968. – Т. XLI. – Вып. 9. – с. 1993-2005.

249. Кафаров, В.В. Принципы математического моделирования химико-технологических систем / В.В. Кафаров, В.Л. Перов, В.П. Мешалкин. – М.: Химия, 1974. – 344 с. М.: Химия, 1968.
250. Макаров, В.В. Математическое моделирование периодических процессов и систем химической технологии / В.В. Макаров. – М.: МХТИ, 1984. – 48 с.
251. Беденек, П. Научные основы химической технологии / П. Беденек, А. Ласло. – Л.: Химия, 1970.
252. Jklliiand, E.R., Mason E.A. Ind. Eng. Chem., 1949. – V. 41. – №3, p. 1191-1203.
253. Newmann, M.L. Ind. Eng. Chem., 1952. – V. 44, p. 2475-2481.
254. Dankwerts, P.V. Unsteady-state diffusion or heat conduction with moving boundary. Chem. Eng. Sci., 1953. – V. 2. – № 1, p. 1-7.
255. Sleicher, C.A. A. I. Ch. E. I., 1959. – V. 5. – № 2, p. 145-152.
256. Miyachi, N., Vermeulen N., Ind. Eng. Chem. Fund., 1963. – V. 2. – № 2, p. 113-120.
257. Strand, C.P., Olney R.B., Ackerman C.H. A. I. Ch. E. I., 1962. – V. 8, p. 252-259.
258. Гельперин, Н.И. Исследование массообмена и продольного перемешивания в горизонтальном трубчатом многосекционном экстракторе / Н.И. Гельперин, В.Л. Пебалк, М.Н. Шашкова // Хим. пром-ть, 1968. – № 11. – С. 58-62.
259. Массопередача при экстракции и моделировании экстракционной аппаратуры / А.М. Розен [и др.] // Процессы жидкостной экстракции и хемосорбции: сб. науч. тр. – М.: Химия, 1966. – С. 89-94.

260. Пскович, Л. Исследование продольного перемешивания в экстракционной колонне с механическим перемешиванием фаз: дис. … канд. техн. наук / Л. Пикович. – М., 1968. – 138 с.
261. Kramers, H., Alberda C., Chem. Eng. Sci., 1953, v. 2, p. 173-177.
262. Aris, R., Amundson N. Independence of chemical reactions. A. I. Ch. E. I., 1957. – V. 3. – № 2, p. 280-284.
263. Sbicher, C.A. A. I. Ch. E. I., 1960. – V. 6, p. 529-531.
264. Miyachi, N., Vermenlen N., 1963. – V. 6. – № 4, p. 304-310.
265. Выгон, В.Г. Математическое моделирование процесса экстракции в пульсационной насадочной колонне: дис. …канд. техн. наук / В.Г. Выгон. – М., 1968.
266. Пебалк, В.Л. Исследование некоторых закономерностей гидравлики и массообмена в секционированных экстракторах с механическим перемешиванием: дис. … д-ра техн. наук / В.Л. Пебалк. – М., 1970. – 370 с.
267. Stemerding, S., Lumb, E.C., Jips, I., Chem Eng. Techn., 1963. – V. 35. – № 11, p. 844-850.
268. Levenspul, O., Smith, W.K. Notes on the diffusion type for the longitudionak mixing in flow. Chem. Eng. Sci., 1957. – V. 6, p. 227-231.
269. Wohner, I., Wilheim, H., Chem. Eng. Sci., 1956. – V. 6, p. 89-93.
270. Deisler, P., Wilchelm R. Ind. Eng. Chem., 1953. – V. 45, p. 1219-1224.
271. Дильман, В.В. Роль продольного перемешивания в макрокинетике химических реакторов / В.В. Дильман, М.Б. Айзенбуд, Э.З. Шульц // Хим. пром., 1963. - № 2. – С. 123-131.

272. Carberry, I.I., Bretton, R.H. A. I. Ch. E. I., 1958. – V. 4. – № 3, p. 367-373.
273. Aris R. Chem. Eng. Sci., 1959. – V. 9, p. 266-271.
274. Bischoff, K.B. Chem. Eng. Sci., 1960. – V. 12, p. 68-75.
275. Mc.Henry, K.W., Wilchelm, R. A. I. Ch. E. I., 1957. – V. 3, p. 83-86.
276. Ebach, B.A., White, R.B. A. I. Ch. E. I., 1958. – V. 4. – № 2, p. 161-167.
277. Liles, A.W. Ceankoplis, G.V. A. I. Ch. E. I., 1960. – V. 6. – № 4, p. 591-598.
278. Jrau, R., Pradoc, I. A. I. Ch. E. I., 1963. – V. 9, p. 2-6.
279. Исследование продольного перемешивания в сплошной фазе центробежного экстрактора с волнообразной насадкой / В.В. Кафаров [и др.] // ЖПХ. – 1974. – Т. 47. - Вып. 6. – С. 1325-1329.
280. Пебалк, В.Л. Массообмен и продольное перемешивание в роторно-дисковых экстракторах / В.Л. Пебалк, Л. Пикович, М.И. Дьякова // ТОХТ. – 1969. – Т. 3. - № 2. – С. 359-264.
281. Дулатов, Ю.А. Продольное перемешивание в сплошной фазе в центробежном экстракторе со встречным соударением потоков / Ю.А. Дулатов, Ф.А. Галеев // Современные машины и аппараты химических производств Химтехника-83: тез. докл. Всесоюз. конф. – 1983, Ташкент. - С. 13.
282. Александровский, С.А. Массопередача в секционированном центробежном экстракторе: дис. … канд. техн. наук / С.А. Александровский. – Казань, 1986. – 126 с.

283. Гельперин, Н.И. Структура потоков и эффективность колонных аппаратов химической промышленности / Н.И. Гельперин, В.Л. Пебалк, А.Е. Косманян – М.: Химия, 1977. – 261 с.
284. Жидкостная экстракция / В.В. Кафаров [и др.] // Сб. науч. тр. Всесоюз. науч.-техн. совещания / АН СССР. – М., 1969.
285. Коэффициенты продольного перемешивания в роторно-дисковых экстракторах / М.Э. Аэров [и др.] // ЖПХ. – 1963. – Т. 36. – Вып. 9. – С. 1994-2000.
286. Пебалк, В.Л. К определению коэффициентов продольного перемешивания импульсным вводом индикатора / В.Л. Пебалк, Л. Пикович, М.И. Дьякова // ТОХТ. – 1969. – Т. 3. - № 2. – С. 259-267.
287. Каган, С.З. Коэффициенты продольного перемешивания в дисперсной фазе при жидкостной экстракции / С.З. Каган, М.Э. Аэров, Т.С. Волкова // ЖПХ. – 1966. – Т. 39. – Вып. 1. – № 1. – С. 88-91.
288. Strand, C.P. Olney, R.B., Achermam, A. I. Ch. E. I., 8, 2, 252 (1962).
289. Stemerding S., Zwiderweg F. Erdolseitachrift, 77, 401 (1961).
290. Westerterp S., Landeman P. Chem. Eng. Sci., 1962, 17, 5.
291. Cutoff, E.B. A. I. Ch. E. I., 11, 4, (1965).
292. Birend R., Treybal R., A. I. Ch. E. I., 12, 3 (1966).
293. Miyauchi, Mitesutate H., Harase I., A. I. Ch. E. I., 12, 3 (1969).
294. Mar, B.W., Babb A.L., Ind. Eng. Chem., 51, 9 (1959).
295. Westerterp, S.S., Meyberg W.H. Chem. Eng. Sci., 17, 373 (1962).

296. Stemerding, S.S., Lumb E.C., Lips I., Chem. Eng. Tecgn., 35, 12 (1963).
297. Schell, J.A., Babb A.L. Ind. Eng. Chem., 3, 3 (1964).
298. Vermenlen, Moon I., Hennico A. Chem. Eng. Pragr., 62, 9 (1966).
299. Hoffman H., Chem. Eng. Sci., 14, 1 (1960).
300. Жидкостная экстракция. – Л.: Химия, 1969.
301. Бояринов, А.И. Методы оптимизации химической технологии / А.И. Бояринов, В.В. Кафаров. – М.: Химия, 1969. – 564 с.
302. Рузинов, Л.П. Статистические методы оптимизации химических производств / Л.П. Рузинов. – М.: Химия, 1972. – 200 с.
303. Налимов, В.В. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов / В.В. Налимов, Н.А. Чернова. – М.: Наука, 1965.
304. Пустыльник, Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений / Е.И. Пустыльник. – М.: Наука, 1968.
305. Берестовой, А.М. Жидкостные экстракторы; инженерные методы расчета / А.М. Берестовой, И.Н. Белоглазов. – Л.: Химия, 1982. – 208 с.
306. Шервуд, Т. Массопередача. Процессы и аппараты химической технологии / Т. Шервуд, Р. Пигфорд, И. Уилки. – М.: Химия, 1982. – 696 с.
307. Крылов, В.С. Теоретические аспекты интенсификации процессов межфазного обмена / В.С. Крылов. // ТОХТ. – 1983. – Т. 17. – № 1. – С. 15-30.
308. Розен, А.М. Гидродинамическое моделирование экстракторов / А.М. Розен // ТОХТ. – 1981. – Т. 9. – С. 45-61.

309. Канабеев, Б.И. Эффективность экстракторов, работающих в режиме с контролируемыми циклами / Б.И. Канабеев, М.А. Фандеев // ТОХТ. – 1982. – Т. 16. - № 2. – С. 147-154.

310. Свободно-конвективные течения, тепло- и массообмен: пер. с англ. / Б. Гебрахт [и др.] – М.: Мир, 1991. – 678 с.

311. Тепло- и массообмен: Справочник / Е.В. Аметистов [и др.]. – М.: Энергоиздат, 1982. – 512 с.

312. Френкель, Н.З. Гидравлика / Н.З. Френкель. – М.: Госэнергоиздат, 1956.

313. Идельчик, И.Е. Аэродинамика технологических аппаратов / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1983. – 351 с.

314. Дейч, М.Е. Гидрогазодинамика: учебное пособие для вузов / М.Е. Дейч, А.Е. Зарянкин. – М.: Энергоатомиздат, 1984.- 384 с.

315. Зайцев, В.В. Результаты экспериментального исследования массопередачи в капли, движущиеся в равномерно вращающейся жидкости / В.В. Зайцев, И.И. Поникаров // Тр. КХТИ. – 1970. – Вып. XLV. – С. 207-274.

316. Броунштейн, Б.И. Гидродинамика, массо- и теплообмен в колонных аппаратах / Б.И. Броунштейн, В.В. Щеголев. – Л.: Химия, 1988. – 336 с.

317. Яблонский, А.А. Движение капель по наклонным поверхностям насадок экстракционных аппаратов: дис. …канд. техн. наук / А.А. Яблонский. – Казань: КХТИ, 1982. – 206 с.

318. Максименко, М.З. Исследование работы некоторых конструкций экстракционных аппаратов на системе масло-фенол: дис. … канд. техн. наук / М.З. Максименко. - Казань, 1965. – 188 с.

319. Бочкарев, В.Г. К расчету контактных цилиндров центробежных экстракционных аппаратов / В.Г. Бочкарев // Тр. КХТИ. – Казань, 1971. – Вып. XIV. – С. 144-148.

320. К расчету оптимальных геометрических параметров волнообразной насадки для центробежных экстракторов / А.Н. Филимонов [и др.] // Тр. МАХТ. – 1975. – Вып. 3. – С. 63-65.

321. Патент № 2295377 РФ МПК B01Д 11/04. Способ проведения массотеплообменных процессов в центробежных экстракторах / Д.Н. Гришин, Н.С. Гришин; заявитель и патентообладатель Гришин Н.С. - № 2005108464/15; заяв. 25.03.05; опубл. 20.03.07. Бюл. № 8.

322. Бремер, Г.И. Жидкостные сепараторы / Г.И. Бремер. – М.: Машгиз, 1957. – 243 с.

323. Гольдин, Е.М. Нелинейный гидродинамический поток между тарелками сепаратора (метод итераций) / Е.М. Гольдин, В.А. Карамзин, Г.Д. Новикова // Тр. ВНИЭКИпродмаш. – 1976. – № 46. – С. 25-31.

324. Гольдин, Е.М. Исследование нелинейных асимметричных потоков между тарелками сепаратора методом малого параметра / Е.М. Гольдин, В.А. Карамзин // Тр. ВНИЭКИпродмаш. – 1976. – № 46. – С. 32-44.

325. Липатов, Н.Н. Сепарирование в молочной промышленности / Н.Н. Липатов. – М.: Пищевая пром-сть, 1971. – 400 с.

326. Соколов, В.И. Теоретические основы осадительного центрифугирования / В.И. Соколов // ТОХТ. – 1967. – Т. 1. - № 2. – С. 200-213.

327. Шафигуллин, Р.Х. Моделирование процессов центробежного сепарирования водосилоксановых эмульсий: дис. … канд. техн. наук / Р.Х. Шафигуллин, Казань, 1990. – 111 с.
328. Математическая модель двухфазного течения в межтарелочном зазоре сепаратора / В.Н. Жуков [и др.] // ТОХТ. – 1971. – Т. V. – № 3. – С. 417-422.
329. Жуков, В.Н. Об уравнениях движения двухфазного потока между тарелками сепаратора / В.Н. Жуков, С.А. Плюшкин, И.Н. Таганов // ТОХТ. – 1970. – Вып. 2. – № 2. – С. 293-296.
330. Семенов, Е.В. Особенности двухфазного потока в межтарелочном пространстве сепаратора / Е.В. Семенов, В.А. Карамзин // Тр. ВНИЭКИпродмаш. – 1976. - № 46. – С. 58-63.
331. Ахмадеев, Ф.Г. Новый метод расчета центробежных сепараторов / Ф.Г. Ахмадеев, И.Н. Дорохов, В.В. Кафаров // ДАН СССР. – 1984. – Т. 274. - № 5. – С. 1156-1159.
332. Саламатин, А.Н. Исследование течений в пограничных слоях в процессах тонкослойного сепарирования / А.Н. Саламатин, И.И. Поникаров, О.А. Перелыгин // ТОХТ. – 1995. – Т. 29. – № 1. – С. 9-14.
333. Гольдин, Е.М. Исследования в области теории центрифуг пищевой промышленности: автореф. дис. … д-ра техн. наук / Е.М. Гольдин. – М.; 1967. – 30 с.
334. Соколов, В.И. Современные проблемы интенсификации процессов центрифугирования / В.И. Соколов // ЖПХ. – 1986. – № 9. – Т. 59. – С. 1949-1955.

335. Саламатин, А.Н. Математические модели дисперсных потоков / А.Н. Саламатин. – Казань: Изд. Казан. гос. ун-та, 1987. – 171 с.
336. Ахмадеев, Ф.Г. Методы расчета совокупности гидромеханических и механических процессов химической технологии в гетерогенных средах: дис. …д-ра техн. наук / Ф.Г. Ахмадеев. – Казань, 1984. – 430 с.
337. Перелыгин, О.А. Совершенствование технологии полисилоксанов на основе моделирования процесса центробежного сепарирования эмульсий: дис. …д-ра техн. наук / О.А. Перелыгин. – Казань, 1997. – 272 с.
338. Гидродинамические проблемы технологических процессов: сб. науч. тр. – М.: Наука, 1988. – 222 с.
339. Лукьянов, Н.Я. Теория и расчет молочных сепараторов / Н.Я. Лукьянов. – М.: Пищ. Пром-сть, 1977. – 248 с.
340. Соколов, В.И. О равномерном распределении жидкости по пакету тарелок в сепараторах / В.И. Соколов, Е.В. Семенов, А.Н. Ливищев // Сахарная пром-сть. – 1973. - № 12. – С. 56-60.
341. Гольдин, Е.Н. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования / Е.Н. Гольдин, В.А. Карамзин. – М.: Агропромиздат, 1985. – 264 с.
342. Гольдин, Е.М. Гидродинамический поток между тарелками сепаратора / Е.М. Гольдин // ОТГН. – 1957. - № 7. – С. 20-23.
343. Липатов, Н.Н. Режим течения жидкости в радиально сходящемся потоке барабана сепаратора / Н.Н. Липатов, Э.И. Асриев // Пищевая пром-сть, 1965. - № 6. – С. 10-18.

344. Золотин, Ю.П. Движение потока в межтарельчатом пространстве барабана сепаратора / Ю.П. Золотин // Пищ. пром-сть, 1964. – № 7. – С. 7-10.
345. Сурков, В.Д. Гидравлические сопротивления и режим течения жидкости в сепараторе / В.Д. Сурков, Н.Н. Липатов // Молочная пром-сть, 1950. - № 2. – С. 33-36.
346. Сурков, В.Д. Изучение потока однородной жидкости в межтарельчатом пространстве сепаратора / В.Д. Сурков, Ю.П. Золотин, Г.А. Лимантов // Молочная пром-сть, 1957. – № 5. – С. 35-38.
347. Гольдин, Е.М. О движении вязкой жидкости в тарельчатых сепараторах с радиальными направляющими / Е.М. Гольдин // Тр. ЛТИХП. – 1958. – Т. 15. – С. 132-137.
348. Гольдин, Е.М. Исследования в области теории центрифуг пищевой промышленности: автореф. дис. … д-ра техн. наук / Е.М. Гольдин. – М., 1966. – 30 с.
349. Гольдин, Е.М. Движение однородного потока между тарелками сепаратора / Е.М. Гольдин // Молочная пром-сть, 1952. – № 12. – С. 35-36.
350. Головко, Ю.Д. Влияние гидродинамики потока на процесс разделения эмульсии в трубчатых сверхцентрифугах / Ю.Д. Головко, В.А. Зубков // ТОХТ. – 1970. – Т. 14. – № 6. – С. 893-897.
351. Бремер, Г.И. Жидкостные сепараторы / Г.И. Бремер. – М.: Госнаучтехиздат, 1957. – 243 с.

352. Великанов, М.А. Динамика русловых потоков / М.А. Великанов. – М.: Госиздат, 1954.

353. Кузнецов, Г.И. Центробежные экстракторы ЦЕНТРЕК / Г.И. Кузнецов, А.А. Пушков, А.В. Косогоров. – М.: Изд-во РХТУ, 2000. – 247 с.

354. Экспериментальные исследования гидродинамики и массопередачи в центробежных экстракторах щелевого типа: отчет о НИР (промежуточ.) № 707727. / Казан. хим.-технол. ин-т. – Казань, 1977. – 48 с.

355. Цейтлин, О.А. Удерживающая способность в центробежных противоточных экстракторах / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // ТОХТ. – 1986. – Т. 2. – С. 274-276.

356. Гришин, Н.С. Экспериментальное изучение движения жидкостей в некоторых центробежных экстракторах / Н.С. Гришин, Ю.А. Дулатов // Тр. КХТИ. – 1973. – Вып. 51. – С. 45-49.

357. Азбель, Д.С. Исследование поверхности контакта фаз в двухфазных системах / Д.С. Азбель, А.Ф. Нарошенко // ТОХТ. – 1969. – Т. 3. – № 2. – С. 321-325.

358. Garner, F.H., Skelland, A.H.P., Ind.Eng. Chem., 46, № 6, 1255 (1954).

359. Галимуллин, Р.Г. Двухфазное противоточное течение жидкостей в контактных элементах центробежных экстракторов / Р.Г. Галимуллин, В.Г. Бочкарев, О.В. Маминов // МАХП. – Казань, 1975. – Вып. 3. - С. 33-35.

360. Розен, А.М. Гидродинамическое моделирование экстракторов / А.М. Розен. // Теор. основы прикладной химии. – 1973. – Т. 46. – № 5. – С. 1046.
361. Дулатов, Ю.А. Исследование гидродинамики в центробежном экстракторе с волнообразной насадкой: автореф. дис. … канд. техн. наук / Ю.А. Дулатов. – Казань, 1970. – 16 с.
362. Цейтлин, О.А. О кинетических закономерностях осаждения капель в центробежном поле / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // ТОХТ. – 1979. – Т. 13. - № 1. – С. 131.
363. Поникаров, И.И. Оптимальные геометрические размеры волнообразной насадки к центробежным экстракторам / И.И. Поникаров, Р.Г. Нугманов, Ю.А. Дулатов // Материалы научно-техн. конф. Казанского завода органического синтеза. – Казань, 1969. – С. 202-207.
364. Цейтлин, О.А. Определение поверхности контакта полидисперсной системы капель в центробежном экстракторе / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // Всесоюз. конф. по экстракции и экстрагированию: сб. тез. докл. – Изд-во Ин-та неорг. химии. – Рига: 1982. – Т. 1. – С. 67.
365. Цейтлин, О.А. Гидродинамический портрет дисперсной жидкостной системы в силовых полях различной напряженности / О.А. Цейтлин, И.В. Вишнякова // ТОХТ. – 2007. – Т. 41. - № 4. – С. 449-454.
366. Цейтлин, О.А. К расчету относительной скорости капель в силовых полях различной напряженности / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // ТОХТ. – 1974. – Т. 4. – С. 427.

367. Поникаров, И.И. Относительное движение капель под действием переменных сил / И.И. Поникаров, О.А. Цейтлин, Ю.В. Шкарбан // ИФЖ. – 1989. – Т. 57. – С. 750.
368. Цейтлин, О.А. Об особенности движения твердых и жидких частиц во вращающейся жидкости / О.А. Цейтлин, В.Н. Заслоновсий, И.И. Поникаров // Сб. науч. тр. МиАХТ. – М., 1974. – Вып. 2. – С. 46-48.
369. Цейтлин, О.А. Особенности решения уравнений движения частиц в силовых полях различной напряженности / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров // ТОХТ. – 2000. – Т. 34. – № 1. – С. 103.
370. Шпете, В. Расчет средней относительной скорости дисперсной фазы по диаметрам капель в системе жидкость-жидкость при наличии рассеяния / В. Шпете, В.В. Кафаров, В.Г. Выгон // Химия и хим. технол. – 1977. – Т. 20. - № 4. – С. 589.
371. Закиров, М.А. Деформация капель при движении во вращающейся жидкости / М.А. Закиров, В.В. Зайцев, И.И. Поникаров // Тр. КХТИ. – 1975. – Вып. 45. – С. 43-48.
372. Закиров, М.А. О поверхности капель, движущихся в равномерно вращающейся жидкости / М.А. Закиров, В.В. Зайцев, И.И. Поникаров // Труды КХТИ. – 1979. – Вып. 55. – С. 48-50.
373. Цейтлин, О.А. К расчету осаждения капли в среде в условиях существования столбов Тейлора / О.А. Цейтлин, И.И. Поникаров, В.Н. Заслоновский // ТОХТ. – 1983. – Т. XVII. - № 4. – 1983. – С. 479-483.

374. Поникаров, И.И. Скорость движения капель на разгонном участке в насадках центробежных противоточных экстракторов / И.И. Поникаров, О.А. Цейтлин // Конструирование и расчет аппаратурного оформления процессов разделения в химической технике: Сб. науч. тр. – М., 1985. – С. 48-51.
375. Рачковский, С.В. Качественный анализ уравнений движения частиц во вращающейся жидкости / С.В. Рачковский, И.И. Поникаров // ТОХТ. – Т. 29. – № 5. – С. 459-462.

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

проф. Н.С. Гришин
проф. И.И. Поникаров
проф. С.И. Поникаров
доц. Д.Н. Гришин

ЭКСТРАКЦИЯ В ПОЛЕ ПЕРЕМЕННЫХ СИЛ. ГИДРОДИНАМИКА, МАССОПЕРЕДАЧА, АППАРАТЫ

(теория, конструкции и расчеты)

Часть 1

Редактор Л.Г. Шевчук

Лицензия № 020404 от 6.03.97 г.

Подписано в печать 7.12.12 Формат 60×84/16
Бумага офсетная Печать Riso 27,20 усл. печ. л.
29,25 уч.-изд. л. Тираж 100 экз. Заказ «С» 202

Издательство Казанского национального исследовательского технологического университета

Офсетная лаборатория Казанского национального исследовательского технологического университета

420015, Казань, К.Маркса, 68